

Inhoud | Contents

Artikelen | Features

- Onderzoek | Research**
- 163 **Bounding solutions for cerebral aneurysms**
Julia Mikhal, Bernard Geurts
- Evenement | Event**
- 169 **Pragmatische oplossingen** *Steven Wepster*
- Onderwijs | Education**
- 171 **Idealistische wiskundeleraars ontwikkelen een eigen methode** *Daan van Smaalen*
- Geschiedenis | History**
- 175 **Van Alexandrië tot Elsevier** *Arjen Sevenster*
- Evenement | Event**
- 185 **Infectieziekten benaderd vanuit een breed perspectief** *Martin Bootsma, Pieter Trapman*
- Interview | Interview**
- 190 **Frederik van der Blij: Door te veel dingen te willen, verzand je in oppervlakkigheid** *Jan Treur*
- Column | Column**
- 196 **(Spel)theoretiseren in Nederland** *Kateřina Stařková*
- Geschiedenis | History**
- 198 **Zekerheden in waarnemingen** *George Huitema, Jan Guichelaar*
- Evenement | Event**
- 203 **Actuariële wetenschappen en financiële wiskunde: op weg naar convergentie?**
Hans Schumacher, Kees Oosterlee, Karel In 't Hout
- Onderwijs | Education**
- 206 **De kunst van het lesgeven** *Nellie Verhoeft*
- Onderwijs | Education**
- 212 **Ricci-stroming in 2D**
Eef van Dongen, Jill Vervoort, Walter D. van Suijlekom

Rubrieken | Departments

- 154 **Colofon**
- 155 **Redactioneel** *Wil Schilders*
- 156 **Agenda** *Charlene Kalle*
- 158 **Nieuws** *Charlene Kalle*
- 183 **Het keerpunt van Jacqueline Meulman** *Ionica Smeets*
- 187 **In de verdediging** *Geertje Hek*
- 210 **De derde wet** *Ferdinand Verhulst*
- 217 **Boekbesprekingen**
- 222 **Problemen**

Uitgelicht



De ontwikkeling van de *Wageningse Methode* nader beschouwd door Daan van Smaalen op pagina 171.



Het natuurwetenschappelijke werk van Obe Postma in het artikel van George Huitema en Jan Guichelaar op pagina 198.

Colofon

Het Nieuw Archief voor Wiskunde is een uitgave van het Koninklijk Wiskundig Genootschap en verschijnt vier maal per jaar. Het tijdschrift richt zich op een ieder die zich beroepsmatig met wiskunde bezighoudt, als academisch of industrieel onderzoeker, student, leraar, journalist of beleidsmaker. Het stelt zich ten doel te berichten over ontwikkelingen in de wiskunde in het algemeen en in de Nederlandse wiskunde in het bijzonder.

ISSN 0028-9825

Adres

Nieuw Archief voor Wiskunde
Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden
Postbus 9512, 2300 RA Leiden
tel. 071-5277121, fax 071-5277101
redactie@nieuwarchief.nl
www.nieuwarchief.nl

Hoofredactie

Wil Schilders (w.h.a.schilders@tue.nl)
Ferdinand Verhulst (f.verhulst@uu.nl)

Eindredactie/Bladmanager

Fred Drissen (fred@nieuwarchief.nl)

Redactie

Gunther Cornelissen (g.cornelissen@uu.nl)
Charlene Kalle (charlenekalle@gmail.com)
Nellie Verhoef (n.c.verhoef@gw.utwente.nl)
Steven Wepster (s.a.wepster@uu.nl)

Bureau redactie

Lætitia Diemer
Harm de Vries

Medewerkers

Gerard Alberts (UvA), Johan Bosman (IEM Essen),
Hans Cuypers (TU/e), Gabriele Dalla Torre (UL),
Geertje Hek (UvA), Jinbi Jin (UL), Teun Koetsier
(VU), Ronald van Luijk (UL), Derk Pik (JSG Maimonides),
Hans Sterk (TU/e), Lenny Taelman (UL),
Wouter Zomervrucht (UL)

Illustraties

Ryu Tajiri, Amsterdam

Advertenties

advertenties@nieuwarchief.nl

Abonnementen/Subscriptions

Drukkerij Ten Brink
Postbus 41, 7940 AA Meppel
tel. 0522-855175, fax 0522-855176
admin@wiskgenoot.nl

Abonnementsperiode/Subscription period

Een abonnement gaat in op de dag dat uw aanmelding ontvangen wordt. De opzegtermijn is twee maanden vóór het verstrijken van de abonnementsperiode. / The subscription starts on the day that your application is received. The term of notice is two months before the end of the current subscription period.

Exchange subscriptions

Koninklijk Wiskundig Genootschap Library
Centrum voor Wiskunde en Informatica
Postbus 94079, NL-1090 GB Amsterdam
KWG-exchange@cw.nl, fax +31 20 5924026

Vormgeving

Kitty Molenaar (ontwerp)
Susanne Laws (omslag, begeleiding binnenwerk)
Programmatuur (CONTEX)
Hans Hagen, PRAGMA-ADE, Hasselt (Overijssel)
Druk
Drukkerij Ten Brink, Meppel

Koninklijk Wiskundig Genootschap

Het Koninklijk Wiskundig Genootschap (KWG) is een landelijke vereniging van beoefenaren van de wiskunde. In 1778 opgericht onder de zinspreuk: "Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" is het 's werelds oudste nationale wiskundegenootschap. Leden van het KWG ontvangen het Nieuw Archief voor Wiskunde als onderdeel van hun lidmaatschap.

De contributie voor leden van het KWG bedraagt €80 per jaar. Gepensioneerden en werklozen betalen €40. Studenten ingeschreven aan een Nederlandse universiteit of hbo-opleiding, aio's en oio's kunnen lid worden voor €30 per jaar. Studenten en pas afgestudeerden kunnen een jaar lang gratis lid worden van het KWG. Voor leden van de wiskundige vakverenigingen VVS, NVvW en NVORWO geldt het gereduceerd tarief van €60.

Members of *SIAM*, the *Société Mathématique de France*, the *Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik*, the *Deutsche Mathematiker-Vereinigung*, and of the *American, Australian, Belgian, Indian, London, Spanish, and South-African Mathematical Societies* living outside of the Netherlands pay €60 instead of the full membership fee of €80 a year. Conversely, these foreign societies, as well as the VVS and the NVORWO, have reduced membership fees for KWG-members. A postage charge of €5 is added for members living abroad but in Europe, and a charge of €7,50 for members living outside of Europe. Instituten in Nederland en buitenland kunnen zich abonneren op het Nieuw Archief voor Wiskunde voor €90 respectievelijk €105.

Internetpagina: <http://www.wiskgenoot.nl>

Ledenadministratie

Drukkerij Ten Brink
Postbus 41, 7940 AA Meppel
tel. 0522-855175, fax 0522-855176
admin@wiskgenoot.nl

Bestuur (wiskgenoot@wiskgenoot.nl)

Gert Vegter (RUG, voorzitter), André Ran (VU, ondervoorzitter), Joke Blom (CWI, secretaris), Onno van Gaans (UL, penningmeester), Wieb Bosma (RU), Henk Broer (RUG), Klaas Pieter Hart (TUD), Jenneke Krüger (SLO), Herman te Riele (CWI), Arjen Sevenster

Informatie voor auteurs

Kopij

Het Nieuw Archief voor Wiskunde is een geredigeerd tijdschrift. Kopij dient elektronisch te worden aangeboden aan de hoofdredactie. Uitgebreide informatie en auteursinstructies kunt u vinden op internetpagina <http://www.nieuwarchief.nl>.

Reprints

Auteurs ontvangen een elektronische reprint in pdf-formaat.

Volgende nummers

nummer	verschijningsdatum	deadline kopij
4	05-12-2011	verstreken
1	05-03-2012	24-10-2011
2	04-06-2012	23-01-2012
3	03-09-2012	23-04-2012

Instituutsleden

De publicaties van het Koninklijk Wiskundig Genootschap worden mede mogelijk gemaakt door de bijdragen van de volgende instituten.



Centrum Wiskunde
& Informatica



Rijksuniversiteit Groningen



Universiteit van Amsterdam



Universiteit Leiden



Vrije Universiteit



Universiteit Utrecht



Technische Universiteit
Eindhoven



Eurandom



Technische Universiteit Delft



Universiteit Twente



Radboud Universiteit
Nijmegen

Flsme

Freudenthal Instituut

Op het omslag

Aneurysma's, verwijdingen van bloedvaten, kunnen gevaarlijk zijn voor de patiënt. Door de bloedstromingen in de hersenen nauwkeurig te analyseren, kan men de gevolgen van cerebrale aneurysma's beter inschatten. Lees het artikel van Julia Mikhal en Bernard Geurts op pagina 163.

Wiskunde is overal

De titel van dit redactioneel spreekt voor zich, althans, voor de lezers van dit blad. Omdat het niet vanzelfsprekend is voor niet-wiskundigen, wordt deze slagzin veelvuldig gebruikt in campagnes om 'de wiskunde' beter over het voetlicht te brengen, bij jongeren, bij bedrijven, bij het grote publiek. Soms is er een uitgelezen kans om eens flink uit te pakken met dergelijke campagnes, zoals recent bij de voor het eerst in Nederland gehouden Internationale Wiskunde Olympiade. Een fantastisch evenement, uitermate goed voorbereid en zeer succesvol verlopen. Ook voor de Nederlandse deelnemers, die enkele medailles wisten te bemachtigen.

Vaak concentreren campagnes zich op jongeren en het grote publiek, maar het is ook uitermate belangrijk om bedrijven voor ons vakgebied te winnen. Een van de beste instrumenten in deze context zijn de zogenaamde 'Study Groups with Industry', die inmiddels in vele landen over de gehele wereld worden georganiseerd. Oorspronkelijk ontstaan in Oxford in de jaren 70 van de vorige eeuw, daarna breed uitgedragen door ECMI. Er is een wereldwijde nummering. De historie is te vinden op <http://miis.maths.ox.ac.uk>. In Nederland wordt ieder jaar een SWI georganiseerd, onder auspiciën van het NWO-wiskundecollege NDNS+, en in NAW publiceren we al jaren de verslagen van de problemen die behandeld zijn. Tijdens zulke studiegroepen ontstaan vaak de eerste contacten tussen wiskundigen en bedrijven, welke daarna uitgebouwd kunnen worden. In deze context is het van belang goed na te denken hoe we ons opstellen richting 'de industrie'. De laatste jaren zijn er al vele rapporten verschenen over deze materie (zie bijvoorbeeld <http://www.ceremade.dauphine.fr/FLMI>), maar het lijkt er soms op dat we de gevoelige snaar nog niet hebben geraakt. Inspanningen om bijvoorbeeld in Brussel voet aan de grond te krijgen en wiskunde expliciet te laten noemen (als sleuteldiscipline) in de kaderprogramma's, hebben tot nog toe weinig succes gekend. De vraag is of we dit eigenlijk wel moeten willen. Wiskunde is overal, universeel toepasbaar, in vele disciplines. Goede aansluitingen vinden bij andere vakgebieden lijkt een veel succesvollere strategie dan wiskunde te isoleren.

Het voorgaande is momenteel zeer actueel, omdat het ministerie van Economische Zaken, Landbouw en Innovatie een tiental topsectoren heeft gedefinieerd waar in de komende jaren veel geld heen zal vloeien, inclusief wat ambtenaren 'oud geld' noemen: geld dat voorheen was gereserveerd voor zuiver onderzoek,

maar nu dus overgeheveld is naar deze belangrijke industriële en maatschappelijke sectoren. Voor ons vakgebied is het uitermate belangrijk om hierbij aan te sluiten, anders vloeit het voorheen voor wiskundig onderzoek bedoelde geld naar andere disciplines. Binnen het *Platform Wiskunde Nederland* is er daarom een discussie gaande hoe we hier het best mee om kunnen gaan, onder andere door in overleg te gaan met de sleutelpersonen van de verschillende topsectoren.

De veelzijdigheid van wiskunde wordt ook weer in dit nummer gedemonstreerd. Julia Mikhal en Bernard Geurts beschrijven toepassingen op het gebied van de cerebrale aneurysma's door een nauwkeurige analyse te doen van bloedstromingen in ons brein. Martin Bootsma en Pieter Trapman doen verslag van een evenement op het gebied van infectieziekten, terwijl Hans Schumacher, Kees Oosterlee en Karel In 't Hout de discussie aanzwengelen over de relatie tussen actuariële wetenschappen en financiële wiskunde. Dit is slechts een greep uit de bijdragen, ook op onderwijsgebied en geschiedenis zijn er weer verschillende interessante onderwerpen.

Tenslotte wil ik graag wijzen op het speciale jaar van de wiskunde voor de planeet Aarde waarvoor in 2013 allerlei bijzondere activiteiten worden ontplooid. De aandacht zal uitgaan naar het analyseren van processen in de aardmantel, oceanen en de atmosfeer, met de nadruk op het verkrijgen van meer kennis betreffende het ontstaan van natuurrampen. Maar er zal ook aandacht besteed worden aan de complexe financiële en economische systemen, het world wide web, energieproductie en nog veel meer. Op de officiële website www.mpe2013.org is alle informatie te vinden, alsmede aankondigingen van wedstrijden en andere evenementen. De website bevestigt de titel van dit redactioneel: "Wiskunde speelt een sleutelrol in vele processen welke de planeet Aarde beïnvloeden, zowel als fundamentele discipline alsook in de vorm van een essentiële component van multidisciplinair en interdisciplinair onderzoek." Dit is een mooie samenvatting van wat ons vakgebied behelst, en benadrukt dat beide aspecten van wiskunde noodzakelijk zijn om de problemen van de toekomst op te lossen. Laten we dat ook gezamenlijk uitdragen.

Wil Schilders, hoofdredacteur

deeltijd hoogleraar scientific computing TU Eindhoven

directeur Platform Wiskunde Nederland

president European Consortium for Mathematics in Industry (ECMI)

Agenda

| Upcoming Events

september 2011

5 – 9 september 2011

□ European Women in Mathematics

15de editie van de tweejaarlijkse conferentie van de European Women in Mathematics met Karen Vogtmann als 2011 EWM lecturer

plaats CRM Barcelona, Spanje

info www.crm.cat/ewm

12 – 16 september 2011

□ ECCS'11

Brede Europese conferentie over complexe systemen

plaats Universiteit van Wenen, Oostenrijk

info www.eccs2011.eu

12 – 16 september 2011

□ Creativity: Meaning, Mechanisms, Models

Workshop over de verschillende ideeën die er bestaan over creativiteit. Het doel is om een theorie te ontwikkelen die alle verschillende opvattingen verenigt

plaats Lorentz Center, Leiden

info www.eccs2011.eu

16 september 2011

□ Finale Nederlandse wiskundeolympiade

Finale van de jaarlijkse scholierenwedstrijd

plaats TU/e, Eindhoven

info www.wiskundeolympiade.nl

17 september 2011

□ Open huis Universiteit Twente

In het kader van het vijftigjarige bestaan opent de campus van de Universiteit Twente haar deuren

plaats Universiteit Twente

info www.utwente.nl/organisatie/lustrum/openhuis

23 september 2011

□ Wiskundetoernooi

20ste editie van de jaarlijkse wiskundewedstrijd voor teams van vijf middelbare scholieren uit de bovenbouw

plaats Radboud Universiteit Nijmegen

info www.ru.nl/wiskundetoernooi/editie-2011

23 september 2011

□ Discovery 2011

Uitgaansnacht vol wetenschap, muziek en kunst

plaats Science Center NEMO, Amsterdam

info www.discoveryfestival.nl

oktober 2011

1 – 2 oktober 2011

□ Scientific Festival

Twee dagen vol workshops, demonstraties, presentaties en proefjes met dit jaar als thema 'Actie Reactie!'

plaats Science Center NEMO, Amsterdam

info www.e-nemo.nl/?id=1&s=40&d=1468

5 oktober 2011

□ Thiememeulenhoff Rekendag

De Rekendag is een nieuw initiatief van Thiememeulenhoff om leerkrachten primair onderwijs nog meer te kunnen bieden op het gebied van rekenen, met als thema 'geldrekenen'

plaats Beursplein 5, Amsterdam

info www.thiememeulenhoff.nl/rekendag

5 – 7 oktober 2011

□ Woudschoten Conferentie

36ste Woudschoten Conferentie van de Nederlandse en Vlaamse Numerieke Wiskundige Gemeenschappen

plaats Woudschoten Conferentiecentrum, Zeist

info wsc.project.cwi.nl/conferentieN.php

6 oktober 2011

□ BètaKwadrant

Nascholingscursus met verschillende workshops voor docenten

plaats Universiteit Utrecht

info www.betasteunpunt-utrecht.nl/?pid=132

6 oktober 2011

□ LNVH-jubileumviering

Ter gelegenheid van het 10-jarig bestaan reikt het Landelijk Netwerk Vrouwelijke Hoogleraren eenmalig vier jubileumprijzen uit aan jonge excellente vrouwelijke wetenschappers in alle disciplines

plaats Utrecht

info www.lnvh.nl/site/LNVH-jubileumprijzen

Suggesties voor deze agenda zijn welkom.

Redacteur: Charlene Kalle

agenda@nieuwarchief.nl

7 oktober 2011

Wonder Research School

Dag met een aio-colloquium, een aio-prijzencere-
monie en voordrachten over het werk van Abel-
prijswinnaar John Milnor

plaats Universiteit Utrecht

info web.science.uu.nl/WONDER

8 oktober 2011

Open Dag Science Park Amsterdam

Dag waarop instituten hun deuren openen voor
publiek, met experimenten en lezingen over we-
tenschap en technologie voor jong en oud

plaats Science Park, Amsterdam

info [www.cwi.nl/events/open-day-at-science-park-
amsterdam](http://www.cwi.nl/events/open-day-at-science-park-amsterdam)

8 oktober 2011

Night of the Nerds

Avond vol wetenschap die langzaam verandert van
inhoudelijk event met een feestelijk tintje naar een
feest met inhoud

plaats Science Center NEMO, Amsterdam

info www.nightofthenerds.nl

10 – 12 oktober 2011

YES-V

5de workshop in deze serie voor Young European
Statisticians met als titel 'Adaptation in Nonpara-
metric Statistics'

plaats Eurandom, Eindhoven

info [www.eurandom.nl/events/workshops/2011/
/YES_V/index.yesv.htm](http://www.eurandom.nl/events/workshops/2011/YES_V/index.yesv.htm)

14 – 15 oktober 2011

Masterclass Kettingbreuken

Masterclass voor leerlingen uit 5 en 6 vwo waarin
leerlingen niet alleen veel horen over kettingbreu-
ken, maar er ook zelf mee aan de slag gaan

plaats Universiteit Utrecht

info www.betasteunpunt-utrecht.nl/?pid=151

17 – 21 oktober 2011

Performance 2011

Het 29ste international symposium over computer
performance, modeling, measurements and eva-
luation wordt dit jaar in Amsterdam gehouden

plaats CWI, Amsterdam

info event.cwi.nl/performance2011

24 – 28 oktober 2011

Error in the Sciences

Workshop over de verschillende manieren waarop
met fouten kan worden omgegaan om betrouw-
baarheid te garanderen

plaats Lorentz Center, Leiden

info [www.lorentzcenter.nl/lc/web/2011/460/info.
php3?wsid=460](http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2011/460/info.php3?wsid=460)

27 – 29 oktober 2011

Quantum Physics and Logic

Dit congres brengt onderzoekers samen die zich
bezighouden met wiskundige fundamenteën van
quantumfysica, quantum gegevensverwerking en
spatio-temporele causale structuren

plaats Faculty Club Huize Heyendaal, Nijmegen

info www.qpl.science.ru.nl

31 oktober – 4 november 2011

Tipping Points in Complex Flows

Workshop over methodes die toegepast kunnen
worden bij bestudering van bifurcatieverschijnse-
len in verschillende soorten dynamische systemen

plaats Lorentz Center, Leiden

info [lorentzcenter.nl/lc/web/2011/459/info.php3?
wsid=459](http://lorentzcenter.nl/lc/web/2011/459/info.php3?wsid=459)

november 2011

5 november 2011

Studiedag/Jaarvergadering NVvW

Jaarlijkse studiedag van de Nederlandse Vereni-
ging van Wiskundeleraren met als thema 'Wiskun-
de werkt; reken maar!'

plaats Freudenthal Instituut, Utrecht

info www.nvww.nl/page.php?id=8632&rid=971

7 – 11 november 2011

Dutch-Japanese Workshop

Workshop over de analyse van partiële differen-
tiaalvergelijkingen met directe toepassingen in
materiaalkunde en levenswetenschappen

plaats Eurandom, Eindhoven

info [www.eurandom.nl/events/workshops/2011/
/Dutch-Jap/index.DutchJap.htm](http://www.eurandom.nl/events/workshops/2011/Dutch-Jap/index.DutchJap.htm)

7 – 11 november 2011

Uncertainty Analysis in Geophysical Inverse Problems

Workshop over onzekerheden die optreden bij het
oplossen van inverse problemen

plaats Lorentz Center, Leiden

info [www.lorentzcenter.nl/lc/web/2011/463/info.
php3?wsid=463](http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2011/463/info.php3?wsid=463)

14 – 16 november 2011

4oste Bijeenkomst Stochastici

Jaarlijkse bijeenkomst van Nederlandse stochas-
tici en statistici

plaats Conferentiecentrum De Werelt, Lunteren

info www.cwi.nl

15 november 2011 – 27 maart 2012

Tools for thinking - dynamisch modelleren in de bètavakken

Nascholingstraject van zes dagdelen voor docen-
ten in de bovenbouw over modelleren als tool voor
wetenschappelijk onderzoek.

plaats Technische Universiteit Eindhoven

info www.betablackbelt.nl

25 november 2011

Zekerheden in waarnemingen

De jaarlijkse studiedag van het Obe Postma Sels-
kip zal gewijd zijn aan de natuurwetenschappelij-
ke ontwikkelingen rondom 1900 en over de onder-
werpen waar Obe Postma over publiceerde

plaats Tresoar, Leeuwarden

info www.obepostma.nl

28 november – 2 december 2011

Mathematics: Algorithms and Proofs

Doel van de workshop is het samenbrengen van
mensen uit constructieve wiskunde, formele be-
wijzen en computeralgebra

plaats Lorentz Center, Leiden

info [www.lorentzcenter.nl/lc/web/2011/467/info.
php3?wsid=467](http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2011/467/info.php3?wsid=467)

december 2011 – februari 2012

1 – 2 december 2011

WCNT 2011

Workshop over computationele getaltheorie ter
gelegenheid van het afscheid van Herman te Riele
bij het CWI

plaats CWI, Amsterdam

info event.cwi.nl/wcnt2011

30 januari – 3 februari 2012

SWI 2012

Jaarlijkse Studiegroep Wiskunde met de Industrie
waarin wiskundigen werken aan open problemen
uit de industrie

plaats Eurandom, Eindhoven

info [www.eurandom.nl/events/workshops/2012/
/SWI.2012](http://www.eurandom.nl/events/workshops/2012/SWI.2012)

3 – 4 februari 2012

Nationale Wiskundedagen

Dag voor leraren in het voortgezet onderwijs

plaats NH Leeuwenhorst, Noordwijkerhout

info www.fi.uu.nl/nwd

Nieuws

| News

Bifurcatietheorie voor biologische puzzels

Twee artikelen van een groep onderzoekers in Japan die eind juni zijn verschenen in de *Journal of General Physiology* illustreren de kracht van bifurcatietheorie en het gebruik van dynamische systemen bij het oplossen van biologische puzzels. In de artikelen worden computersimulaties gepresenteerd voor elektrische activiteit in bètacellen in de alvleesklier. Deze cellen zijn verantwoordelijk voor het maken en vrijgeven van insuline. Vervolgens worden bifurcatiediagrammen ingezet om het gedrag van het model te analyseren.

De twee artikelen zijn voorzien van commentaar door Arthur Sherman van de National Institute of Health. Volgens Sherman kunnen de methodes uit deze artikelen toegepast worden op veel meer complexe celprocessen. Bifurcatietheorie is een krachtig hulpmiddel bij het ontleden van complexe systemen door ze onder te verdelen in parameterafhankelijke gebieden met verschillende gedragspatronen. Volgens Sherman zal het belang van dynamische modellen in biologische processen alleen nog maar verder toenemen, omdat door moderne technieken het bestaan van steeds meer en complexere celmechanismen aan het licht komt.

Bron: www.eurekalert.org

Een heleboole werk

De University College Cork in Ierland heeft ongeveer vierduizend boeken en artikelen van George Boole digitaal beschikbaar gemaakt voor het algemene publiek. Een aantal brieven van de wiskundige die recent zijn ontdekt, zijn eveneens gedigitaliseerd.

Boole was de eerste wiskundeprofessor aan de University College Cork (UCC), dat in de negentiende eeuw nog Queen's College Cork heette. Hij vond de Booleaanse logica uit en Booleaanse algebra's worden op diverse plaatsen in de wiskunde gebruikt. Hij wordt ook wel de grondlegger van de informatica genoemd.

De originele stukken bevinden zich in de Boole Library van de UCC. Er is twee jaar lang aan het project gewerkt, maar sinds afgelopen zomer is alles op het internet te bezichtigen. Bron: www.irishtimes.com



George Boole (1815–1864)

Kinderspel

De leerlingen van groep 7 van de Cornelis Musiusschool uit Delft zijn de trotse ontwerpers van een echt rekenspel. In het kader van het project 'Designed by Kids' van Wetenschapsknooppunt Delft ging de hele klas aan de slag om een spel te ontwerpen voor het leren van de tafels. Het spel dat daaruit voortgekomen is heet het Grote Goudmijnspel. Op elk vakje staat een som die de speler moet oplossen en onder het

Deze rubriek is een kroniek van wiskundige activiteiten in Nederland. Toekomstige activiteiten worden aangekondigd en van voorbije activiteiten wordt verslag gedaan. Wilt u uw aankondiging of verslag in deze rubriek geplaatst zien? Stuur ons dan uw bijdrage van ± 350 woorden, zo mogelijk met illustratie. De redactie behoudt zich het recht voor berichten te weigeren of in te korten.

Redacteur: Charlene Kalle

nieuws@nieuwarchief.nl

vakje staat het antwoord. Je kunt de tafels oefenen op verschillende snelheden en niveaus. Komende winter wordt het Grote Goudmijnspeel ook daadwerkelijk op de markt gebracht door schoolleverancier Heutink.

Bron: www.wtacademie.nl



Een kwart miljoen kleine rekenaars

Aan de Grote Rekendag (GRD) hebben het afgelopen jaar meer dan een kwart miljoen leerlingen meegedaan. Dit jaar werd de GRD voor de negende keer georganiseerd en de organisatie lag in handen van het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht. Op ongeveer duizend basisscholen in Nederland en Vlaanderen bogen de leerlingen zich op 13 April over rekenopdrachten binnen het thema 'Weet je het zeker? Redeneren en combineren'. Het materiaal dat door het Freudenthal Instituut geleverd werd bestond uit een boek, video- en geluidsfragmenten en powerpointpresentaties.

Bron: www.uu.nl

Doorgedraaid

Hoewel vorig jaar is bewezen dat 'God's number', het maximale aantal stappen dat nodig is om een Rubiks kubus op te lossen, gelijk is aan 20, is het onderzoek naar de puzzel nog lang niet afgerond. Afgelopen juni hebben Erik Demaine, een informaticus aan het Massachusetts Institute of Technology, en een aantal collega's een algoritme gepresenteerd dat gebruikt kan worden voor het oplossen van willekeurig grote Rubiks kubussen. Het algoritme laat zien dat het aantal stappen dat nodig is voor het oplossen van een $n \times n \times n$ kubus ongeveer proportioneel is met $n^2/\log n$.

Om dit getal te vinden heeft Demaine een truc bestudeerd die veel kubusoplossers toepassen: het verplaatsen van een enkel vakje naar de juiste positie terwijl alle andere vakjes zo veel mogelijk op hun plaats blijven. Het is bekend dat het aantal stappen dat nodig is om een kubus met deze techniek op te lossen proportioneel is met n^2 . Demaine en zijn collega's hebben de methode effectiever gemaakt door zich niet op een enkel vakje te concentreren, maar door groepen

vakjes die dezelfde richting op moeten tegelijk te verplaatsen. Dit geeft het getal $n^2/\log n$.

Er zijn nog altijd veel Rubiks kubusvragen onbeantwoord. De eerste vraag waar Demaine zich mee bezig wil houden is om de benadering $n^2/\log n$ precies te maken voor iedere n . Ook zijn de 'God's numbers' voor alle Rubiks kubussen groter dan $3 \times 3 \times 3$ nog onbekend.

Bron: www.newscientist.com

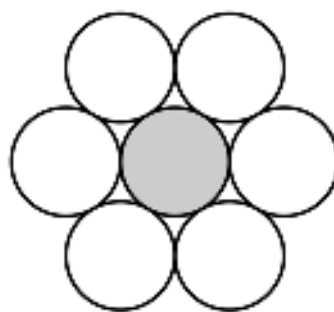
Lichtgeraakt

Frank Vallentin van de Technische Universiteit Delft en het Centrum Wiskunde & Informatica en Christine Bachoc van de Universiteit van Bordeaux ontvingen de prestigieuze SIAG/Optimalisatieprijs voor hun wiskundige onderzoek naar het kusgetal. Het kusgetal is het aantal bollen dat tegelijkertijd een centrale bol kan aanraken zonder dat de bollen elkaar overlappen. In twee dimensies is het kusgetal 6, wat je zelf makkelijk kunt nagaan met euromunten. In drie dimensies is het kusgetal 12, iets wat al door Newton werd beweerd, maar pas in de jaren '50 bewezen werd. Vanaf dimensie vijf is de exacte waarde van het kusgetal voor de meeste dimensies onbekend.

Bachoc en Vallentin ontvingen de SIAG/OPT-prijs voor hun artikel 'New upper bounds for kissing numbers from semidefinite programming', dat in 2008 in de *Journal of the American Mathematical Society* werd gepubliceerd. Hierin berekenden Bachoc en Vallentin nieuwe bovengrenzen voor het 'kussen' in hogere dimensies. Zij ontwikkelden een nieuwe methode, gebaseerd op semi-definiet programmeren, harmonische analyse en invariantentheorie. Dit resulteerde in de scherpste bovengrenzen die op dit moment bekend zijn.

SIAG/OPT is een prijs van de internationale vereniging voor industriële en toegepaste wiskunde SIAM, die om de drie jaar wordt toegekend aan de auteurs van 'het meest opvallende artikel in optimalisatie in de vier jaar voorafgaande aan het jaar van de prijs'. De commissie vond dit onderzoek "een mooi voorbeeld van het gebruik van computationele optimalisatie om de zuivere wiskunde vooruit te brengen". Het onderzoek naar het kusgetal heeft toepassingen in de meetkunde, foutcorrigerende codes in de telecommunicatie en materiaalkunde.

Bron: www.cwi.nl/nieuws/all



Angst is een gat in de markt

Recent onderzoek aan Tel Aviv University laat zien hoe beurshandelaren beter kunnen inspelen op de onvoorspelbaarheid van de markt. Als er angst ontstaat onder handelaren, dan kan dit leiden tot chaos. Onderzoekers Eshel Ben-Jacob, Dror Kenett en Yoash Shapira hebben de dynamica van de volatiliteit op de markt over een lange termijn geanalyseerd en hebben zekere patronen ontdekt.

Volgens Ben-Jacob wordt er momenteel vanuit gegaan dat gebeur-

tenissen binnen de markt willekeurig en ongerelateerd zijn: wat de ene dag gebeurt heeft geen invloed op de gebeurtenissen van de dag erna. Dit is onrealistisch en Ben-Jacob zegt dat een gevoel van onzekerheid langer blijft hangen, zelfs als de gebeurtenis zelf al vergeten is. De onderzoekers bestudeerden de gegevens van tien effectenbeurzen in zeven verschillende landen over vijftig jaar. Ze lieten een sterke correlatie zien tussen de hoogte van de volatiliteit en de prijsvariaties in de markt. Een hogere volatiliteit staat volgens Shapira voor meer angst.

Volgens Ben-Jacob is het verstandig als investeerders hun portfolio uitbreiden met aandelen waarvan de volatiliteit zich anders gedraagt door zowel aandelen met een hoge en lage volatiliteit op te nemen als aandelen met een volatiliteit die snel verandert. Als je ervan uitgaat dat er orde in de chaos bestaat, dan wordt het mogelijk om te voorspellen hoe de volatiliteit zich in de tijd zal ontwikkelen en handelaren zouden daar gebruik van kunnen maken.

Bron: www.aftau.org

Een stap in de goede richting

Utrechtse masterstudent Raoul Schram heeft samen met zijn begeleiders wiskundige Rob Bisseling en natuurkundige Gerard Barkema het aantal manieren berekend om 36 stappen te zetten in een rooster, zonder twee keer op dezelfde plek te komen. Het vorige record van 30 stappen was in handen van een team van Australische wiskundigen. De resultaten van het onderzoek zijn onlangs gepubliceerd in het wetenschappelijk tijdschrift *Journal of Statistical Mechanics*.

Om tot de oplossing te komen bedachten Barkema, Bisseling en Schram een methode om duizend keer sneller te rekenen aan deze zelfmijdende wandelingen. Naast het slim aan elkaar plakken van wandelingen van de halve lengte, wisten de wetenschappers ook de tweehonderd processoren van de Huygens supercomputer efficiënter in te zetten. Op deze manier berekenden de onderzoekers dat er exact 2.941.370.856.334.701.726.560.670 verschillende zelfmijdende wandelingen van 36 stappen zijn in een driedimensionaal rooster.

Door te rekenen aan zelfmijdende wandelingen is het gedrag van langwerpige moleculen, zoals polymeren, te beschrijven. Het aantal manieren waarop deze moleculen als een soort van kronkelweg kunnen worden opgevouwen, heeft namelijk invloed op eigenschappen als stroperigheid.

Bron: www.uu.nl/NL/Actueel

Doe-het-zelf wiskunde

In 2012 zal in New York een wiskundemuseum geopend worden, MoMath genaamd. Wiskundige Glen Whitney is al drie jaar bezig met het uitdenken van de invulling ervan.

Whitney studeerde wiskunde aan Harvard University, promoveerde aan de University of California en was daarna nog een tijdje verbonden aan de University of Michigan. Daarna ging hij aan de slag bij Renaissance Technologies, waar hij zich bezig hield met modellen voor optieprijs. In 2008 nam hij ontslag om zijn echte droom na te jagen: mensen ervan overtuigen dat wiskunde leuk en mooi is.

Om dit doel te bereiken wil Whitney in zijn museum gebruik gaan maken van kleurrijke interactieve opstellingen. Er zal bijvoorbeeld een fiets met vierkante wielen komen, waarmee bezoekers soepel kunnen rijden over een golvend oppervlak. Een ander idee is het maken van een grote kubus met vierkante gaten in de zijanten in een fractaalachtige structuur, een zogenaamde Mengerspons. Als een bezoeker de kubus diagonaal uit elkaar trekt, dan veranderen de gaten in sterren met zes punten.

Op het moment is er in de Verenigde Staten geen enkel museum volledig gewijd aan wiskunde. Er is een tijdje een klein museum geweest, maar dat is in 2006 gesloten. Voor de oprichting van het museum heeft Whitney 22 miljoen dollar opgehaald. Hiervan heeft Google twee miljoen bijgedragen, maar het meeste geld komt van individuele sponsors.

Bron: www.nytimes.com

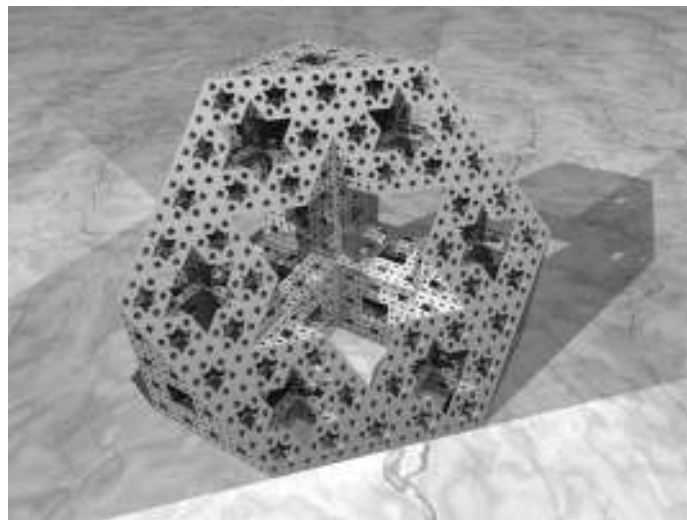


Foto: flickr.com (fecomite)

Leerlingen geven Euler een nieuwe dimensie

Op donderdag 9 juni ontvingen 21 leerlingen uit 6 vwo de KNAW Onderwijsprijs. Ze krijgen de prijs, een studiebeurs van 1500 euro omdat hun profielwerkstuk volgens een jury van topwetenschappers tot de twaalf beste van Nederland behoort. Ook hun begeleidende docenten en de school vallen in de prijzen.

Onder de winnende profielwerkstukken is er een met een wiskundig onderwerp: 'De formule van Euler in reguliere polytopen'. Nathan Kraaijeveld en Patrick van Dielen van christelijk scholengemeenschap De Goudse Waarden uit Gouda gingen onder begeleiding van hun wiskundedocent H. Blauwendraat aan de slag met de formule van Euler, over het verband tussen het aantal hoekpunten, ribben en grensvlakken van een veelvlak. In hun profielwerkstuk bewijzen zij deze formule en vervolgens generaliseren ze deze naar veelvlakken in elke dimensie.

De KNAW lanceerde de KNAW Onderwijsprijs in 2008 ter gelegenheid van haar tweehonderdjarig bestaan. In totaal ontving de KNAW 441 profielwerkstukken van 168 scholen. Alle winnende leerlingen maakten een YouTube-filmpje over hun werkstuk. Die zijn te zien op www.youtube.com/knawonderwijsprijs

Bron: www.knaw.nl

Spetterende wiskunst

Na een wiskundige analyse blijkt dat de bekende druppelschilderijen van Jackson Pollock geen haastig op het doek geworpen slierten verf zijn, maar dat de schilder weldoordacht en langzaam te werk is gegaan. Volgens wiskundige Lakshminarayanan Mahadevan experimenteerde Pollock met vloeistofdynamica. Hij moest de natuurkunde zijn werk laten doen om het gewenste effect te krijgen.

Mahadevan, zelf werkzaam aan Harvard, schreef samen met natuurkundige Andrzej Herczyński en kunsthistoricus Claude Cernuschi van Boston College een artikel over het werk van Pollock. Het doel van dit artikel, dat onlangs verscheen in *Physics Today*, is om bepaalde as-

pecten van kunst in een wetenschappelijk perspectief te plaatsen. Het artikel geeft nieuw inzicht in de techniek van Pollock en zijn waardering voor de schoonheid van natuurlijke fenomenen.

Pollock maakte de druppelschilderijen door het doek op de grond te leggen en daar vervolgens met ritmische bewegingen verf op te laten druipen. Hiervoor doopte hij een stok of een handdoek in de verf en bewoog dat op verschillende hoogtes boven het doek heen en weer. De slierten verf die zo loskomen kunnen zich op verschillende manieren ontwikkelen. De sliert kan breken en druppels vormen, kan spetteren als het op het doek terecht komt of er kunnen allerlei kronkelende lijnen op het doek ontstaan. Pollock probeerde vooral dit laatste effect te bereiken.

Mahadevan en zijn collega's onderzochten een schilderij in zwart en rood met de naam 'Untitled 1948-49'. Om de kleine lussen en kronkelende lijnen te krijgen zoals op dit schilderij te zien zijn, moest Pollock de verf van hoog boven het doek laten vallen en zijn hand heel langzaam bewegen. De verschillende effecten op zijn schilderijen laten zien dat Pollock veel geëxperimenteerd moet hebben met verschillende soorten verf en verschillende bewegingen. De onderzoekers vragen zich af of het met een beter begrip van vloeistofdynamica mogelijk is om nieuwe effecten te creëren en zo nieuwe 'Pollocks' te maken.

Bron: www.seas.harvard.edu



Foto: The Pollock-Krasner Foundation/Artists Rights Society

geIM0tieveerd

De Internationale Wiskunde Olympiade (IMO) wordt ieder jaar in juli in een ander land gehouden en ieder jaar worden, na intensieve training, zes leerlingen geselecteerd die als Nederlandse afvaardiging aan deze olympiade mee mogen doen. Sander Houwen (filmer/documentairemaker) heeft vorig jaar de leerlingen en trainers bij de IMO-training gevolgd, van het eerste trainingsweekend in november, via de Beneluxolympiade naar de uiteindelijke bekendmaking van het team dat naar de IMO in Kazachstan ging (juli 2010). De documentaire die daaruit is ontstaan heet 'Ik denk dat het willen winnen is' en is nu te bekijken op de website www.houwenmedia.nl.

Bron: www.wiskundebrief.nl

Wiskunde op een rijtje

In juni is een lijst verschenen van de vijftig meest invloedrijke universiteiten op dit moment op het gebied van wiskunde. De lijst is samenge-

steld op basis van de publicaties die verschenen zijn tussen 1 januari 2001 en 28 februari 2011 en is gebaseerd op het aantal citaties per publicatie.

De lijst wordt aangevoerd door de John Hopkins University, die met relatief weinig publicaties een hoog aantal citaties op haar naam heeft staan. De eerste Europese onderzoeksinstituten op de lijst is Imperial College London op de dertiende plaats. Van de vijftig instituten op de lijst zijn er 35 uit de Verenigde Staten, vier uit Engeland en drie uit Frankrijk. De andere plaatsen worden ingenomen door Australië, België, Canada, China, Israël, Oostenrijk, Singapore en Zwitserland met ieder één instituut.

Het meest geciteerde artikel uit deze periode was van Mark Newman van de University of Michigan. Het heet 'The structure and function of complex networks' en verscheen in 2003.

Bron: www.timeshighereducation.co.uk

Eredoctoraat voor Lex Schrijver

Op 13 mei heeft wiskundige Lex Schrijver, vooraanstaand onderzoeker aan het Centrum Wiskunde & Informatica (CWI) in Amsterdam en hoogleraar Discrete wiskunde en optimalisering aan de Universiteit van Amsterdam (UvA), een eredoctoraat toegekend gekregen van de Eötvös Loránd Universiteit (ELTE) in Boedapest. De ELTE heeft een lange traditie van toponderzoek in de wiskunde en in het bijzonder in de discrete wiskunde, het onderzoeksgebied van Schrijver.

Onderzoek in discrete wiskunde is vaak fundamenteel, maar heeft ook diverse praktische toepassingen, zoals bijvoorbeeld bij plannen en optimalisatie. Het compleet nieuwe spoorboekje van de Nederlandse Spoorwegen dat in 2007 werd ingevoerd kwam voort uit onderzoek van Schrijver samen met Adri Steenbeek. Hun werk werd in 2008 bekroond met de Franz Edelman Award.

Schrijver ontving in 2002 al een eredoctoraat van de Universiteit van Waterloo in Canada. Verder kreeg hij onder andere de prestigieuze Spinozapremie en werd hij benoemd tot Ridder in de Orde van de Nederlandse Leeuw. Hij bekleedde gasthoogleraarschappen aan verschillende buitenlandse universiteiten en is lid van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen en van drie buitenlandse academies. In 1977 promoveerde Schrijver aan de Vrije Universiteit in Amsterdam. Van 1983 tot 1989 was hij hoogleraar in Tilburg, waarna hij in dienst trad bij het CWI. Sinds 1990 is hij daarnaast hoogleraar wiskunde aan de UvA.

Bron: www.cwi.nl/nieuws/all



Foto: Arie Wagenaar

Vol van octaëders en tetraëders

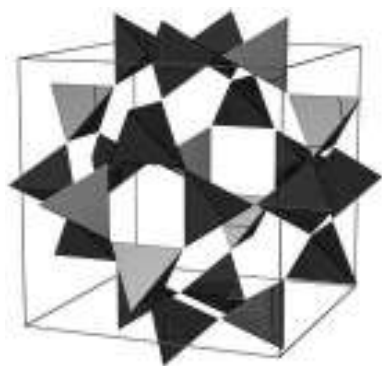
Yang Jiao en Salvatore Torquato, beiden verbonden aan Princeton University, zijn oude bekenden als het gaat om het opvullen van de drie-

dimensionale ruimte met verschillende meetkundige objecten. De afgelopen jaren hebben ze samen verschillende resultaten behaald op het gebied van bolpakkingen: zo veel mogelijk van de ruimte vullen met bollen van gelijke grootte. In een artikel dat afgelopen zomer verscheen, hebben ze samen met John Conway, ook van Princeton, gekeken naar betegelingen van de ruimte. Ze hebben octaëders en tetraëders gebruikt om de hele ruimte zonder gaten mee op te vullen.

De simpelste manier om de ruimte op te vullen met regelmatige veelvlakken is door kubussen op elkaar te stapelen. Ook is er al lang een betegeling bekend met octaëders en tetraëders waarbij ieder octaëder vergezeld wordt door twee regelmatige tetraëders. Conway, Jiao en Torquato hebben een nieuwe betegeling gevonden waarbij ieder octaëder vergezeld wordt door zes kleinere tetraëders. Volgens Torquato is deze betegeling op een essentiële manier anders dan de tot nu toe bekende betegelingen met dezelfde veelvlakken. Bovendien heeft de betegeling een veel rijkere structuur. De ruimte wordt onderverdeeld in 694 aparte concave cellen die herhaald worden. Er zijn oneindig veel variaties op deze betegeling mogelijk.

Volgens Torquato is het verwonderlijk dat deze betegeling zo lang over het hoofd is gezien. Mogelijke toepassingen van deze resultaten liggen vooral op het gebied van materiaalkunde, bij het bestuderen van eigenschappen van materialen bijvoorbeeld en het ontwerpen van nieuwe materialen, maar ook bij het verbeteren van transportnetwerken of het opslaan van data.

Bron: www.vadvent.co.uk



Illustratie: Ruggero Gabbrilli

Videolesen voor wiskunde D

De Universiteit Twente (UT) gaat komend schooljaar middelbare scholen begeleiden bij het geven van videolesen bij het bovenbouwvak wiskunde D. Volgens Jan van der Veen, vakdidacticus natuurkunde van de UT-lerarenopleiding ELAN en bij het project betrokken, zijn videolesen een logische oplossing voor twee problemen. "Je hebt voor wiskunde D een beperkt aantal specialisten. En er is een beperkt aantal leerlingen dat het vak kiest. Voeg die twee bij elkaar en je moet wel bij deze oplossing uitkomen. In ieder geval om het te proberen."

Komend schooljaar begeleidt de UT zeventien middelbare scholen die zijn aangesloten bij het innovatieproject 'Videolesen regionaal verzorgd'. Behalve voor wiskunde D wordt onderzocht of lessen via videoconferencing kunnen worden ingezet bij de vakken informatica en natuur, leven en technologie.

Bron: www.utnieuws.nl

Opzienbarende onderzoeksresultaten van masterstudenten UvA

Een aantal studenten van de Universiteit van Amsterdam hebben belangrijke resultaten verkregen tijdens hun onderzoek voor de master

Mathematics and Science Education. In juli hebben ze hun resultaten gepresenteerd tijdens de Psychology in Mathematics Education Conference in Ankara, Turkije.

Özcan Demir en Amdeberhan Ayeligne deden onderzoek naar retentie (het vasthouden van kennis) en ontdekten hardnekkige wiskundige misconcepties bij masterstudenten, die wiskunde als hoofdrichting in de bachelors hadden. Ze gebruikten hier vooral het begrip 'limieten' voor. Een van de belangrijkste bevindingen was dat zelfs masterstudenten die op een hoog niveau werden onderwezen in wiskunde, dezelfde soort misvattingen vertonen zoals naar voren komt uit literatuur voor middelbare scholieren en bachelorstudenten.

Athina Stagalinou en Reshmi Pradeep deden onderzoek naar het leren van breuken in het middelbaar onderwijs en vonden dat de zogenaamde 'rekenen-algebra overgang' (begrijpen dat $1/x$ lijkt op $1/3$) veel problematischer is dan tot nu toe gedacht. Ze ontdekten dat de moeilijkheden die scholieren ondervinden bij de overgang van rekenen naar algebra zijn verbonden met een gebrek aan procedurele vaardigheid op rekenkundig niveau.

Bron: www.science.uva.nl

Best Paper Award voor LIO

Gertjan Klijn, gedurende de afgelopen twee jaar met subsidie van NWO leraar in onderzoek (LIO) bij de afdeling wiskunde aan de Vrije Universiteit te Amsterdam, heeft op 23 juni 2011 in Guanajuato, Mexico, een Best Paper Award gekregen. Klijn (midden op de foto), ontving de onderscheiding uit handen van de president van IFToMM (International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science), professor Marco Ceccarelli (links op de foto), tijdens het 13de wereldcongres van de federatie. De award was ter beschikking gesteld door Nathalie Jacobs van uitgeverij Springer (op de foto tussen Klijn en Ceccarelli). Klijn kreeg de award voor zijn artikel 'A Note on Stephenson's Valve Gear and its Analysis in the 1850s'. Klijn, die leraar wiskunde is aan het Bertrand Russell College in Krommenie, heeft op de VU de redactie gevoerd van het *Biografische Woordenboek van Nederlandse Wiskundigen* (www.bwnw.nl) en daarnaast onderzoek gedaan naar de wijze waarop in de negentiende eeuw de stoomschuif van Stephenson wiskundig werd geanalyseerd. Die stoomschuif regelde op een locomotief de toevoer en afvoer van stoom bij de cilinder. *De Nieuwe Wiskrant* van juni 2011 bevat een artikel over het onderzoek van Klijn, getiteld 'Stoommachineromantiek voor Wiskundigen'.

Bron: Teun Koetsier



Julia Mikhal

Multiscale Modeling and Simulation
Department of Applied Mathematics
University of Twente
Postbus 217
7500 AE Enschede
j.mikhal@ewi.utwente.nl

Bernard Geurts

Multiscale Modeling and Simulation
Department of Applied Mathematics
University of Twente
Postbus 217
7500 AE Enschede
b.j.geurts@utwente.nl

Research

Bounding solutions for cerebral aneurysms

Cerebral aneurysms are weak spots in the vessel structure of the brain, which present a serious problem to the patient. Julia Mikhal and Bernard Geurts present the application of an Immersed Boundary (IB) method to the simulation of blood flow through such aneurysms. The goal is to understand the flow in these diseased parts of the human brain system and to assess the risk of rupture. The IB method is applied to a generic model aneurysm for which the authors study the flow and forces on the vessel wall at a variety of physiological conditions. The definition of complex aneurysm geometries is hampered by uncertainties associated with the available spatial resolution of medical images. With the IB method one may readily approximate flow dynamics for the ‘most likely’ reference vessel shape as well as for ‘nearby’ bounding geometries. The latter approximations are respectively ‘inner’ or ‘outer’ with respect to the likely reference geometry. Several important characteristics of the flow inside the reference geometry appear to be bounded by the solutions corresponding to the inner and outer geometries. Although no strict mathematical bounding property has been established, numerical experimentation shows the practical bounding property of inner and outer simulations. The authors illustrate their numerical method on the selected ‘model aneurysm’ and show the sensitivity of the solution to inherent variations in the definition of the flow domain and flow conditions. Julia Mikhal was the winner of the Philips Wiskundeprijs voor Promovendi 2011.

Cerebral aneurysms may form and gradually develop on blood vessels in a human brain. The main risk area is the so-called ‘circle of Willis’ — the primary net of vessels through which blood is delivered to the brain. The most common locations for aneurysms to appear are near bifurcations of vessels [1]. Over time the vessel wall may be weakened and additional cavities may form, stimulated by the

ongoing pulsatility of blood flow. There are two principal methods of treatment: (i) surgical clipping near the ‘neck’ of the aneurysm, and (ii) filling the aneurysm cavity with a coiled metal wire. A main challenge is to balance the developing risk of aneurysm rupture with the risk of complications due to the surgical intervention. The coiling procedure is less intrusive and less risky than the clipping

approach, although also during insertion of a coil considerable additional forces act on the aneurysm wall that may provoke rupture [7]. Understanding and quantifying the risk of rupture may help with the planning of surgical intervention: in some cases it is better not to start surgery in view of these additional complications. Computational modeling can be an important support in the treatment — in this paper we sketch the use of an immersed boundary method to obtain flow and forces from a computer simulation, and consequently arrive at a basic ingredient for future risk modeling.

These days, the diagnostics of cerebral aneurysms is based on a rotational angiography procedure during which 2D and 3D images of the often complex vessel structure are determined [3, 9]. Based on impressions of, e.g., size, shape and location of possible aneurysms, medical decisions are made regarding further treatment. Considerable heuristics and a large volume of circumstantial knowledge is implicitly embedded in such decision processes. Through numerical simulation of flow patterns inside actual vessel structures one may augment the current

mode of operation by patient-specific prediction of forces on the aneurysm walls. In this paper we illustrate how an immersed boundary method can be used, not only to predict the flow dynamics, but also to provide an impression of upper and lower bounds for a range of key flow properties. This can be used to quantify the sensitivity of the predictions to input uncertainties, but also suggests savings in the computational effort by bounding flow properties with inner and outer predictions obtained at rather coarse spatial resolutions.

The flow of blood is modeled by approximating it as a Newtonian fluid, i.e., governed by the incompressible Navier–Stokes equations. The dynamic consequences of non-Newtonian corrections were found to be quite small [2, 5, 10]. The flow is predicted on the basis of an immersed boundary method [8]. Basic to this approach is the so-called binary ‘masking function’ H with which the complex geometries of (diseased) human blood vessels is represented. In fact, we specify the geometry by identifying which locations are inside a solid part ($H = 1$) of the domain and which are in a fluid part ($H = 0$). The pattern of 0’s and 1’s on a given spatial grid provides a ‘staircase’ approximation of the vessel geometry, and allows to numerically simulate the flow, consistent with the impenetrability of the solid brain tissue. The use of a masking function yields a fast and simple definition of patient-specific geometries that were obtained from an angiography procedure. Moreover, slight uncertainty in the precise location of the boundary between the solid ($H = 1$) and the fluid ($H = 0$) part of a recorded angiography can be accommodated for. In the sequel, we will sketch the numerical method, present the prediction of flow and forces in a model aneurysm and describe the use of inner and outer masking functions to provide practical bounds for various flow characteristics.

Immersed Boundary method

We simulate the flow of blood inside the human brain by solving the incompressible Navier–Stokes equations:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

$$\text{with } \mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ at } \partial\Omega_f. \quad (3)$$

Here $\mathbf{u}$ is the velocity of the fluid in the flow domain Ω_f , p is the pressure and $\text{Re} = UL/\nu$ is the Reynolds number, in terms of a refer-

ence velocity (U), a reference length scale (L) and the kinematic viscosity (ν). In this paper the length scale is of the order of the diameter of a vessel connecting to an aneurysm, while the reference velocity is of the order of the bulk velocity derived from the mass flow rate Q and the cross-sectional area of a vessel A , i.e., $U = Q/A$.

The non-dimensional parameter Re is interpreted here as a measure for the speed of the blood flow, assuming the viscosity and the length scale parameter to be fixed. To appreciate the flow regime, e.g., laminar or turbulent flow, it is important to estimate the value of Re . In the circle of Willis a typical diameter of a vessel is $D \approx 0.42 \pm 0.09$ cm [6]. The kinematic viscosity is on the order of $\nu \approx 3.5 \cdot 10^{-6}$ m²/s [12]. Finally, a typical mass flow rate $Q \approx 245$ ml/min [4], which implies a velocity $U \approx 0.3$ m/s. These numbers lead to a Reynolds number $\text{Re} \approx 350$. Since the Reynolds number can vary considerably from person to person, depending on a number of aspects such as the level of activity at a given time, the precise vasculature that is present or the actual viscosity of the blood, we will consider the physiologically relevant range $\text{Re} = 100$ –500 in the computations. This corresponds to a laminar, possibly unsteady flow regime. We discretize the system of Navier–Stokes equations by adopting a symmetry-preserving finite volume method in combination with a time-stepping method of Adams–Bashforth type [13].

The forcing term $\mathbf{f}$ on the right hand side of the Navier–Stokes equations is used to represent the condition that brain tissue can not be penetrated by the flow. This condition can be represented in various ways. In the current immersed boundary approach we adopt a volume penalization that depends linearly on the flow velocity $\mathbf{u}$. In particular, we select the forcing in the following way:

$$\mathbf{f} = -\frac{1}{\varepsilon} H(\mathbf{x}) \mathbf{u}.$$

Here H is the so-called masking function and the ‘relaxation time’ $\varepsilon \ll 1$. The masking function H is a binary function that takes the value ‘0’ if $\mathbf{x}$ is in the fluid-filled part of the physical domain and the value ‘1’ for all $\mathbf{x}$ in the solid part (see Figure 1). The linear forcing term induces a very strong restoring influence on any non-zero flow inside the solid brain tissue. This results in negligible velocities where $H = 1$; we adopt $\varepsilon = 10^{-10}$ and observed maximal residual velocity values in the solid on the order of $\sqrt{\varepsilon}$. Hence, the volume

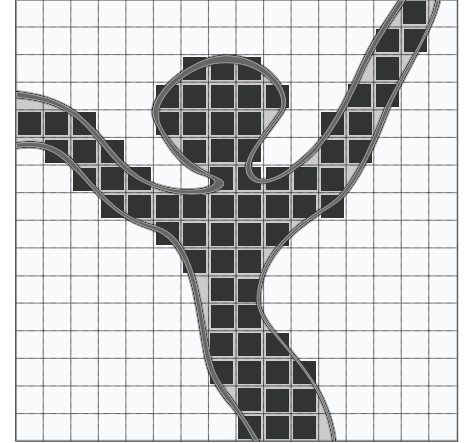


Figure 1 Sketch of the masking function in 2D. The fluid cells (dark) are assigned according to the domain property in the centre of the grid cell — if the center is found to be solid (fluid) then the entire cell is assigned to be solid (fluid).

penalization is effective in retaining the incompressible Navier–Stokes equations within the flow part of the physical domain, while yielding effectively zero velocity within the solid part.

Within our IB method we work on a 3D Cartesian grid, which simplifies computations, but also makes the treatment of arbitrary complex geometries a challenging problem. In general, a complex shape will not be aligned with the regular Cartesian grid, and some approximations need to be made. Turning this challenging aspect into a ‘virtue’ of the method, we developed three closely related masking function techniques, which allows not only to predict the numerical solution but also its sensitivity to small uncertainties in the geometry definition. The three masking strategies are referred to as ‘inner’, ‘middle’ and ‘outer’; these differ in the way a value of H is assigned to a grid cell. In the ‘middle’ strategy we call a grid cell solid (fluid) if the centre of the cell is solid (fluid). For the ‘inner’ strategy we are more strict and call a grid cell part of the fluid domain if *all* eight corner points of that cell are in the fluid part. Similarly, in the ‘outer’ strategy a grid cell is assigned to be part of the fluid domain if at least two of the eight corner points of the grid cell are in the fluid part. Correspondingly, the flow domain associated with the ‘inner’ (‘outer’) strategy will be smaller (larger) than that corresponding to the ‘middle’ strategy, a property that is basic to deriving practical numerical bounding solutions, as will be shown in the sequel. We validated these strategies for the classical case of Poiseuille flow through a cylindrical pipe and obtained first order convergence for a basic discretization method (see Figure 2). This illustrates the

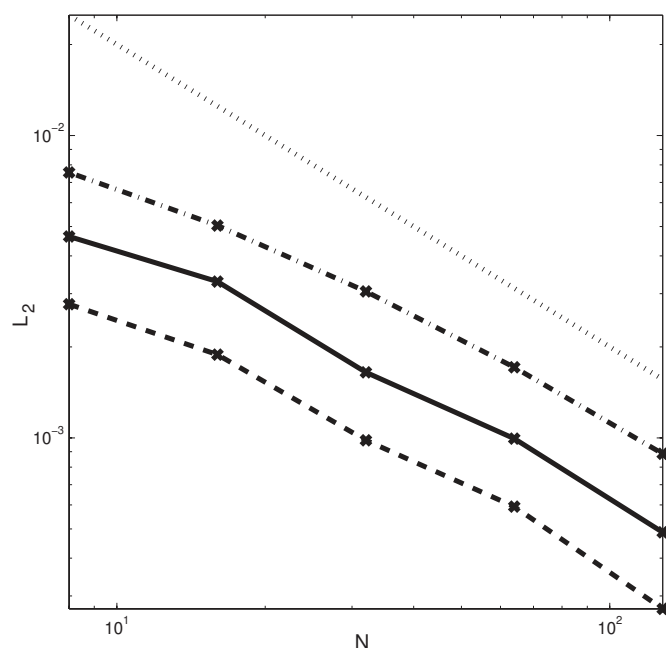


Figure 2 Convergence of the error computed in the L_2 norm for inner (dash), outer (dash-dot) and middle (solid) masking strategies, applied to Poiseuille flow in a cylindrical pipe. The validation analysis includes several grid resolutions. For convenience a slope of -1 is included (dot) to help appreciate the first order convergence at high resolutions.

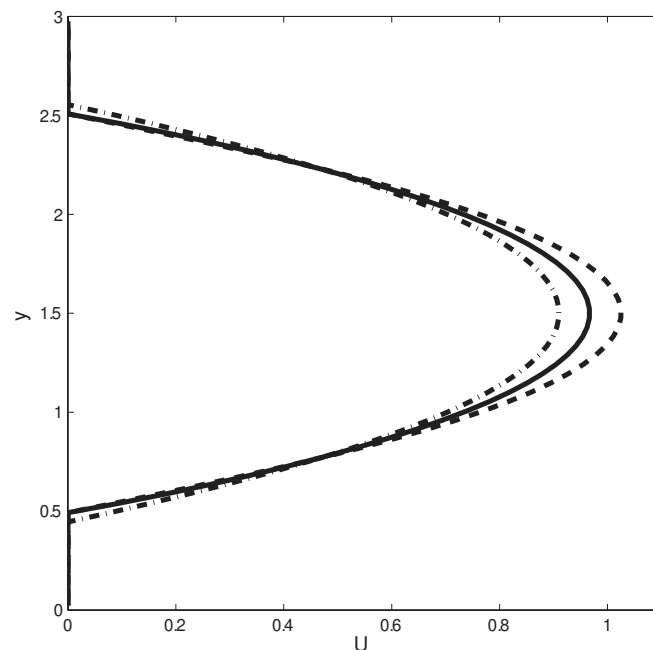


Figure 3 The velocity profiles for inner (dash) and outer (dash-dot) masking functions bound the middle profile (solid). The grid resolution is 64×64 over the cross section of the cylinder.

consequence of non-alignment of the fluid-solid interface with the Cartesian grid. Next to the numerical convergence of our method we notice that several aspects of the ‘middle solution’ are nicely bounded by the solutions obtained with the ‘inner’ and ‘outer’ masking strategies. In Figure 3 the parabolic

Poiseuille profile obtained for the middle solution is bounded from above and below by the inner and outer solutions.

The three definitions of the masking function can be used to investigate the sensitivity of flow predictions to the quality with which the geometry is known. From medical

imagery the geometry of blood vessels is available with a certain limited spatial resolution — pivoting about what we believe to be the more probable approximation of the shape of the aneurysm, can give a confidence level to the numerical findings. The inner and outer strate-

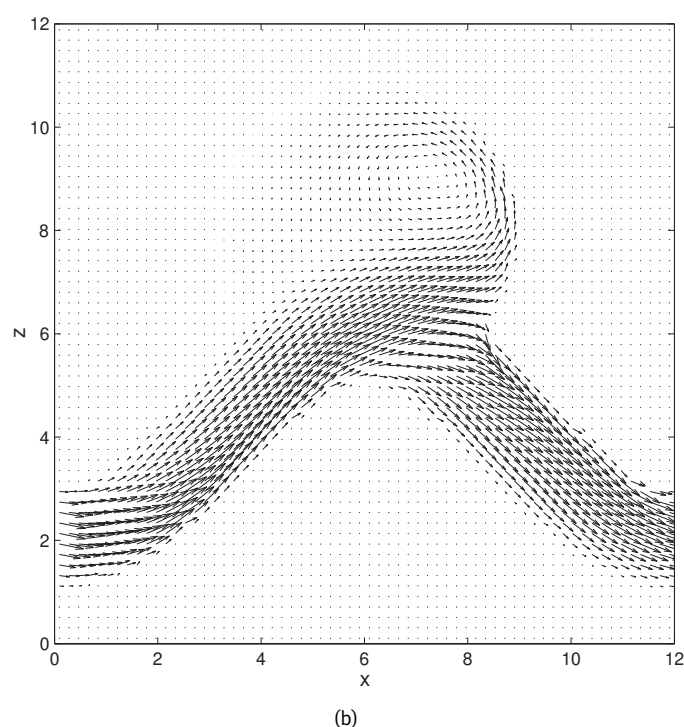
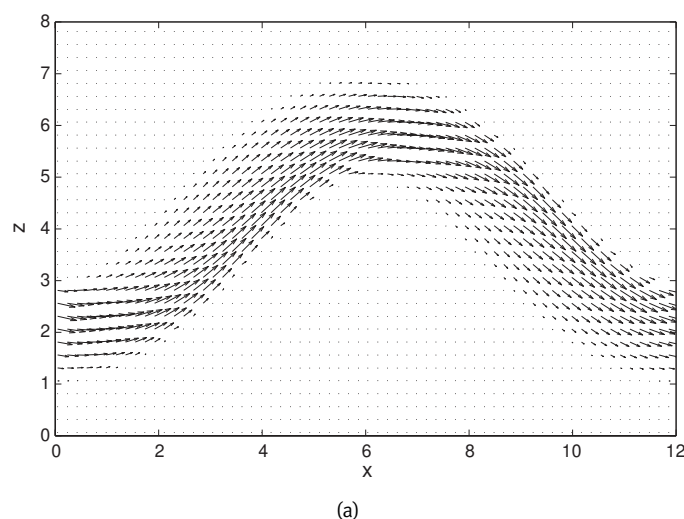


Figure 4 Snapshot of the developing flow inside a curved vessel (a) and a model aneurysm (b) at $Re = 100$. The flow is visualized in a cross-section through the geometry, by plotting the in-plane velocity vectors.

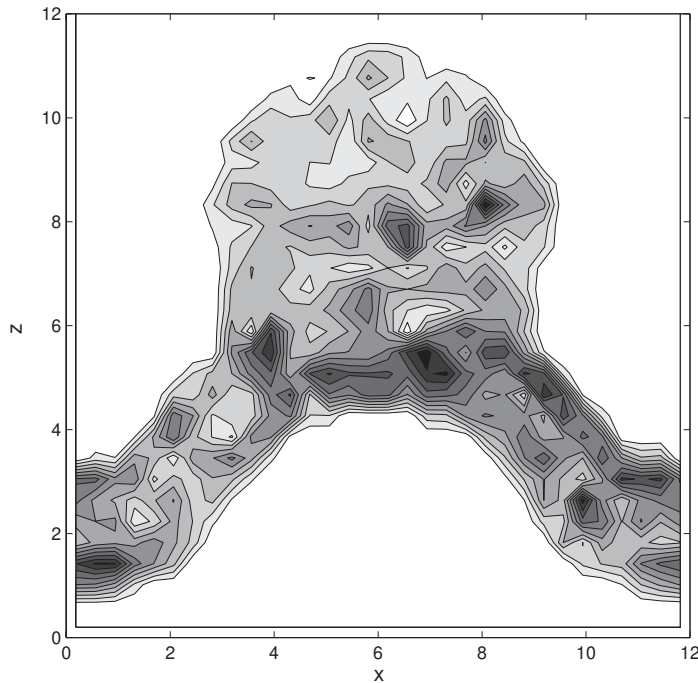


Figure 5 Snapshot of the shear stress distribution in a 2D cross section through the middle of the model aneurysm. Simulations are done for a pulsatile flow at $Re = 500$. Dark areas correspond to high shear stress values.

gies can provide such practical bounds, which can be used for better understanding of the natural uncertainties.

Shear stress and forces on vessel walls

Analysing images of real aneurysms from

patient data motivates to first develop the IB method on the basis of characteristic ‘building-block’ shapes for connecting vessels and aneurysm bulges. We selected a model curved vessel formed by a cylindrical tube with a sinusoidal centre-line. By adding a

spherical cavity to this curved vessel we arrive at the definition of a model aneurysm.

An impression of the flow through these two models is shown in Figure 4. We observe a well-defined flow through the curved vessel, which becomes more complex by the presence of vortex shedding in the aneurysm cavity. Although there is a direct interest in the evolution of the actual flow, an assessment of the possible ‘risk of rupture’ of such a flow configuration requires also knowledge of the forces that act on the walls. To quantify these, it is common practice in fluid mechanics to determine the so-called shear stress τ , which is a measure for the gradient of the velocity field in the flow domain [11]. Defining the rate-of-strain tensor $S = (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)/2$ in terms of the velocity gradient $\nabla \mathbf{u}$ we compute

$$\tau = \frac{1}{Re} \sqrt{2S:S}$$

The shear stress helps us to analyse the shear forces in the whole computational domain. To isolate normal stresses from pure shearing motion we base τ on the off-diagonal components of S . A 2D impression of the shear stress distribution taken in a slice through the middle of the model aneurysm can be found in Figure 5. We show contours of τ at a characteristic moment during the time-dependent flow — dark areas correspond to high shear stress, which are mostly located along the

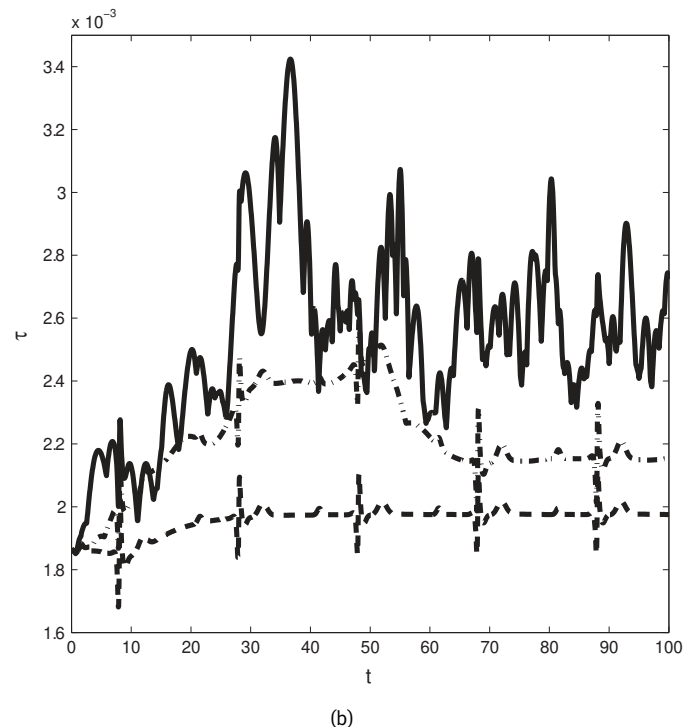
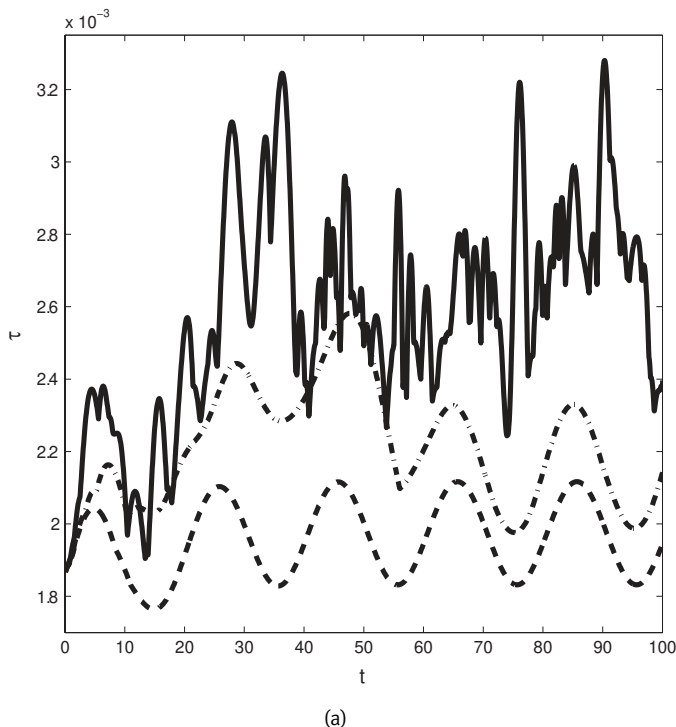


Figure 6 The maximum shear stress inside the model aneurysm for pulsatile flow forced by a sinusoidal (a) and a realistic cardiac (b) mass-flow forcing. The flow was simulated at different physiologically relevant Reynolds numbers: $Re = 100$ (dash), $Re = 250$ (dash-dot) and $Re = 500$ (solid). At lower Reynolds numbers the selected pulsatile profile is clearly visible in the shear stress response, while for higher Reynolds numbers the nonlinearity of the flow is dominant and the response becomes largely independent of the forcing profile.

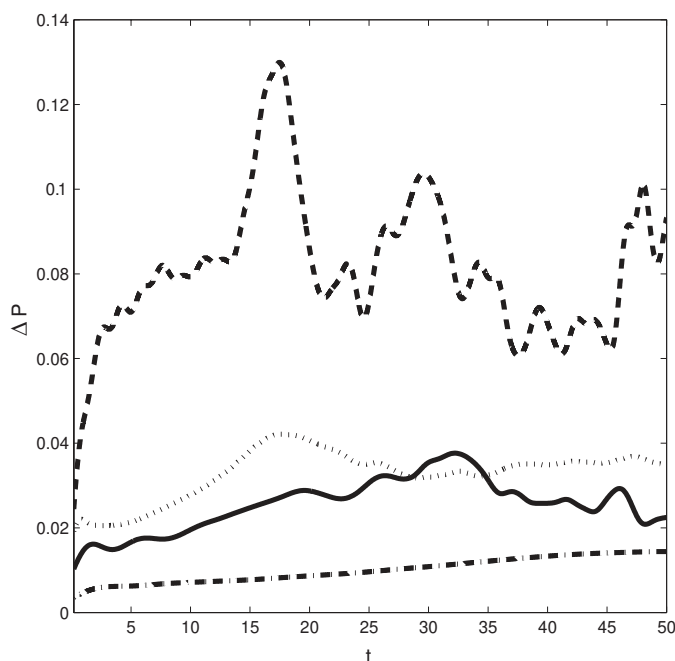


Figure 7 Pressure drop in the streamwise direction over the model aneurysm for inner (dash), middle (solid) and outer (dash-dot) solutions at a coarse grid resolution $32 \times 16 \times 32$, and the middle (dot) solution obtained at a higher grid resolution $64 \times 32 \times 64$. Simulations are done at $Re = 500$.

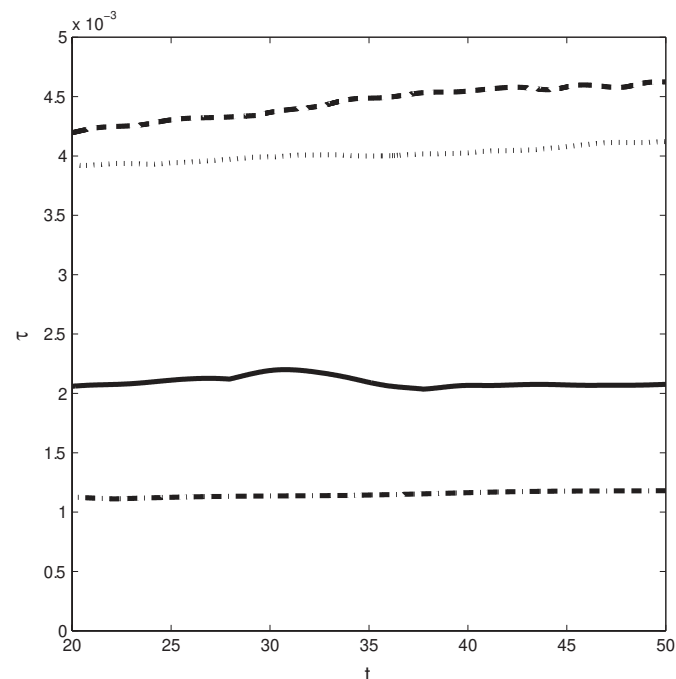


Figure 8 Time-averaged maximum shear stress over the model aneurysm for inner (dash), middle (solid) and outer (dash-dot) solutions at a coarse grid resolution $32 \times 16 \times 32$, and the middle (dot) solution obtained at a higher grid resolution $64 \times 32 \times 64$. Simulations are done at $Re = 500$.

walls, near the neck of the aneurysm and associated with localized swirling motion (vortices) inside the aneurysm.

A focus of interest is the effect of pulsatile flow on the shear stresses inside the model aneurysm. For this purpose we force the flow by a time-periodic pressure drop across the streamwise direction, such that a time-dependent mass flow arises. We consider two types of pulsatile signals: a simple sinusoidal signal and a signal approximating a realistic cardiac cycle. We compute the maximum of the shear stress over the flow domain as a function of time.

In Figure 6 we present the computational results at three flow conditions in the physiologically relevant regime, i.e., at $Re = 100$, $Re = 250$ and $Re = 500$. At lower Reynolds numbers, i.e., at comparably slow flow in case we consider the domain size and the viscosity of blood fixed, the pulsatile forcing profile is clearly visible in the time-dependent response. At higher Reynolds numbers the non-linearity of the Navier–Stokes equations is dominant over the precise forcing effects and the response is largely independent of the selected mass-flow profile. In addition, we observe a considerable growth in the maximal shear stress levels, with increasing flow velocity. The combination of a strongly fluctuating stress level, with considerably increased amplitude corresponds intuitively with an in-

crease in the risk of rupture at higher Re — current research is dedicated to capturing these trends in a quantitative risk model.

Inner/outer bounding solutions

In this section we illustrate the practical bounding solutions obtained on the basis of the ‘inner’ and ‘outer’ masking functions. We concentrate on analysing the pressure drop over and the stress level in the model aneurysm. In order to maintain a prescribed mass-flow through the computational domain a time-dependent pressure difference needs to be provided. In Figure 7 we present this pressure drop as obtained for the three masking strategies. We also present the time-averaged maximum shear stress in Figure 8. The numerical results show the practical bounding property associated with the inner and outer masking functions, relative to the findings based on the ‘most probable’ middle masking function. At coarse grids, the predictions obtained with ‘nearby’ masking functions can be qualitatively different, emphasizing the need to quantify the sensitivity of any flow prediction to changes in the aneurysm geometry. Even at the coarse spatial resolutions that were adopted in these illustrations, we notice that the pressure drop and shear stress measure found with the middle masking function are bounded from below and above by the inner and outer results at

the same grid resolution. When increasing the spatial resolution, the practical bounding property is maintained and the band-width within which the predictions are likely to fall decreases.

In Figures 7 and 8 we also included predictions obtained at higher resolutions. These suggest a possible further usage of the practical bounding idea: instead of one expensive computation at high resolution for the ‘middle’ geometry we can provide bounding predictions at considerably lower grid resolutions. In some cases such coarse bounding of a certain flow property may be adequate, thereby avoiding the need for grid refinement. Such an approach could bring realistic on-line computation during surgical procedures much closer. Since there is no strict mathematical proof given for the observed bounding property, the practical usage of this idea is subject to numerical experimentation to obtain confidence in the results.

Conclusions

We presented a numerical model for the simulation of blood flow inside a cerebral aneurysm. The risk of rupture of such an aneurysm is connected to the time-dependent forces acting on the wall of the aneurysm. The long-term development of an aneurysm constitutes an important multiscale problem where ‘expected’ develop-

ments that take place over tens of millions of heart beats need to be assessed on the basis of the dominant structures in a pulsatile flow on the scale of a second. Robustness of predictions is then of utmost importance. In this paper we focused on the sensitivity of flow

mechanics predictions arising from uncertainties in the basic medical imagery that is available. For the definition of the vessel geometry we proposed to use inner/middle/outer masking strategies, yielding instead of one solution for a 'most probable' aneurysm ge-

ometry an interval of values where the fully resolved solution is expected to lie. With the use of the bounding solutions we can more reliably present the results and express the sensitivity of flow and forces to the definition of the geometry. 

References

- 1 G. N. Foutarakis, H. Yonas and R. J. Scialbassi, 'Saccular Aneurysm Formation in Curved and Bifurcating Arteries', *AJNR Am J. Neuroradiol.*, 20, pp. 1309–1317, 1999.
- 2 F. J. H. Gijsen, F. N. Van de Vosse and J. D. Janssen, 'The Influence of the Non-Newtonian Properties of Blood on the Flow in Large Arteries: Steady Flow in a Carotid Bifurcation Model', *Journal of Biomechanics*, 32, pp. 601–608, 1999.
- 3 M. Grass, R. Koppe, E. Klotz, R. Proksa, M. H. Kuhn, H. Aerts, J. Op de Beek and R. Kemkers, 'Three-dimensional Reconstruction of High Contrast Objects Using C-arm Image Intensifier Projection Data', *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 23, pp. 311–321, 1999.
- 4 J. Hendrikse, A. F. van Raamt, Y. van der Graaf, W. P. T. M. Mali and J. van der Grond, 'Distribution of Cerebral Blood Flow in the Circle of Willis', *Radiology*, 235, pp. 184–189, 2005.
- 5 J. Janela, A. Moura and A. Sequeira, 'A 3D Non-Newtonian Fluid-Structure Interaction Model for Blood Flow in Arteries', *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234, pp. 2783–2791, 2010.
- 6 S. Kamath, 'Observations on the Length and Diameter of Vessels Forming the Circle of Willis', *J. Anat.*, 133, pp. 419–423, 1981.
- 7 E. Lusseveld, E. H. Brilstra, P. C. G. Nijssen, W. J. J. van Rooij, M. Sluzewski, C. A. F. Tulleken, D. Wijnalda, R. L. A. Schellens, Y. van der Graaf and G. J. E. Rinkel, 'Endovascular Coiling versus Neurosurgical Clipping in Patients with a Ruptured Basilar Tip Aneurysm', *J. Neurol. Neurosurg. Psychiatry*, 73, pp. 591–593, 2002.
- 8 R. Mittal and G. Iaccarino, 'Immersed Boundary Methods', *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 37, pp. 239–261, 2005.
- 9 J. Moret, R. Kemkers, J. Op de Beek, R. Koppe, E. Klotz and M. Grass, '3D Rotational Angiography: Clinical Value in Endovascular Treatment', *Medicamundi*, 42-3, pp. 8–14, 1998.
- 10 K. Perktold, R. Peter and M. Resch, 'Pulsatile Non-Newtonian Blood Flow Simulation Through a Bifurcation with an Aneurysm', *Biorheology* 26(6), pp. 1011–1030, 1989.
- 11 S. B. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2003.
- 12 A. Quarteroni and L. Formaggia, *Mathematical Modelling and Numerical Simulation of the Cardiovascular System, Handbook of Numerical Analysis*, Editors P. G. Ciarlet and J. L. Lions. North-Holland Vol. XII, pp. 3–127, 2004.
- 13 R. W. C. P. Verstappen and A. E. P. Veldman, 'Symmetry-Preserving Discretization of Turbulent Flow', *J. Comput. Phys.*, 187, pp. 343–368, 2003.

Steven Wepster*Mathematisch Instituut**Universiteit Utrecht**Postbus 80010**3508 TA Utrecht**s.a.wepster@gmail.com***Evenement Workshop Mathematical Life in the Dutch Republic**

Pragmatische oplossingen

Van 6–10 december 2010 vond op het Lorentz Center de workshop ‘Mathematical Life in the Dutch Republic’ plaats. De workshop was opgedragen aan Ludolph van Ceulen, die vierhonderd jaar geleden overleden is, en had ten doel om een beter beeld te krijgen van het wiskundige klimaat in de Nederlanden rond 1600. Steven Wepster doet verslag.

Het scheelde slechts zo’n drie weken of het Lorentz Center had exact vierhonderd jaar na het overlijden van Ludolph van Ceulen haar deuren geopend voor de workshop ‘Mathematical Life in the Dutch Republic’. De rekenmeester was echter op oudejaarsdag overleden en de week na Sinterklaas leek dan ook geschikt voor deze workshop over wiskundige praktijken, methoden en culturen rond 1600. De workshop had ten doel om door het samenbrengen van (wetenschaps-)historici en wiskundigen te proberen een beter beeld te krijgen van het wiskundige klimaat in de Nederlanden rond 1600. De opzet was interdisciplinair, zoals bleek uit de verschillende achtergronden van de organisatoren Dijksterhuis (UT), Van den Heuvel (KNAW) en Wepster (UU), en tevens uit de gezamenlijke ondersteuning door het Lorentzcenter en het NIAS.

Wiskunde in de vroege republiek

In de periode rond 1600 ontworstelden de inwoners van dit land zich aan de Spaan-

se overheersing en vormden zij een republiek. Vernuftelingen als Simon Stevin en Adriaan Anthonisz. maakten hun bekwaamheden dienstbaar aan de publieke zaak: er moesten polders bemalen, fortificaties opgeworpen, landmeters opgeleid. Kooplieden zagen kansen om met schepen specerijen uit het Verre Oosten te halen, maar daar was wel nieuwe geografische en nautische kennis voor nodig.

Tegelijk begon zich op Europese schaal een stormachtige ontwikkeling af te tekenen in het bestuderen van de levende en dode natuur, zo stormachtig dat we die ontwikkeling nu doorgaans aanduiden als de wetenschappelijke revolutie. Menig veelbelovende jongeling werd eropuit gestuurd om bijvoorbeeld bij Tycho Brahe op het Deens-Zweedse eiland Hven zijn licht op te steken.

Vergeleken met de landen om ons heen deden we het bepaald niet slecht. Maurits’ leger was een van de modernste van Europa. De VOC groeide spoedig uit tot een geduchte economische macht; andere takken van han-

del floreerden eveneens. Onze expertise op het gebied van waterhuishouding was een exportproduct en spoedig ontwikkelde ook de beeldende kunst zich als zodanig. Maar een hofcultuur was in onze door calvinisten gedomineerde Republiek aanzienlijk minder sterk ontwikkeld. Dat is voor de wetenschapsgeschiedenis een significant gegeven aangezien het veelal juist de heersers en regenten waren die als maecenas optraden en de wetenschap ondersteunden.

Hoe deden we het in de wiskunde, zonder rijke koningen? Maurits hechtte groot belang aan de inbreng van vernuftelingen zoals Stevin bij de technische en organisatorische aspecten van de oorlogvoering. Hij stichtte een ingenieursschool, de *Duytsche Mathematicque*, waarvoor Stevin het programma schreef en waar Van Ceulen samen met Symon van Merwen doceerde. De school was een primeur in Europa en trok studenten uit omliggende landen aan, terwijl ook de Van Schootenfamilie (later zo belangrijk bij het verspreiden van Descartes’ gedachtegoed) er in belangrijke mate bij betrokken was — en erdoor beïnvloed.

Het is dan ook interessant om te bestuderen hoe de wiskunde functioneerde in de zich snel veranderende maatschappij, waar-



Fragment van de poster van de workshop

in nieuwe sociale en intellectuele structuren ontstonden. De positie en invloed van uitgevers zoals Blaeu speelt hierin een rol, want zij waren het die in belangrijke mate bepaalden wat er gepubliceerd werd en hoe. Op onderwijsgebied werden, behalve de zojuist genoemde Duitse Mathematicque, de eerste universiteiten gesticht: Leiden voorop, gevolgd door Franeker, en wiskunde verwierf zich er een bescheiden positie in de personen van vader en zoon Snellius, respectievelijk Metius, de zoon van de eerdergenoemde Adriaan Anthonisz. Waar met name de jonge Snellius zich profileerde als klassiek, humanistisch georiënteerd, was Metius in Franeker meer praktijkgericht. Ook de talen waarin zij onderwezen, verschilden veelzeggend: de eerste in het Latijn, de tweede in het Nederlands.

Zo komt ook de vraag op naar de betekenis van afkomst en sociale milieus. De carrière van Van Ceulen is dan een interessante casus: een immigrant zonder klassieke opleiding die door een erudiet geleerde als Scaliger wordt weggezet als 'vechtbaas' (hij was immers ook schermmeester) maar die in de omgeving van Maurits juist zeer gunstig wordt bejegend. Intussen beschrijft van Ceulen in zijn boeken met felheid en dikwijls met afkeuring de incorrecte methoden van lieden die zichzelf landmeter of rekenmeester noemen, en diskwalificeert hij subtiel de foutieve cirkelkwadratuur van Scaliger. In zekere zin profileert hij zich daarmee als 'waakhond der wiskunde' en mogelijk is dat mede reden geweest om

hem middels een positie aan de Duitse Mathematicque expliciet boven de middelmaat te verheffen. Het gaat hier om het vraagstuk van de disciplinevorming — wie bepaalt er wie een goede wiskundige is, in een wereld waarin de sociale, maatschappelijke, en ook wetenschappelijke structuren zo in beweging zijn?

De workshop

Zulke ontwikkelingen als hierboven geschetst staan de laatste tijd hernieuwd in de belangstelling van wetenschapshistorici. Op het Lorentz Center kwam een breed spectrum aan specialisten bijeen, van moderne wiskundigen tot kunsthistorici. Deze internationale en interdisciplinaire groep, en de thematische driedeling in 'Mathematical Methods', 'Mathematical Practices', en 'Mathematical Cultures', stond garant voor een week met levendige voordrachten en discussies.

Historische artefacten zoals globes, kaarten, constructietekeningen, vaak bewonderd om hun artistieke waarde, konden nu beoordeeld worden op hun betekenis in de veranderende wetenschappelijke context van de periode. Ook was het mogelijk om de positie van wiskunde in de Nederlanden te vergelijken met die in het buitenland. Zo werd bijvoorbeeld duidelijk dat sommige rijke Duitse vorsten zich graag lieten omringen met prachtige maar onbruikbare werktuigen, terwijl hier te lande de voorkeur eerder uitging naar pragmatische oplossingen voor bestaande problemen.

In de Republiek kreeg wiskunde (en al wat daarmee samenhang) meer de ruimte om daadwerkelijk bij te dragen aan die oplossingen en wat dat betreft kon wiskunde op een wat hogere waardering rekenen dan in het buitenland. Dit vonden veel deelnemers wel typerend voor de 'Dutchness' van 'Dutch mathematics'.

Nog twee andere thema's kwamen boven water. Ten eerste werd duidelijk dat de historiografische categorie van de *mathematical practioner* zoals dat enkele decennia geleden aanvaard werd (en waaronder ook de vernufteling begrepen kan worden), nuttig is en dat het aan rijkdom wint wanneer je in ogenschouw neemt op hoeveel manieren iemand een *mathematical practitioner* kan zijn. Ten tweede werd duidelijk dat wiskunde in veel verschillende vormen ook al in de vroegmoderne samenleving een rol speelde, hoewel vaak niet zichtbaar in de vorm van (academische of leken-) boeken. Deze verschijningsvormen en hun samenhang zijn nog onvolledig onderzocht en het is dus noodzakelijk voor een dieper begrip van de wiskunde in de vroegmoderne periode om hier meer onderzoek naar te verrichten.

Circulation of Knowledge en Outreach

Het Huygens Instituut en het Descartes Center participeren samen in het door NWO gefinancierde project 'Circulation of Knowledge'. Dit project beoogt om correspondentie van vroegmoderne Nederlandse geleerden te verzamelen en digitaal te ontsluiten. Hierbij worden software tools ontwikkeld die het niet alleen mogelijk maken om de correspondentie inhoudelijk te analyseren, maar ook om de geografische en temporele ontwikkeling van de netwerken van de correspondenten in beeld te brengen.

Hoewel nog volop 'work in progress' konden de workshopdeelnemers alvast met het systeem experimenteren. Het werd duidelijk dat deze nieuwe technologie andere onderzoeksvragen toelaat, maar de beschikbare tijd was wat te kort om hier ook werkelijk al iets mee te bereiken. De ontwikkelaars kregen wel nuttige feedback over gewenste en minder gewenste features.

In samenwerking met Museum Boerhaave werden een drietal *public outreach* activiteiten aangeboden, te weten een workshop voor wiskundedocenten rondom de rekenattributen in de collectie van het museum, een lezing in de Salon Boerhaave-cyclus over Van Ceulens hoofdwerk *Vanden Cirkel*, en tot besluit van de lezing een toepasselijke wedstrijd cirkeltrekken.



Daan van Smaalen

Faculteit Gedragswetenschappen

Universiteit Twente

Postbus 217

7500 AE Enschede

d.vansmaalen@utwente.nl

Onderwijs De Wageningse Methode

Idealistische wiskundeleraars ontwikkelen een eigen methode

Voor docenten die op zoek zijn naar wiskundeonderwijs waarin geen genoegen wordt genomen met het aanleren van manieren, is de Wageningse Methode een uitkomst. De opgaven zijn geen stapelopgaven (elkaar opvolgende onderdelen), maar doeopdrachten met een wiskundig puzzelkarakter. De Wageningse Methode bestrijkt, in tegenstelling tot de meest gebruikte methode Getal en Ruimte, de iets minder gebruikte methode Moderne Wiskunde en de nog minder gebruikte methode Netwerk, een minimaal deel van de wiskundeonderwijsmarkt. De auteurs zijn niet uit op winstbejag. Verschillende materialen zijn vrij toegankelijk op het internet. Het is de moeite waard deze idealistische benadering meer bekendheid te geven. Daan van Smaalen, een jonge auteur, licht een tipje van de sluier op. Als docent maakte hij kennis met de Wageningse Methode. Het was liefde op het eerste gezicht. Sinds 2005 is Daan van Smaalen actief betrokken bij Stichting de Wageningse Methode.

Het wiskundeonderwijs op de middelbare school is de laatste veertig jaar enorm veranderd. Het begon in 1968 met de invoering van de Mammoetwet, wat onder andere resulteerde in een nieuw leerplan voor wiskunde. De lesstof in de methoden voor het voortgezet onderwijs werd destijds onder invloed van 'New Math' geformuleerd in de gedachte wereld en de taal van de volwassen wiskundige. De wiskunde werd abstract en formeel gebracht. De leerboeken waren niet geschreven voor zelfstandig leren. Integendeel, het merendeel van de leerlingen was volkomen afhankelijk van de docent. De docent kon de leerboeken lezen en wist wat de bedoeling was. Dit resulteerde in voornamelijk klassikaal gegeven lessen volgens het model voordoen (door de docent) – nadoen (door de leerling).

Het ontstaan van de Wageningse Methode

De wiskundeleraars van het Wagenings Lyceum (tegenwoordig RSG Pantarijn) vonden dat het anders moest en voegden in 1973 de daad bij het woord. Ze begonnen met het schrijven van lesmateriaal voor hun eigen leerlingen. Daarbij hanteerden ze de volgende uitgangspunten:

- de geboden wiskunde moet zinvol zijn;
- wiskunde is een aantrekkelijk en goed te begrijpen vak;
- leerlingen kunnen veel (mits ze goed worden aangesproken).

(Veertig jaar later zijn deze drie beginselen nog steeds belangrijke uitgangspunten voor de schrijvers van *de Wageningse Methode*.)

De wiskundesectie van het Wagenings Lyceum begon met het vervangen van hoofdstukken door werkbladen, daarbij gesteund

door de schoolleiding. Elke week hadden de wiskundeleraars een gemeenschappelijk tussenuur waarin ervaringen werden besproken, waarna het lesmateriaal (vaak in meerdere rondes) werd bijgeschaafd. Het maken van de materialen gebeurde door het 'schrijversteam', een viertal docenten in wisselende samenstelling. Zodoende was de hele sectie betrokken bij het project. Doordat met losse werkbladen werd gewerkt, kon het lesmateriaal stukje bij beetje worden ontwikkeld. De



Figuur 1 Een werkboekje voor de eerste klas. In dit werkboekje uit 1982 maken de leerlingen uit de eerste klas kennis met wiskunde.

wiskundesectie van het Wageningse Lyceum ontwierp zo langzaam maar zeker een eigen wiskundemethode, een die niet achter het bureau werd geschreven, maar in de klas. Een school die haar eigen methode schrijft dat was uniek in Nederland! (Nog steeds is het zeer zeldzaam in Nederland dat een school haar eigen wiskundemethode ontwikkelt. Er zijn recent enkele initiatieven, zoals *Wiskunde zonder Boek*, waarmee op dit momenteel wordt lesgegeven in de eerste en tweede klassen van havo en vwo, en het boek voor de eerste klas van het Barlaeus Gymnasium.)

Bij het ontwikkelen van het lesmateriaal werden de docenten van het Wageningse Lyceum ondersteund door het IOWO te Utrecht (tegenwoordig Freudenthal Instituut). De medewerkers van dit instituut hadden namelijk dezelfde visie over hoe onderwijs gegeven dient te worden: aansluiten bij de beleavingswereld van het kind en wiskunde als menselijke activiteit. De sectie van het Wageningse Lyceum heeft in samenwerking met medewerkers van het IOWO als eerste een complete lesmethode voor de onderbouw ontwikkeld die is gebaseerd op de uitgangspunten van het realistisch wiskundeonderwijs. Op deze wijze hebben de wiskundeleraars van het Wageningse Lyceum de veranderingen in het Nederlandse wiskundeonderwijs mede vormgegeven.

In eerste instantie werden de materialen voor eigen lessen geschreven: zo wilden de docenten van het Wageningse Lyceum lesgeven. Door persoonlijke contacten raakten andere scholen geïnteresseerd en gingen collega's van deze scholen meeschrijven. Binnen jaren tachtig waren de lesmaterialen voor de onderbouw havo/vwo af. In een dertigtal werkboekjes werd de stof van de eerste drie leerjaren behandeld. Omdat meerdere

scholen belangstelling hadden voor de werkboekjes, werd op 28 november 1984 Stichting de Wageningse Methode opgericht. Mede dankzij een bevriende drukker die bereid was de materialen onder gunstige voorwaarden te drukken, kon de stichting haar werkboekjes tegen een lage prijs rechtstreeks aan de scholen leveren. In deze tijd werd ook begonnen met het schrijven van lesmaterialen voor de bovenbouw van havo en vwo. Daarbij heeft *de Wageningse Methode* ook dankbaar gebruik gemaakt van de ideeën en teksten van het IOWO/Freudenthal Instituut. Het resultaat: een complete leerlijn voor zowel havo als vwo. Naast aantrekkelijk geprijsde boeken, beschikt *de Wageningse Methode* ook over lesondersteunende materialen — antwoorden, werkbladen, zelftoetsen, proefwerken, handleidingen, lessuggesties en digitaal lesmateriaal — welke de stichting gratis aan haar gebruikers verstrekt.

Kenmerken van de Wageningse Methode

De bestaansreden van *de Wageningse Methode* is de afgelopen dertig jaar gewijzigd. In 1973 begonnen de docenten van het Wageningse Lyceum vanwege een didactische reden eigen lesmateriaal te schrijven: dichterbij de leerling. Wat dat betreft is *de Wageningse Methode* allang niet meer uniek. Tegenwoordig onderscheidt de methode zich doordat zij steeds weer een beroep op inzicht doet. *De Wageningse Methode* wil per se dat de leerlingen begrijpen wat ze doen. Andere methoden proberen natuurlijk ook de wiskunde uit te leggen, maar grijpen veel eerder naar een werkschema of algoritme.

De Wageningse Methode is klein. Er zijn ongeveer twintig scholen die de methode gebruiken. Ook de schrijversgroep is klein. Het

is dan ook hard werken om de methode bij te houden. Dat gaat alleen met een behoorlijke portie idealisme: *de Wageningse Methode* wil van het vak wiskunde iets moois maken. Wiskundesecties die gebruik maken van *de Wageningse Methode* kiezen bewust voor lesmateriaal dat opvallend anders is. De methode onderscheidt zich namelijk op een aantal punten.

Bij *de Wageningse Methode* staat begrip voorop. Een constructie of berekeningswijze behoort voor de leerling niet correct te zijn omdat het in het boek staat, maar omdat de leerling zelf vindt dat deze juist is. *De Wageningse Methode* is geen voorstander van het klakkeloos toepassen van aangeleerde, maar niet begrepen technieken. Het devies is: liever helemaal geen wiskunde dan onbegrepen routines. (Dit betekent overigens niet dat leerlingen bijvoorbeeld geen vergelijkingen leren oplossen.) Dit heeft tot gevolg dat het wiskundige niveau van de methode relatief hoog is. *De Wageningse Methode* is zodoende een methode voor scholen die inzichtelijk leren belangrijk vinden en een intellectuele uitdaging aan durven gaan.

In *de Wageningse Methode* staat zelf ontdekken centraal. Daarom is in de methode een geringe hoeveelheid uitgewerkte theorie en voorbeelden opgenomen. Daarentegen leidt de leerling via opgaven zelf de wiskundige theorie af, daarbij gestuurd en ondersteund door de docent. De methode veronderstelt derhalve een actieve, zelfstandige werkhouding van de leerlingen en creëert ruimte voor eigen ideeën en een eigen aanpak. In *de Wageningse Methode* zijn theorie en oefening geïntegreerd verwerkt. Zo is met de indeling, theorie gevolgd door rijtjes opgaven, volledig gebroken en wordt techniek ingeoefend door deze steeds weer in allerlei situaties te laten uitvoeren. Rijtjes met opgaven van dezelfde soort, zonder iets verrassends, zonder iets nieuws, komen in *de Wageningse Methode* nauwelijks voor. Er is voor deze leervorm gekozen omdat ons inziens eigen wiskundige activiteiten beter beklijven dan de didactische aanpak van uitleggen, voordoen en na-doen.

De Wageningse Methode spreekt leerlingen aan op hun eigen niveau en zorgt voor voldoende uitdaging: uitblinken mag. Met name in de leerjaren één, twee en drie kunnen de verschillen tussen de leerlingen in een klas groot zijn. Door in de onderbouwboeken gebruik te maken van een opzet met twee stromen, kunnen leerlingen en docenten zelf kiezen op welk niveau ze willen werken. Zodoende blijft differentiatie niet beperkt tot de laat-



Figuur 2 Eerste opgave uit het hoofdstuk Pythagoras voor de tweede klas. De leerlingen maken door middel van legpuzzels kennis met de stelling van Pythagoras. Later in het hoofdstuk wordt de tweede puzzel gebruikt bij het bewijs. De legpuzzels activeren de leerlingen en vormen een startpunt voor inzichtelijk leren in dit hoofdstuk.



Figuur 3 Uit het hoofdstuk De integraal voor de zesde klas (vwo, wiskunde B). In deze opgave staan de kenmerken zelf ontdekken en begrip centraal.

ste bladzijden van een hoofdstuk, maar wordt differentiatie in het gehele hoofdstuk mogelijk gemaakt.

Bij *de Wageningse Methode* neemt de wiskundeleraar als begeleider en vakexpert een belangrijke plaats in binnen het leerproces. Zo is het de docent die overzicht aanbrengt, verbanden legt, enthousiasmeert en leerlingen ondersteunt, motiveert en helpt te reflecteren op het eigen leerproces. (Zo is *de Wa*

geningse Methode van mening dat leerlingen af en toe op problemen móeten stuiten. Alleen dan kan een leerling echte vorderingen maken. De docent is er dan om het zetje te geven dat nodig is om de hobbels te nemen.) De leraar moet het leerproces sturen en bovenal afronden. Zonder de docent hebben de leerlingen aan het eind van een hoofdstuk weliswaar alle opgaven gemaakt, maar blijft de lesstof voor de meesten van hen vaag en onaf-

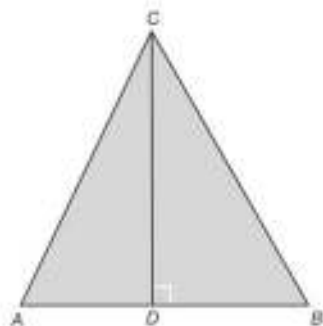
gerond. *De Wageningse Methode* vraagt de nodige toewijding van leraren en is daardoor geen methode voor gemakzuchtige docenten. Samenvattend kan worden gesteld dat de methode hoog inzet, zowel voor leerlingen als voor docenten.

De toekomst voor de *Wageningse Methode*

Begonnen begin jaren zeventig de docenten van het Wageningse Lyceum met het schrijven van lesmateriaal dat delen van het boek verving, anno 2011 is *de Wageningse Methode* opnieuw bezig met het ontwikkelen van leermiddelen 'buiten het boekje'. Aanleiding hiervoor zijn de ervaringen van de auteurs met het testen van nieuw lesmateriaal. Daaruit blijkt dat opdrachten die niet in het boek staan de sleur van alledag doorbreken en dat leerlingen veelal intensief en met plezier aan dit soort opdrachten 'buiten het boekje' werken, waardoor zij meer betrokken zijn bij de les(stof). Opdrachten 'buiten het boekje' veranderen zodoende het karakter van de wiskundeles, iets wat *de Wageningse Methode* belangrijk vindt. Maar hoe kom je als docent nu aan zulke opdrachten? Het maken van opdrachten 'buiten het boekje' is immers tijdrovend en niet voor alle docenten weggelegd. *De Wageningse Methode* heeft daarom besloten om 'lessuggesties' te ontwikkelen. Dit zijn concreet uitgewerkte opdrachten die de docent zo kan inzetten in zijn of haar les, maar ook kan bewerken naar zijn of haar eigen smaak. Sommige lessuggesties hebben een creatief aspect: leerlingen hebben verschillende eindproducten. Andere lessuggesties hebben het karakter van een onderzoek, een wedstrijd, een modelleerprobleem of een puzzel. Lessuggesties belichten waar mogelijk andere aspecten van wiskunde, zoals historie, taal of toepassing in kunst of techniek. Sommige lessuggesties leggen dwarsverbanden tussen onderwerpen uit de schoolwiskunde. Andere zijn niet zozeer gebonden aan een hoofdstuk en kunnen het hele jaar door ingezet worden. We hopen dat lessuggesties zullen bijdragen aan uitdagend, activerend en motiverend wiskundeonderwijs.

De Wageningse Methode levert al geruime tijd digitaal lesmateriaal bij haar boeken. Dit startte met in MS-DOS werkende programma's, zoals Basisvorming en Fundamenten algebra. (Een aantal van deze programma's is herschreven zodat ze op een Windows computer kunnen worden gebruikt. Deze programma's zijn gratis van de website van *de Wageningse Methode* te downloaden.) Met de intrede van internet in het onderwijs zijn tal van nieuwe mogelijkheden ontstaan. Binnen

- 46 In driehoek ABC geldt: $\angle A = 65^\circ$ en $\angle B = 60^\circ$. CD verdeelt driehoek ABC in twee driehoeken. De twee hoeken bij D zijn elk 90° .



Bereken $\angle ACD$ en $\angle BCD$.
Hoe kun je dit laatste antwoord in driehoek ABC controleren?

- 46 a In een driehoek verhouden zich de hoeken als $1 : 2 : 3$. Hoe groot zijn de hoeken?
b In een driehoek is de grootste hoek 15° groter dan de middelste hoek en is de kleinste hoek 15° kleiner dan de middelste hoek. Hoe groot zijn de hoeken?

Figuur 4 Differentiatie in de onderbouwboeken van de *Wageningse Methode*. Door middel van een opzet met twee stromen krijgen leerlingen en docenten de keus op welk niveau ze willen werken.

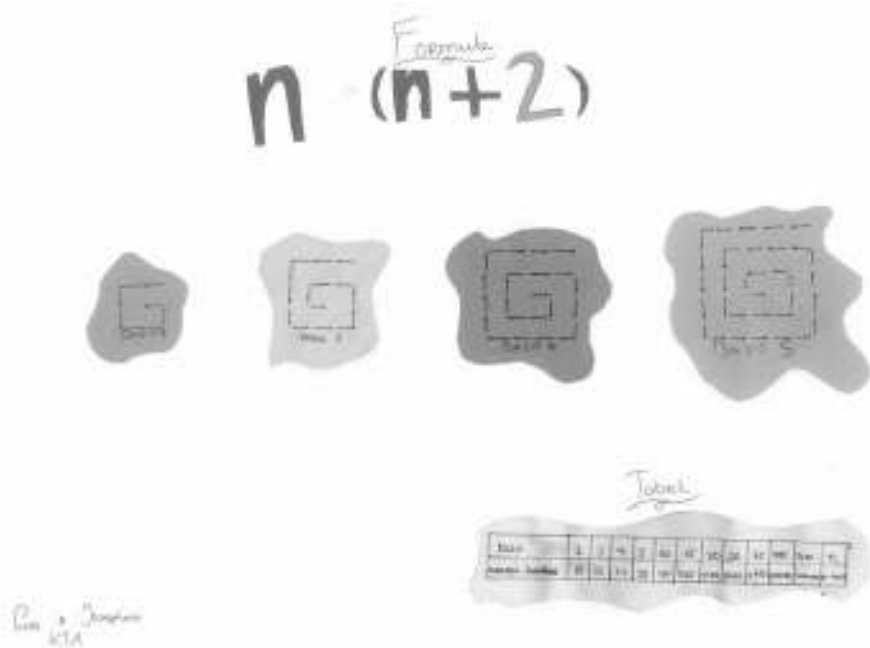
PATRONEN MAKEN
In paragraaf 1 heb je gezien hoe je met stippen, vierkantjes, lucifers en blokjes patronen kunt vormen.
Je gaat nu zelf een patroon ontwerpen en de bijbehorende formule opstellen.

Wat moet je doen?

- Je tekent de eerste vier figuren van jouw patroon.
- Je maakt een tabel bij het patroon.
- Je bedenkt een formule die past bij het patroon.

Lever het resultaat in bij je docent.

Figuur 5 Voorbeeld van een lessuggestie. De lessuggestie 'Patronen maken' hoort bij het hoofdstuk Formules uit de eerste klas. Middels deze lessuggestie oefenen leerlingen met het opstellen van formules. Aangezien het patroon niet gegeven is maar door leerlingen zelf verzonden moet worden, wordt het beeld dat leerlingen van regelmaat hebben verder ontwikkeld.



Figuur 6 Voorbeeld van een eindproduct. Op de foto staat van een tweetal brugklasleerlingen het eindproduct behorend bij de lessuggestie 'Patronen maken'. In het patroon komen fraai de driehoeksgetallen terug.

het wiskundeonderwijs wordt hiervan gretig gebruik gemaakt. Met name het Freudenthal Instituut heeft met *WisWeb* en *RekenWeb* vernieuwend werk verricht op het gebied van digitaal wiskundeonderwijs. De *Wageningse Methode* heeft echter niet stilgezet waar het digitalisering betreft. Zo zijn diverse schrijvers van de methode actief betrokken geweest bij de ontwikkeling van *Ratio*, een interactieve en uitdagende wiskundemethode voor de eerste en tweede klas van het vwo. Binnen dit project is ervaring opgedaan met (het ontwerpen van) interactief lesmateriaal. Recent heeft de *Wageningse Methode* het beheer van *Ratio* op zich genomen zodat de interactieve lesmaterialen van *Ratio* niet verloren gaan, maar verder ontwikkeld kunnen worden. Hiertoe is de *Wageningse Methode* gestart met het ontwerpen van interactief lesmateriaal voor de derde klas. Daarnaast participeert de methode in het open leermiddelenproject dat is geïnitieerd door de VO-raad. De lesmaterialen voor de eerste klas zijn daarom vrij toegankelijk via internet. (Het lesmateriaal voor de eerste klas staat zowel op *Wikiwijs* als op de website van de *Wageningse Methode*.) Zodoende is de methode betrokken bij de ontwikkelingen die plaatsvinden op technologisch gebied.

Tot slot

De *Wageningse Methode* heeft enkele nieuwe, jonge auteurs gevonden. Samen met de oude garde hebben zij de afgelopen jaren het lesmateriaal voor de onderbouw onder handen genomen en werken zij momenteel aan de ontwikkeling van lessuggesties en digitaal lesmateriaal. Deze combinatie van jong en oud lijkt een goede mix om een bijdrage te leveren aan het toekomstige wiskundeonderwijs in Nederland. De *Wageningse Methode* beschikt over veel hoogwaardig lesmateriaal waarmee prima wiskundeonderwijs kan worden verzorgd, nu en in de toekomst.

Meer informatie

Meer informatie over de *Wageningse Methode* is te vinden op www.wageningse-methode.nl. Op de website staan onder andere de lesmaterialen voor de eerste klas, de lessuggesties en de hoofdstukken voor wiskunde D (zowel voor havo als vwo).

Dankwoord

Bij het schrijven van dit artikel heb ik dankbaar gebruik gemaakt van de op- en aanmerkingen van Leon van den Broek en Dolf van den Hombergh, beide medewerkers van het eerste uur.

Arjen Sevenster

Dahlialaan 21

2111 ZM Aerdenhout

arjen.sevenster@gmail.com

Geschiedenis

Van Alexandrië tot Elsevier

In het oude Alexandrië werkten een groot aantal wiskundigen, die allen vermoedelijk gebruik gemaakt hebben van de beroemde bibliotheek aldaar. Bibliotheken zijn er in de moderne tijd nog steeds, en vele wiskundigen maken er voor hun onderzoek nog steeds gebruik van. Door de eeuwen heen is er echter wel het een en ander veranderd. Zeker de laatste decennia, met de komst van internet, waardoor elektronisch publiceren een vlucht nam. Wat betekenden deze veranderingen in wetenschappelijk uitgeven voor de rol van uitgevers, bibliotheken, auteurs en instituten, en welke richting gaat het op? Arjen Sevenster, voormalig uitgever van het wiskundefonds van Elsevier, geeft in dit artikel een overzicht in vogelvlucht van de ontwikkelingen.

“If you have to give a lecture, always start with the Egyptians” — *Oscar Wilde*

Alexandrië

Babylon, 323 voor Christus. Omringd door zijn veldheren ligt de man, die een groot deel van de dan bekende wereld veroverd heeft, op zijn sterfbed. Op de fluisterend gestelde vraag aan wie hij zijn rijk nalaat, antwoordt hij: “Aan de sterkste”, en blaast de laatste adem uit.

Niet een zal de sterkste blijken, maar drie, waaronder Ptolemaeus, die zich niet alleen Egypte toeëigent, maar ook het stoffelijk overschot van zijn meester. Het is deze Ptolemaeus, die als Ptolemaeus I Soter de dynastie van de Ptolemaeën sticht, waaraan met de zelfmoord van Cleopatra in 30 voor Christus een eind zal komen. Het is een van de vele raadselen van de geschiedenis, dat een handjevol Grieken erin geslaagd is een land met een eeuwenoude cultuur bijna drie eeuwen niet alleen te overheersen, maar ook een hybride cultuur te geven, waarvan de bibliotheek van Alexandrië maar één uiting is.

Over de bibliotheek van Alexandrië is meer niet dan wel bekend. Het is onbekend wanneer en door wie de bibliotheek gesticht is: was het Ptolemaeus I of zijn opvolger Ptolemaeus II Philadelphus? Ook over de locatie van de bibliotheek bestaat onzekerheid, evenals over de manier waarop de zogeheten binnen- en buitenbibliotheek zich tot elkaar verhielden. Wel weten wij wat het doel van de bibliotheek was: het verzamelen van alle boeken ter wereld, zowel Griekse als niet-Griekse, die in het Grieks vertaald werden. Het is in Alexandrië dat de Torah uit het Hebreeuws vertaald werd door een groep van 70 geleerden. Elk maakte zijn eigen vertaling en toen die 70 vertalingen naast elkaar gelegd werden bleken ze tot op de laatste letter overeen te stemmen. Vandaar de naam *Septuaginta*, van: *Septuaginta virorum interpretatio*, de vertaling van de 70 mannen. (We treffen dit verhaal ook in andere contexten aan: Indologen vertellen dat de vertaler van de Rig Veda, Friedrich Max Mueller een Brahmin in Calcutta, een Brahmin in Bombay en een Brahmin

in Madras vroeg de Veda in het Sanskriet voor hem te reciteren en dat elk van hen iedere syllabe precies als de andere twee uitsprak, hoewel ze alle drie een andere streektaal spraken.)

Hoeveel boeken bevatte de bibliotheek? Het meest geciteerde, maar daarom niet minder onzekere getal is 700.000 rollen, waaraan meteen toegevoegd moet worden, dat een rol eerder correspondeert met wat wij een hoofdstuk zouden noemen dan met een boek, zodat 70.000 een redelijke schatting lijkt van het bestand van de boeken van deze bibliotheek. (Het is waarschijnlijk dat in Alexandrië, waar veel teksten geredigeerd werden, de indeling in boeken van de Ilias en de Odyssee, zoals wij die kennen, tot stand gekomen is.)

Rollen werden gemaakt van papyrusvellen, die aan elkaar gelijmd werden en om een stok gewikkeld. (Het woord volume in de betekenis van boekdeel komt van het Latijnse volvere: wentelen.) Papyrus werd



Artist's impression van de oude bibliotheek van Alexandrië



19de-eeuwse gravure van een zaal in de oude bibliotheek van Alexandrië

gemaakt door de stengels van de papyrusplant aan repen te snijden, dan eerst een aantal repen enigszins overlappend in horizontale richting te leggen (als de lijnen in een schrift) en te pletten en dan daaroverheen, in verticale richting een tweede laag te plaatsen en de beide lagen op elkaar te drukken.

Op deze manier ontstond een materiaal dat uitstekend geschikt was om met een rietpen op te schrijven. De rol werd in de breedte beschreven, op de kant waar de repen horizontaal lagen, in smalle kolommen, waarbij alleen hoofdletters gebruikt werden.

De namen van de bibliothecarissen van de

bibliotheek zijn overgeleverd. De lijst begint met Demetrius van Phalerum, die na tien jaar Athene bestuurd te hebben verbannen werd, eerst naar Thebe en daarna naar Egypte, waar hij gastvrij ontvangen werd door Ptolemaeus I. De derde naam op die lijst is die van Callimachus, die wel de vader van de bibli-

ografie genoemd wordt, omdat hij de auteur is van de Pinakes, een chronologisch geordend overzicht in 120 (!) delen, van alle auteurs van wie de bibliotheek boeken bezat. In hoeverre dit werk ook werkelijk als catalogus van de collectie heeft gefunctioneerd is echter onduidelijk, zoals het ook niet zeker is of Callimachus ooit echt als bibliothecaris gefunctioneerd heeft. Er zijn aanwijzingen dat hij slechts als geleerde aan de bibliotheek verbonden was. Behalve de Pinakes schreef hij kritieken en gedichten. Hij is bekend om zijn uitspraak: *μέγα βιβλίον μέγα κακόν*, “mega biblion, mega kakon”, oftewel: “groot boek, groot kwaad”.

Wel is zeker dat Apollonius van Rhodos als bibliothecaris werkzaam is geweest. Het betreft hier niet de Apollonius van de kegelsneden, maar de epische dichter en de auteur van de Argonautica, een episch gedicht over Iason en het Gulden Vlies, dat overigens door Callimachus veel te lang gevonden werd en van een uiterst negatieve kritiek voorzien, wat de verhouding tussen beide geleerden niet ten goede kwam.

Zijn opvolger is niemand minder dan Eratosthenes. Het is mogelijk maar niet bewezen, dat Archimedes (287–212 voor Christus) in zijn jonge jaren enige tijd in Alexandrië heeft doorgebracht. Wel is zeker dat hij vanuit Syracuse een brief geschreven heeft aan Eratosthenes (“Archimedes to Eratosthenes: greetings!”), die ongetwijfeld in de collectie van de bibliotheek is opgenomen en waarvan de inhoud bewaard gebleven is als onderdeel van codex C, de enige niet verloren gegane codex met werk van Archimedes (De codices A en B zijn verdwenen, maar kopieën van hun inhoud zijn bewaard gebleven).

Behalve misschien Archimedes heeft een groot aantal wiskundigen in Alexandrië gewerkt en stellig van de bibliotheek gebruik gemaakt. Volgens Proclus was Euclides, de auteur van de *Elementen*, een vertegenwoordiger van de eerste generatie Alexandrijnse wiskundigen. Aristarchos van Samos heeft er zeer waarschijnlijk enige tijd verbleven. De laatste grote Alexandrijnse wiskundige uit de Ptolomaeïsche tijd was Apollonius van Perga, de auteur van het beroemde boek over de kegelsneden. Later werkten binnen het kader van het Romeinse Rijk de grote astronoom Claudius Ptolemaeus en de wiskundigen Menelaus (van de stelling), Diophantus, Theon en diens briljante dochter Hypatia allen in Alexandrië. Haar dood door toedoen van een christelijke meute is een van de dieptepunten van de geschiedenis van de wiskunde.

Zo goed als het ontstaan van de biblio-

theek omgeven is door de mist van de geschiedenis, zo wordt ook haar einde aan het oog onttrokken, maar nu eerder door rook dan door nevelen. De meest geaccepteerde versie is dat in 48 voor Christus tijdens de burgeroorlog tussen de aanhangers van Cleopatra, gesteund door Caesar aan de ene kant en die van haar broer en echtgenoot Ptolemaeus XIII aan de andere kant, een brand uitbrak in de haven en dat het vuur van de schepen oversprong op de bibliotheek, die geheel in de as gelegd werd. Dit is echter allerminst zeker en het is mogelijk dat slechts een klein deel van de collectie verloren ging. Er is weinig bekend over het lot van de bibliotheek in de Romeinse tijd, die begint met de dood van Cleopatra in 30 voor Christus. De overlevering weet ook nog te vertellen dat Marcus Antonius, Cleopatra's tweede Romeinse minnaar, haar schadeloos stelde door haar de bibliotheek van Pergamum te schenken.

Waar of niet, deze overlevering is zeker dichterbij de waarheid dan die waarin de bibliotheek ten onder is gegaan in 642 na Christus, toen de Arabieren Alexandrië veroverden en de kalief opdracht gaf de bibliotheek in brand te steken: “Als de boeken in deze bibliotheek in overeenstemming zijn met de Koran dan zijn ze overbodig, zijn ze strijdig met de Koran dan zijn ze ongewenst.” Willen wij deze anekdote redden van de schroothoop van de geschiedenis, dan zouden we kunnen veronderstellen dat het hier om een bibliotheek van latere datum ging, bijvoorbeeld met christelijke geschriften.

Zoveel is zeker, dat de bibliotheek na 400 na Christus geen rol meer speelt in het intellectuele leven van de tijd en net zo vergeten was gebleven als het stoffelijk overschot van Alexander de Grote, de stichter van Alexandrië, waarvan de neus werd afgestoten tijdens een bezoek van de latere keizer Augustus aan zijn mausoleum.

Gutenberg

De inhoud van sommige papyri uit de Alexandrijnse bibliotheek hebben via de sluipwegen van codex en palimpsest de eeuwen overleefd tot het jaar onzes Heren 1454. Hun auteurs konden zichzelf gelukkig prijzen: wat tot dan toe bestaan had in kleine aantallen werd opeens vermenigvuldigd en kwam in honderdtallen beschikbaar.

In de herfst van dat jaar verscheen de Bijbel, gedrukt en uitgegeven door Johann Gutenberg. Volgens sommigen het mooiste boek dat ooit gedrukt is. Commercieel gesproken was het een gigantische gok. Zou de nieuwe bijbel kunnen concurreren met de

bijbels die met de hand gekopieerd werden en vaak prachtig versierd waren? De investeringen waren enorm: voor een oplage van 30–35 perkamenten exemplaren waren 5000 kalfshuiden nodig en voor de papieren oplage van ongeveer 150 exemplaren bestelde Gutenberg 200.000 vellen uit Italië. En Gutenberg was een perfectionist: hij vulde met behulp van splinters lood alle regels van zijn bijbel rechts uit (wat in handgeschreven manuscripten niet mogelijk was), maar hij liet de komma's en de verbindingsstreepjes uitsteken om zo de strakke bladspiegel te verlevendigen.

Een van de door de uitvinding van Gutenberg van de vergetelheid geredde auteurs was Archimedes. In 1544 verscheen in Basel de ‘Editio Princeps’, de verzamelde in het Grieks geschreven werken, met daarnaast de Latijnse vertaling.

Wat wel de ‘Gutenberg revolution’ genoemd wordt, was het startsein voor een ontwikkeling die de wereld steeds meer boeken, tijdschriften, uitgevers en bibliotheken gebracht heeft. (De eerste wetenschappelijke tijdschriften verschijnen tussen 1660 en 1670, de eerste klachten over een teveel aan wetenschappelijke tijdschriften dateren van nog geen eeuw later!) Gedurende ongeveer vijf eeuwen is er sprake geweest van een geleidelijke expansie en was “more of the same” het wachtwoord.

More of the same

Gedurende al die eeuwen zijn de functies van het wetenschappelijk tijdschrift niet wezenlijk veranderd:

- registratie
- verspreiding
- peer review
- archiveren

Deze functies corresponderen met de maar al te menselijke verlangens van auteurs naar het vastleggen van hun prioriteit, naar gezien en gelezen worden, naar erkenning door vakgenoten en naar het veiligstellen van hun resultaten en hun reputatie voor tijdgenoten en nageslacht.

Ook aan de taken die een bibliotheek vulde veranderde weinig:

- *Selecteren en verzamelen*: Waar volledigheid onmogelijk is, moet de bibliothecaris selecteren op grond van inhoudelijke en financiële overwegingen.
- *Indexeren*: Het toekennen aan een document van een of meer termen, die de inhoud van het document beschrijven.
- *Catalogiseren*: Opnemen in een catalogus, een lijst van publicaties met gege-



Elsevier kantoor in Amsterdam

vens als titel, auteur, jaar en plaats van publicatie, uitgever, aantal bladzijden en indextermen. Het woord stamt overigens van de titel van een gedicht van de dichter Hesiodus, ‘De Catalogus van vrouwen’ (γυναικῶν κατάλογος).

- *Archiveren*: Het opslaan in daarvoor aangepaste ruimtes van alle documenten.
- *Bijstaan van gebruikers*: “The best place to hide a book is a library”: gebruikers hebben hulp nodig om te vinden wat ze zoeken.

Laten we even terugkeren naar Alexandrië en ons afvragen in hoeverre deze lijst ook op die bibliotheek van toepassing is. We zagen dat deze bibliotheek ambieerde om alle boeken ter wereld onder een dak bij elkaar te brengen. Van selecteren was dus geen sprake, maar van verzamelen des te meer: schepen die de haven van Alexandrië aandeden werden doorzocht op manuscripten. Wat gevonden werd, werd gekopieerd en het origineel werd toegevoegd aan de collectie en gemerkt als ‘Van de schepen’. We mogen aannemen dat een man als Callimachus geclasificeerd heeft, maar er zijn geen aanwijzin-

gen dat hij geprobeerd heeft de verzameling te ontsluiten door indextermen zoals wij die kennen toe te voegen. Het is duidelijk dat men de bibliotheek archiveren als een belangrijke taak zag en we hoeven onze ogen maar te sluiten om te zien hoe witgetoogd personeel (slaven?) de geleerden die gebruik maakten van de bibliotheek bijstonden door rollen uit de nissen te halen en op marmeren tafels uit te rollen.

Netscape

Volgens Thomas Friedman, de auteur van *The World is Flat*, is de wereld na 9 augustus 1995, de dag dat Netscape naar de beurs ging, nooit meer hetzelfde geweest. En hij citeert: “The Netscape IPO (voor niet ingewijden: Initial Public Offering) was a clarion call to the world to wake up to the Internet. Until then it had been the province of early adopters and geeks.”

Het moet een paar jaar later geweest zijn, dat schrijver dezes, destijds verantwoordelijk voor het wiskundefonds van Elsevier, de jaarlijkse bijeenkomst van de AMS bijwoonde, waar hij de redacteurs van de aan zijn hoede toevertrouwde tijdschriften ontmoet-

te. Onafhankelijk van elkaar waarschuwden die dat hij er verstandig aan zou doen om uit te kijken naar ander werk: nog even en het internet zou wetenschappelijke uitgevers overbodig maken, zoals de opkomst van de supermarkt met zelfbediening de kruidenier verdreven heeft. Met een bedrukt gevoel aanvaardde hij de terugreis en telde hij tijdens de nachtvlucht van New York naar Amsterdam zijn knopen. Uiteindelijk besloot hij het nog even aan te zien.

Achteraf blijkt dat verstandig geweest te zijn, want alle grote wetenschappelijke uitgevers, inclusief Elsevier, hebben de overgang van papier naar internet bekwaam gemaakt, en dat ook nog eens met behoud van groei van winst en van omzet. De maatschappelijke rol van de uitgever is invariant onder verandering van techniek gebleken. Wel is er veel veranderd. Bibliotheken verhuizen de ingebonden jaargangen van hun tijdschriften naar de kelder en concentreren zich op nieuwe, dan wel aan de nieuwe omstandigheden aangepaste taken:

- toegang geven tot externe, elektronische bronnen

- elektronisch indexeren
- elektronisch catalogiseren
- onderhouden van een website om de gebruiker te ondersteunen

Uitgevers passen zich aan de nieuwe omgeving aan als kameleons aan een nieuwe ondergrond. Waar hun taken in het papieren verleden bestonden uit:

- selectie op grond van kwaliteit en geschiktheid
- validatie door peer reviewing
- certificatie
- productie
- verspreiding
- authenticatie: het koppelen van een auteur aan zijn werk en hem of haar daarmee ‘due credits’ geven

bekommeren zij zich in het digitale heden om:

- selectie van gedrukt en digitaal materiaal
- validatie door peer reviewing met behulp van ‘editorial systems’
- certificatie
- productie van elektronische en (in afnemende mate) papieren producten, die nu afgeleid worden van de elektronische
- verspreiding via platforms als ScienceDirect en SpringerLink
- opslaan en elektronisch beschikbaar maken van eerder gepubliceerd materiaal
- ontwikkelen van standaarden (DTD's: Document Type Definitions)

Merk op dat het elektronisch beschikbaar maken van eerder gepubliceerd materiaal geen eenvoudige oefening is geweest, omdat uitgevers geen systematisch archief hadden aangelegd of bijgehouden van alle tijdschrift-issues en boeken die zij ooit gepubliceerd hadden. Zij hebben een zoektocht in de eigen kelders en langs bibliotheken moeten ondernemen, om het eigen werk te verzamelen. Of het nieuwe medium net zo duurzaam zal blijken als de kalfshuiden en het Italiaanse papier van Gutenberg zal de toekomst moeten uitwijzen. In dit verband is gewezen op de mogelijkheid van een ‘Digital Dark Age’, veroorzaakt door veranderingen in hardware en software, verdwijnen van sites en corruptie van informatie tijdens overgang van het ene format naar het andere (bit-rot). Er moet dan ook onderscheid gemaakt worden tussen archiveren en conserveren. Het laatste is meer omvattend dan het eerste, omdat het niet alleen behoud van digitale objecten nastreeft, maar ook hun bruikbaarheid en begrijpelijkheid nu en in de toekomst [12].

Wel is het waar dat er nu een geïntegreerd universum van wetenschappelijke informatie ontstaan is, waarop toepassingen mogelijk zijn die in het papieren tijdperk ondenkbaar

waren: full text search, toegang tot onderliggende informatie (vorige versies, databases, dataverzamelingen) en zelfs ‘computer aided serendipity’.

De vraag is gesteld of het archiveren van wetenschappelijke artikelen, die toch tot het internationale cultuurofgoed behoren, bij commerciële uitgevers wel in goede handen is. Wat gebeurt er bijvoorbeeld met de archieven bij faillissement van zo'n partij? Als antwoord hierop heeft Elsevier een overeenkomst met de Koninklijke Bibliotheek gesloten, die inhoudt dat Elsevier aan de KB digitale kopieën van alle Elsevier-tijdschriften beschikbaar maakt. Bezoekers — in de niet-digitale zin van het woord — van de bibliotheek, die toegang hebben tot de collecties, hebben tevens toegang tot de Elsevier-artikelen.

Elsevier

Het landschap van het wetenschappelijk uitgeven overziend stellen wij vast dat elf uitgevers, waaronder Elsevier en Springer, meer dan 70% van alle tijdschriften uitgeven [21], gevolgd door een lange staart van kleinere spelers. De grote uitgevers hebben ongekende schaalvoordelen gerealiseerd. De enige plaatsen ter wereld waar artikelen niet alleen uit alle windstreken van de wereld, maar ook uit alle disciplines van de wetenschap samenkomen, zijn de kantoren van de grote uitgevers. In de trotse woorden van de website van Elsevier: “As the world's leading publisher of science and health information, Elsevier serves more than 30 million scientists, students and health and information professionals worldwide.” De wetenschap is te zeer verdeeld naar geografie en discipline om dit soort economieën ook maar te kunnen benaderen. Elsevier heeft ruim 300 miljoen euro geïnvesteerd in ScienceDirect en het is moeilijk voor te stellen dat niet-commerciële spelers zich ook maar een fractie van dit soort bedragen zouden kunnen veroorloven. Daarnaast zijn de uitgevers als de eigenaren van een aantal ‘grote’ titels hoeders van een soms eeuwenoude traditie. Welke hoogleraar ziet niet graag zijn studenten publiceren in het tijdschrift waar hij of zij zelf zijn of haar eerste artikel zag verschijnen?

Verder zien wij dat bibliotheken nog steeds worstelen met de vraag wat hun rol is. Zij zijn het doelwit van besparingen en kritiek. Zo is uit een berekening van de kosten van een van de universiteitsbibliotheken uit ons land gebleken dat het goedkoper zou zijn om het boekengedeelte van de bibliotheek te sluiten en iedereen die een boek kwam lenen geld te geven om dat boek te kopen.

Tenslotte merken wij op, dat er naast het ‘officiële’ door de uitgevers beheerste circuit een veelheid van digitale bronnen ontstaan is, die in het algemeen gratis toegankelijk zijn. We noemen:

- *Preprints*: arXiv is een elektronische preprint service in een aantal exacte gebieden, waaronder natuurkunde en wiskunde, gestart in 1991 door Paul Ginsparg voor natuurkunde-preprints. Het arXiv (uitgesproken als “archive”) kent geen peer review, wel een mild beoordelingssysteem, dat kijkt of een ingediend artikel past binnen de bedoelde categorie. De wetenschap dat een eens gepubliceerd artikel niet teruggetrokken kan worden, dwingt auteurs tot enige voorzichtigheid. Veel artikelen vinden hun weg naar reguliere tijdschriften met peer reviewing. Een interessante uitzondering op deze regel is het werk van Perelman betreffende het Poincaré-vermoeden, dat nooit buiten het arXiv gepubliceerd is.

- *E-tijdschriften*: Op een golf van digitaal enthousiasme en verontwaardiging over de prijzen van de commerciële uitgevers gingen in 1997 twee elektronische tijdschriften op het gebied van de topologie van start: *Geometry and Topology* en *Algebraic and Geometric Topology*. Deze tijdschriften werden uitgegeven door Geometry and Topology Publications, gevestigd in Warwick en Berkeley op een open-accessbasis en dus gratis toegankelijk voor individuele onderzoekers. Hieraan kwam in 2006 een einde. In de woorden van de redacteurs: “Although the journals are open access, we never granted libraries permission to connect to our sites without paying us a very small fee. However the income generated by this fee has never grown to cover our modest costs and we have been forced, reluctantly, to close the sites. Nevertheless, we intend that the journals shall stay freely accessible to individuals and to this end, we shall continue to store the individual papers at the arXiv. There is an ongoing evolution in the math libraries to switch from paper to electronic journals. (...) Since our two journals were open access and libraries were consequently unwilling to pay for access, our modest number of subscribers has been dwindling, just as our volunteer labour wishes to move on to other endeavours.” Voor 2010 zijn de abonnementsprijzen (papier en elektronisch): US\$ 520 voor *Geometry and Topology* en US\$ 370 voor *Algebraic and Geometric Topology*, nog steeds (veel) lager

dan de per-paginaprijzen van vergelijkbare tijdschriften van commerciële uitgevers. Niet alle vergelijkbare initiatieven eindigen op deze manier. De AMS startte in 1995 de *Electronic Research Announcements* als een 'electronic only' en gratis tijdschrift, dat de *Research Announcements*, zoals die verschenen in de *Bulletin of the AMS* vervangt. Het tijdschrift wordt nu uitgegeven door het American Institute of Mathematical Sciences onder de titel *Electronic Research Announcements in Mathematical Sciences*.

- *Naslagwerken*: Wikipedia. Ooit overwoog Elsevier om een encyclopedie van de theoretische informatica uit te geven. Bij wijze van proef stelden we een lijst van 20 termen op die zeker een plaats moesten vinden in zo'n boek. Toen zochten we die 20 termen op in Wikipedia en troffen voor elke term een uitgebreid lemma van hoge kwaliteit. De tijd van encyclopedieën als commercieel product was voorbij! Zie ook: *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (<http://plato.stanford.edu>), met een mirror site in het Institute for Logic, Language and Computation van de Universiteit van Amsterdam
- *Dataverzamelingen*: Van groot belang in bijvoorbeeld de natuurkunde en de astronomie. In de wiskunde noemen we de *On-Line Encyclopedia of Integer Sequences* (<http://oeis.org>), een collectie van rijen van gehele getallen.
- *Blogs*: Zie bijvoorbeeld de blog van Terence Tao: <http://terrytao.wordpress.com> of die van Timothy Gower: <http://gowers.wordpress.com>, waarvan het doel is om wiskundig onderzoek te doen met een grote groep wiskundigen: "The idea would be that anybody who had anything whatsoever to say about the problem could chip in."
- *Institutional repositories*: Om Wikipedia te citeren: "An *institutional repository* is an online locus for collecting, preserving, and disseminating — in digital form — the intellectual output of an institution, particularly a research institution. For a university, this would include materials such as research journal articles, before (preprints) and after (post prints) undergoing peer review, and digital versions of theses and dissertations, but it might also include other digital assets generated by normal academic life, such as administrative documents, course notes, or learning objects. The four main objectives for having an institutional repository are: to create global visibility for an institution's scholarly research; to col-

lect content in a single location; to provide open access to institutional research output by self-archiving it; to store and preserve other institutional digital assets, including unpublished or otherwise easily lost ('grey') literature (e.g., theses or technical reports)."

- *Online portals*: Er zijn verschillende initiatieven ondernomen om afzonderlijke institutionele repositories te verbinden tot een grote database van in eerste instantie niet gerefereerd materiaal. We noemen twee voorbeelden: NARCIS (National Academic Research and Collaborations Information System) wordt in het kader van SURFshare door de KNAW ontwikkeld om de zichtbaarheid en vindbaarheid van Nederlands wetenschappelijk onderzoek te vergroten. Het biedt toegang tot wetenschappelijke informatie waaronder (open-access)publicaties afkomstig van alle Nederlandse universiteiten, KNAW, NWO en een aantal wetenschappelijke instellingen. EconomistsOnline (www.neeo-project.eu) is een portal dat gratis toegang geeft tot de "high quality multilingual academic output of leading economics institutes and their researchers". Deze output bestaat zowel uit in tijdschriften gepubliceerde artikelen als preprints en working papers, zoals die verschijnen op de Institutional Repositories van de deelnemende instituten. Voor een discussie van de rol van Institutional Repositories als "a weapon in the battlefield of journal publishing" zij de lezer verwezen naar [13].

Open access

Behalve alternatieve bronnen, zijn er ook alternatieve modellen, waarvan vooral 'open access' tot verhitte discussies tussen voor- en tegenstanders heeft geleid. In de Bethesda en Berlijn verklaringen wordt open access (OA) gedefinieerd als: "For a work to be OA, the copyright holder must consent in advance to let users copy, use, distribute, transmit and display the work publicly and to make and distribute derivative works, in any digital medium for any responsible purpose, subject to proper attribution of authorship."

In het geval van OA worden de directe en de indirecte kosten, om maar te zwijgen van de winsten, niet langer gedekt uit inkomsten uit abonnementen, maar uit bijdragen van de auteurs: author's fees, vaak gedragen door het instituut van de auteur of door instellingen als NWO. Die variëren per uitgever, maar men moet al gauw denken aan 1500–3000 euro per artikel. Als OA ooit uitgroeit tot het



Springer kantoor in Berlijn

geprefereerde afrekenmodel, dan betekent dit een ingrijpende verandering en een verlegging van geldstromen. De meeste wetenschappelijke uitgevers hanteren nu een hybride model. Springer heeft zich bereid verklaard "to go with the flow" en de markt te volgen: "Als de wetenschappelijke gemeenschap OA wil dan bieden wij OA", en geeft auteurs dan ook de keus ('open choice'). De author's fee bedraagt 3000 dollar, maar deze internationale uitgever, die niet voor niets haar hoofdkantoor in Doetinchem heeft, heeft samen met Nederlandse auteurs gedurende 2010 een experiment uitgevoerd naar de gevolgen van OA, waarbij afgezien wordt van deze fee. Daarnaast is Springer eigenaar van BioMedCentral, de grootste OA-uitgever op het gebied van biologie en geneeskunde, wat Springer tot de grootste OA-uitgever ter wereld maakt. Elsevier volgt deze muziek, naar het lijkt, op wat grotere afstand dan Springer: ongeveer 500 tijdschriften (maar dit aantal groeit snel) bieden auteurs "the option to sponsor non-subscriber access to individual articles. The charge for article sponsorship is US\$ 3000." Merk op dat beide uitgevers het begrip 'open access' vermijden: "Kaum nennt man die Dinge beim anderen Namen so verlieren sie Ihren gefährlichen Zauber" (vrij naar Elias).

Ook in Nederland begint OA meer belangstelling te krijgen. NWO stelt zich achter het OA-principe om twee redenen:

- Publiek gefinancierd onderzoek dient publiekelijk toegankelijk te zijn.
- OA lijkt een mechanisme te bieden om de abonnementskosten, zoals uitgevers die hanteren, te beheersen, waarbij op-

gemerkt moet worden, dat NWO erkent dat veranderingen in de wetenschappelijke informatievoorziening alleen in samenwerking met alle stakeholders (bibliotheken, uitgevers, onderzoekers enzovoort) bewerkstelligd kunnen worden.

Om OA te stimuleren heeft NWO 5 miljoen euro uitgetrokken, 2,5 miljoen om voor auteurs de OA-fee te betalen en nog eens 2,5 miljoen voor andere doeleinden (boeken: door deel te nemen in OAPEN-NL — zie hieronder — en datacollecties). Daarnaast komt er in 2011 een beoordelingsronde voor aanvragen van het oprichten van wetenschappelijke OA-tijdschriften en voor aanvragen met betrekking tot het organiseren van OA-sessies tijdens wetenschappelijke conferenties (zie www.nwo.nl/openaccess). NWO heeft, als financier van het leeuwendeel van het Nederlandse onderzoek, een stevige vinger in deze pap. Momenteel is NWO gericht op het bevorderen van OA en het vergroten van bewustwording bij onderzoekers betreffende OA. Het is niet uitgesloten dat NWO te zijner tijd OA publiceren van onderzoeksresultaten (en data) uit NWO-projecten verplicht gaat stellen, maar dat moment is nog niet aangebroken.

Ook SURF, het samenwerkingsverband van hogescholen, universiteiten en onderzoeksinstellingen met als doel de realisatie van “grensverleggende ICT-innovaties om de kwaliteit van hoger onderwijs en onderzoek te verbeteren”, loopt warm voor OA en heeft daarom het jaar 2009 uitgeroepen tot het jaar van de open access, in de hoop dat onder OA de wetenschappelijke resultaten van Nederlands onderzoek breder toegankelijk worden. SURF coördineert landelijk ook andere OA-activiteiten, zoals de OA-week in 2010 en de website www.openaccess.nl

Daarnaast noemen we het Open Access Publishing in European Networks (OAPEN) initiatief en het ALPSP Learned Journals Collection project. OAPEN is een verband van Europese universitaire uitgevers, waaronder de Amsterdam University Press, dat een OA-model voor het uitgeven van boeken in de humaniora en sociale wetenschappen ontwikkelt. Het doel is het creëren van een OA-uitgeefplatform, dat door de deelnemende instituten gebruikt kan worden voor de distributie van hun eigen producten.

Afsluitend merken we op dat terwijl uitgevers OA vooralsnog afdoen als niet meer dan een alternatief afrekenmodel, het aantal auteurs dat voor OA kiest nog steeds klein is. Ook de zogeheten ‘Green OA’, waarbij auteurs een versie van hun manuscript op een universeel toegankelijke institutionale repository

deponeren vindt nog weinig aanhang. Echter, het absolute aantal van OA-artikelen mag nog klein zijn, de trend is ontegenzeggelijk naar meer OA. Zie www.slideshare.net/ProjectSoap/soapfall2010 voor een recent overzicht van het OA-landschap.

Uitbesteding

Naast bedrijfsspecifieke ontwikkelingen als de opkomst van open access, is de industrie ook onderhevig aan globale trends en veranderingen. Uitbesteding, *outsourcing* in het Engels, wordt gedefinieerd als: Het overdragen van dienstverlening en indien van toepassing de daarbij horende middelen en medewerkers aan een gespecialiseerde dienstleverancier, vervolgens het gedurende de looptijd van het contract terugontvangen van dienstverlening tegen een overeengekomen vergoedingsstructuur en kwaliteitsniveau [16].

Als voorbeelden noemen we het uitbesteden van de kantine, de beveiliging, het werkplekbeheer, applicatieontwikkeling en salarisadministratie door bedrijven en instellingen. Systematisch uitbesteden van IT is begonnen als oplossing voor de Y2K problematiek. In de aanloop tot het jaar 2000 verwachtte men een tekort aan capaciteit om alle bestaande software aan te passen en heeft toen zijn toevlucht genomen tot programmeurs in India.

Het is belangrijk op te merken dat uitbesteden een graduëel proces is. Technologische innovaties maken het uitbesteden van activiteiten mogelijk die eerder uitsluitend in de eigen organisatie konden worden verricht. Werden in de eerste uitbestedingsgolf goedkope arbeidskrachten uit bijvoorbeeld India naar Nederland gehaald, later maakte de opkomst van de digitale snelweg het mogelijk dezelfde werkzaamheden door medewerkers vanuit India te laten verrichten. Weer later konden activiteiten verder worden geautomatiseerd en waren daarnaast dienstverleners in landen aan de andere kant van de wereld steeds meer in staat om niet alleen geprotocolleerde werkzaamheden te verrichten, maar ook werk van steeds hoger niveau.

Voor het welslagen van een uitbesteding zijn onder andere twee factoren van cruciaal belang: duidelijke en gedetailleerde afspraken tussen leverancier en uitbesteder, vastgelegd in SLA's (Service Level Agreements) en de aanwezigheid van een afdeling binnen de uitbestedende organisatie, die de leverancier controleert en aanstuurt. Het is wenselijk dat deze zogenaamde regie- of demandafdeling niet bemand wordt door dezelfde mensen die

tot de uitbesteding het werk deden dat nu door de leverancier gedaan wordt, maar door nieuwe mensen met een focus op management in plaats van op de inhoud van het werk. Wat betekent dit voor de wereld van wetenschappelijk uitgeven? Heeft hier uitbesteding plaatsgevonden? Het antwoord is, dat in zekere zin de wetenschappelijke gemeenschap al heel vroeg is gaan uitbesteden. We kunnen drie fases onderscheiden:

1. Men zou kunnen stellen dat de wetenschappelijke gemeenschap al heel vroeg het uitgeven van haar onderzoeksresultaten (gedeeltelijk) heeft uitbesteed aan de commerciële uitgevers, zonder daarbij van te voren SLA's (onder andere met prijsafspraken) af te spreken. Ook is er van een centraal geregelde regie-organisatie binnen de wetenschap geen sprake. De bibliotheken doen pogingen deze rol te spelen maar treden te weinig op als één partij en zijn daarnaast teveel geconcentreerd op inhoud en hun traditionele rol om deze nieuwe rol met overtuiging te kunnen spelen.
2. Waar de markt voor wetenschappelijke publicaties niet langer groeit of zelfs krimpt, kan alleen meer winst gemaakt worden door ofwel zich te onderscheiden van de concurrentie door sneller of ingrijpender te innoveren, de productiviteit te verhogen en de kwaliteit van activiteiten te verbeteren, ofwel door te bezuinigen. Om deze reden ziet men dat in de uitgeverwereld steeds meer taken worden uitbesteed. Dit is een proces dat al lang aan de gang is: uitgevers hebben al jaren geleden het zetten en drukken uitbesteed, maar nu worden behalve zet- en drukwerk ook de bureauredactie van boeken en tijdschriften veelal uitbesteed naar gespecialiseerde bedrijven in landen als India en China, waardoor de bedrijfsvoering goedkoper kan worden georganiseerd. Met het oog op de nog steeds voortschrijdende transformatie naar elektronisch uitgeven worden ook ontwikkeling en onderhoud van e-producten zoals digitale databases, gespecialiseerde zoekmachines en workflow tools overgedragen aan IT bedrijven in landen in Azië en Centraal-Europa. De belangrijkste drijfveer is daarbij veelal de aanwezigheid aldaar van hoog opgeleide specialisten en innovatievermogen. Dat daarnaast ook nog kostenvoordelen kunnen worden gerealiseerd is meegenomen maar niet de hoofdreden om deze kernactiviteiten te verplaatsen. Het spreekt vanzelf dat ook activiteiten die niet tot

de core business van een uitgeverij behoren steeds vaker worden uitbesteed. Men moet hier denken aan activiteiten op het gebied van bijvoorbeeld netwerk- en IT-management, customer service, order management, finance & accounting en inkoop. En ook hier geldt dat deze activiteiten elders niet alleen goedkoper maar ook beter kunnen worden uitgevoerd. Door de kosten van de bedrijfsvoering te verlagen, kunnen uitgeverij concurrentievoordeel behalen. De kostenbesparingen kunnen worden geïnvesteerd in bijvoorbeeld de ontwikkeling van nieuwe producten, in het vergroten van de winst, in het verlagen van de prijzen, of in de financiering van een overname. Het uitbesteden van activiteiten is voor een bedrijf dan ook absolute noodzaak geworden om in een competitieve omgeving te kunnen overleven. De keuze die een uitgeverij heeft is niet óf activiteiten moeten worden uitbesteed, maar wélke, waar naartoe, in welke volgorde, en tegen welk risico. Een belangrijke winst die hiermee kan worden geboekt is dat veelal ook de dienstverlening naar de klanten merkbaar kan worden verbeterd, bijvoorbeeld door een telefonische helpdesk 24 uur per dag te bemannen in plaats van uitsluitend tijdens kantooruren. Deze ontwikkeling opent op termijn mogelijkheden om ook activiteiten op het gebied van bijvoorbeeld juridische zaken, personeelszaken en marketing uit te besteden. En waar nu

nog de opdrachtgever definieert welke activiteiten de dienstverlener voor hem verleent, wordt in de toekomst het in partnership samenwerken belangrijker, waarbij de dienstverlener een steeds grotere rol krijgt in het vormgeven van zijn werkzaamheden.

3. Nu de grote uitgeverijen zo'n beetje alles hebben uitbesteed wat niet tot hun kerntaken behoort, lijken zij te onderzoeken of ook een deel van deze taken uitbesteed kan worden. In China kost een afgestudeerd dan wel gepromoveerd wetenschapper een fractie van zijn westerse collega. Waarom dan niet een deel van de taken, waaraan schrijver dezes een werkend leven lang zijn brood verdiend heeft, uit te besteden? Het lijkt een logische voortzetting van de lijn die ingezet werd toen uitgeverij hun zetters en drukkerijen "buiten de deur plaatsten", zoals dat toen nog heette.
4. Met enige aarzeling zou men nu van een vierde fase kunnen spreken: die van de 'backsourcing', waarbij bedrijven ooit uitbesteede activiteiten weer zelf gaan uitvoeren. De hierboven beschreven ontwikkelingen als open access, institutional repositories en gratis elektronische tijdschriften kan men zien als pogingen om uitgeeftaken terug te halen en weer zelf te gaan uitvoeren. Helaas zijn er niet veel voorbeelden bekend van geslaagde backsourcing operaties. Mijn overbuurman was als inge-

nieuwer werkzaam bij het Ministerie van Verkeer en Waterstaat en als zodanig nauw betrokken bij de Deltawerken. Ooit woonde hij een plechtigheid bij ter gelegenheid van het sluiten van een dijk en de inpaldering van een stuk land. De koningin wierp een symbolische schep aarde in een symbolisch gat en er werd een glas geheven. Toen hoorde hij een oudere collega zachtjes mompelen: "Ooit zullen wij met een zucht van opluchting dit land weer teruggeven aan de zee." Zal er een ogenblik komen dat de wetenschappelijke gemeenschap met een zucht van opluchting zijn institutional repositories, zijn gratis elektronische tijdschriften en wat dies meer zij met een zucht van opluchting teruggeeft aan de grote uitgeverij?

Dankwoord

Graag wil ik Teun Koetsier bedanken: eerst voor zijn uitnodiging om een lezing te houden over wetenschappelijk uitgeven op het 45ste Nederlands Mathematisch Congres 2009 en vervolgens voor zijn uitnodiging om mijn lezing te bewerken tot een artikel voor het NAW. Een stuk als dit is uiteindelijk de integraal van veler advies en aanmoediging. De volgende personen in 'le désordre alphabétique' hebben mij geholpen met hun commentaar op (stukken van) mijn artikel. Het is er beter en vollediger door geworden: Jan Bergstra (Universiteit van Amsterdam), Margreet Bouma (NWO), Yvonne Campfens (Springer), Guus Delen (VKA), Fred Drissen (NAW), Peter Hendriks (Springer), Zeger Karssen (Atlantis Publishing), Joost Kircz (KRA Publishing Research), Michiel Kolman (Elsevier), Koen Petersen (StepChange), Eefke Smit (International Association of STM Publishers), Bas van Vlijmen (Universiteit van Amsterdam).

Referenties

Over Alexandrië:

- 1 P.M. El-Abbadi, Life and fate of the ancient library of Alexandria, second revised edition, Unesco/UNDP.
- 2 P.M. Fraser, Ptolemaic Alexandria, 3 Vols., Oxford, Clarendon Press, 1972.
- 3 R. MacLeod (editor), The Library of Alexandria, I.B. Tauris.
- 4 R. Netz en W. Noel, The Archimedes Codex, Phoenix.
- 5 L. Russo, The forgotten revolution. How science was born in 300 BC and why it had to be reborn, Springer 2004.

Over Gutenberg:

- 6 J. Man, The Gutenberg Revolution.

Geschiedenis van het uitgeverij:

- 7 C.D. Andriess, Dutch Messengers, A History of Science Publishing, 1930 – 1980, Brill.
- 8 E.L. Eisenstein, The printing Press as an Agent of Change, Cambridge University Press.

- 9 E.D. Johnson en M.H. Harris, History of Libraries in the Western World, The Scarecrow Press.

- 10 D.A. Kronick, A History of Scientific and Technical Periodicals, The Scarecrow Press.

- 11 S.H. Steinberg, Five Hundred years of Printing, Penguin.

Digitale preserving:

- 12 E. Smit et al., Avoiding a Digital Dark Age: why publishers should care about digital preservation, te verschijnen in The International Journal of Learned Publishing.

- 13 J. Kircz, Institutional Repositories, a new platform in Higher Education and Research, A discussion paper commissioned by SURF.

Open access:

- 14 J.J. Esposito, Open Access 2.0: Access to Scholarly Publications Moves to a New Phase, Journal of Electronic Publishing, Vol. 11, No 2, Spring 2008.
- 15 Nederland loopt warm voor Open Access, SURF.

Outsourcing:

- 16 E. Beulen et al., Management Guide, Outsourcing van IT, van Haren Publishing.
- 17 M.F. Corbett, The Outsourcing Revolution, Dearborn Trade Publishing.
- 18 S. Cullen en L. Willcocks, Intelligent IT outsourcing, Elsevier.
- 19 Th.L. Friedman, The World is Flat, Farrar, Straus and Giroux.

Overzichtsartikelen:

- 20 M. Mabe, (Electronic) journal publishing, The E-resources Management Handbook – UKSG.
- 21 Mark Ware Consulting Ltd, Scientific publishing in transition: an overview of current developments (2006).
- 22 N.L. Maron en K.K. Smith, Current Models of Digital Scholarly Communication: Results of an Investigation Conducted by Ithaka Strategic Services for the Association of Research Libraries, Journal of Electronic Publishing, Vol. 12, No. 1, February 2009.

Ionica Smeets

Boerhaavelaan 114

2334 ET Leiden

ionica.smeets@gmail.com

**Het keerpunt van Jacqueline Meulman**

Pas later realiseerde ik mij hoe belangrijk Bell Labs voor me was

Hoogleraar toegepaste statistiek aan het Mathematisch Instituut van de Universiteit Leiden Jacqueline Meulman (1954) begon haar carrière met de studie psychologie. Maar niet omdat ze mensen wilde helpen. Middelbare scholieren vonden aan het begin van de jaren '70 exacte vakken te rechts. Tijdens de studie psychologie verloor ze haar hart aan de multivariate data analyse. En toen ze na haar afstuderen de kans kreeg om een jaar bij het Amerikaanse AT&T Bell Telephone Laboratories te werken, was de zaak helemaal bekeken. Ze werd statisticus: "Ik was al nooit zo psychologisch, maar daarna helemaal niet meer." Het jaar bij Bell gaf haar carrière een vliegende start en een blijvende liefde voor de Verenigde Staten.

Waarom ging u nu precies psychologie studeren?

"Uiteindelijk omdat ik allerlei andere studies niet wilde. Op mijn school, net zoals op veel andere middelbare scholen, gebeurde er veel na Parijs '68. Ik vond het allemaal reuze interessant, je moest veel lezen en vergaderen over wat er zou moeten verbeteren op scholen. We moesten ons bijvoorbeeld niet laten afkopen met koffiemachines, dat was repressieve tolerantie. Het was allemaal best heftig. In die tijd vonden we de exacte vakken rechts en het was niet politiek correct om iets technisch te gaan studeren."

Maakte het nog wat uit dat u een meisje was?

"Jazeker, maar ook de meeste jongens waarmee ik omging, gingen geen bètavak studeren, maar bijvoorbeeld sociologie. Dat vond ik toen helemaal niks, sociologie vond ik vaag met alleen maar theorie. Ik koos voor psychologie omdat het zo'n brede studie was, niet omdat ik mensen wilde helpen. We kregen ook experimentele psychologie en serieuze statistiek en dat vond ik heel leuk.

Ik verdiepte me op een gegeven moment in de geschiedenis van de kwantitatieve psychologie. Een aantal statistische uitvindingen kwamen uit die hoek, zoals bijvoorbeeld de testtheorie en de factoranalyse, waarbij gezocht wordt naar onderliggende, latente, variabelen. Vervolgens wilde ik ook weten hoe factoranalyse technisch in elkaar zat. En daarna wilde ik alleen maar meer multivaria-



Jacqueline Meulman

te analyse. Ik ben uiteindelijk afgestudeerd met een vrije studierichting in de mathematische psychologie.

Tijdens mijn kandidaats werkte ik soms wel 50 uur per week naast mijn studie. Ik wilde financieel onafhankelijk zijn. 's Morgens hielp ik bejaarden, 's avonds was ik serveerster en in het weekend verkocht ik kaartjes in het theater. Toen ik in 1978 student-assistent kon worden bij de afdeling Data Theorie heb ik al mijn andere baantjes opgezegd. Ik vond het fantastisch om binnen een technische afdeling te werken.

Data Theorie was toen een zelfstandige afdeling, later vakgroep, binnen de faculteit sociale wetenschappen, en was vooral gericht op onderzoek. Er werden nieuwe statistische technieken voor data-analyse ontwikkeld en op inhoudelijk gebied werkten we samen met allerlei disciplines, zowel binnen als buiten de sociale wetenschappen. Ik heb uiteindelijk heel lang bij Data Theorie gewerkt. Achteraf lijkt mijn carrière heel continu, maar er zitten ook breekpunten. De eerste vond plaats bij Bell Labs."

Wanneer ging u daar naartoe?

"Na mijn afstuderen in 1981 kon ik een jaar naar AT&T Bell Telephone Laboratories in Murray Hill, New Jersey. Het waren de laatste jaren van de absolute glorie van Bell Labs, later zijn ze opgesplitst. Het was waanzinnig, er werkten toen ongeveer 20.000 mensen. En niet alleen in *development*, er werd veel onderzoek gedaan waarvan niet

duidelijk was waar het naartoe ging, het was niet per se toegepast.”

Wat deed u?

“Ik was consultant bij de afdeling *Computer Aided Information Systems* waar onder andere zeer rekenintensieve technieken werden ontwikkeld. Ik mocht er in zekere zin doen waar ik zin in had. Ik werkte bijvoorbeeld aan een computerprogramma voor de analyse van preferentiedata. Dat deed ik onder leiding van een van de wetenschappelijke kanonnen: Doug Carroll. Hij nam me ook mee naar congressen in de Verenigde Staten en stelde me dan voor aan belangrijke mensen uit het vak: “This is Jacqueline Meulman from the Department of Data Theory in Leiden.” Iedereen leek de groep te kennen, en ik had echt het idee dat we met Data Theorie in Leiden aan de top van de wereld stonden. Dat jaar heeft me heel erg veranderd. Het voelde gewoon om bij Bell Labs te werken en pas later realiseer je je hoe belangrijk dat voor je geweest is. Je hebt iets unieks gekregen, een soort gemak in het omgaan met belangrijke wetenschappers en het gevoel dat je daarbij hoort.

Bezoekers die een lezing bij Bell kwamen geven, werden niet altijd zo aardig behandeld. Ze werden soms keihard de grond in geboord als ze niet tot de ingewijden behoorden. Voor hen was dat dus erg vervelend, dat besef ik heel goed. Als je er niet bij hoorde dan ging je carrière een stuk moeilijker. Maar ik hoorde er wel bij en ik denk dan ook met heel veel liefde aan die tijd terug. Net zoals ik toen door mijn mentor Doug Carroll geïntroduceerd werd op congressen, probeer ik nu mijn studenten en promovendi datzelfde gevoel te geven. Ik neem ze mee en stel ze voor aan topwetenschappers.”

Waarom versilde Bell Labs verder van Leiden?

“In Leiden had ik geleerd te ‘rekenen’ op een mainframe met IBM jobcontrol. Bij Bell moest ik leren om op een andere manier met computers om te gaan. Alles draaide daar op UNIX, bij Bell uitgevonden. De computerwetenschappers die de talloze PDP computers beheerden, ontwikkelden daarop ieder voor zich hun eigen versie van UNIX. Alles was in ontwikkeling en in het begin werd je gek omdat dingen op elke machine anders werkten. Maar je leerde er veel van en werd heel flexibel.

In Leiden typten we in die tijd nog alles moeizaam met een IBM elektrische typemachine, met een symboolbolletje voor de for-

mules. Bij Bell hadden ze al een hoogstaand tekstverwerkingsprogramma onder UNIX: Troff, een soort voorloper van TeX. Ik moest mijn doctoraalscriptie nog netjes uittypen en die werd prachtig dankzij Troff. Het leek wel een proefschrift! Mijn scriptie is toen zelfs uitgegeven als eerste boek van de Leidse DSWO Press.

Bij Bell zag ik ook voor het eerst een grafische terminal en een muis. Al op de eerste dag kreeg ik een terminal mee om vanaf thuis in te loggen. Ik vond die ontwikkelingen fantastisch. Als kind hield ik trouwens al van techniek, ik speelde graag met auto's en treinen en haalde transformatoren uit elkaar. Bij Bell werd die liefde voor nieuwe technische dingen echt gevoed. Dat heb ik altijd gehouden, als er iets nieuws komt, dan wil ik dat hebben. Ik lees *PC World* heel trouwhartig. Al ben ik ook wel tegendraads. Ik hoef geen iPad met van die bewegende icoontjes. Geef mij maar een heel kleine laptop die toch lekker heel hard kan rekenen.”

Wilde u na dat jaar niet in Amerika blijven?

“Eerlijk gezegd had ik het op dat moment wel gezien. Ik miste mijn vrienden en familie. Iedereen werkte ontzettend hard bij Bell, ook 's avonds. Je had nauwelijks een sociaal leven, ik was thuis gewend om 's avonds nog even naar het café of het filmhuis te gaan. Ik ging terug naar Nederland om te promoveren. Maar toen ik twee maanden terug was kreeg ik juist vreselijke heimwee naar Amerika. Ik miste alles en kreeg buikpijn als ik New York op de televisie zag.

Die zomer zag ik Doug Carroll op een congres in Parijs en hij nodigde me uit om een paar weken naar New Jersey terug te komen. Dat werden uiteindelijk zes weken. Toen ik daar weer was, vond ik alles leuk: de manier van werken, de suburbs en zelfs het boodschappen doen. Ik was verkocht.”

Waarom bent u er niet permanent heen gegaan?

“Mijn partner wilde in Leiden blijven werken. Ik heb wel steeds elke kans aangegrepen om naar Amerika terug te gaan. Jarenlang zat ik vaak op de University of Illinois. Ik ben in 2009 officieel benoemd als gasthoogleraar bij Statistics op Stanford en ga daar geregeld naar toe, vorig jaar nog drie maanden.”

Bent u inhoudelijk ook van richting veranderd door Bell?

“Ik was al nooit zo psychologisch, maar daarna al helemaal niet meer. Een collega bij Bell zei tegen me dat ik me geen psycho-

metricus moest noemen, ik was gewoon een statisticus.”

U werkt inmiddels alweer een paar jaar op het Leidse Mathematisch Instituut, voelt u zich nu een wiskundige?

“Nee hoor, ik blijf een statisticus. Ik heb geen wiskunde gestudeerd, en er zijn takken van de wiskunde waar ik weinig vanaf weet. Ik ben wel heel blij dat ik bij wiskunde ben gekomen, ik voel me hier heel erg thuis. De vakgroep Data Theorie moest bij een reorganisatie in 1998 opsplitsen en werd ondergebracht bij psychologie en pedagogiek. Ik ging met mijn Pioniergroep naar pedagogiek, maar dat ging uiteindelijk niet goed.”

Wat gebeurde er?

“Ik kon niet goed met autoriteit omgaan. Ik was gewend om mijn eigen groep te runnen en nam zelf alle beslissingen. Dat was daar niet de bedoeling.”

En op het Mathematisch Instituut gaat dat wel goed?

“Dit is een veel plattere organisatie met korte lijnen. Het lijkt hier veel meer op Amerika, waar je ook niet zo'n hiërarchische structuur hebt. Je hebt hier eenzelfde soort vrijheid en ik vind dat heerlijk. Het is de bedoeling dat ik hier blijf.”

Tot uw pensioen?

“En daarna. Binnen afzienbare termijn wil ik iets opgezet hebben, zodat ik straks ook na mijn 65ste door kan blijven werken. Je kunt onder de vleugels van de universiteit een bv oprichten en daar wil ik een deel van mijn werk in onderbrengen, met name de software-ontwikkeling die we doen voor IBM-SPSS. Ik vind dat laatste belangrijk omdat vele anderen dan ook je programma's kunnen gebruiken. Daarvoor wil ik ook nieuwe mensen opleiden. Op een gegeven moment moet ik er toch mee ophouden en het zou zonde zijn als het erfgoed verloren zou gaan. Je wilt toch blijven voortleven door middel van je werk.”

Heeft u een goede suggestie voor een (Nederlandse) wiskundige met een bijzonder keerpunt in zijn of haar carrière? Stuur dan een e-mail naar ionica.smeets@gmail.com.

Martin Bootsma

Mathematisch Instituut
Universiteit Utrecht
Postbus 80010
3508 TA Utrecht
m.c.j.bootsma@uu.nl

Pieter Trapman

Department of Mathematics
Stockholm University
SE-10691 Stockholm
Sweden
ptrapman@math.su.se

Evenement Openingssymposium Utrecht Centre for Infection Dynamics

Infectieziekten benaderd vanuit een breed perspectief

Van 9 tot en met 11 maart 2011 vond in het Spoorwegmuseum in Utrecht het openingssymposium van het UCID (Utrecht Centre for Infection Dynamics) plaats. Het symposium markeert de officiële start van het UCID als onderzoeksnetwerk voor infectieziekten, in de regio Utrecht. Martin Bootsma van de Universiteit Utrecht en Pieter Trapman van de Universiteit van Stockholm doen verslag.

De titel van het symposium, 'Bridging the gap between theory and application', gaf ook het doel van dit virtuele centrum aan. Het UCID (<http://ucid.eu>) is een samenwerking van verschillende faculteiten van de Universiteit van Utrecht (UU), waaronder de afdeling wiskunde, het Universitair Medisch Centrum in Utrecht (UMCU) en het Rijksinstituut voor Volksgezondheid en Milieu (RIVM) in Bilthoven. Het doel van deze samenwerking is om onder andere epidemiologische, biologische, medische, farmaceutische, statistische en wiskundige expertise en methodologie te combineren om tot kwantitatief en integraal onderzoek te komen wat, buiten wetenschappelijke resultaten, tot beleid kan leiden om de medische en economische gevolgen van besmettelijke ziekten te beperken. Deze doelstelling kwam tot uiting in het brede scala van sprekers op dit symposium, variërend van (sinds de H1N1, dat is, Mexicaanse griep epidemie) bekende Nederlanders als Roel Coutinho en Ab Osterhaus, tot leidende specia-

listen op het gebied van immunologie (Rob de Boer, UU) en epidemiologie (Christophe Fraser, Imperial College).

Wiskundige analyse

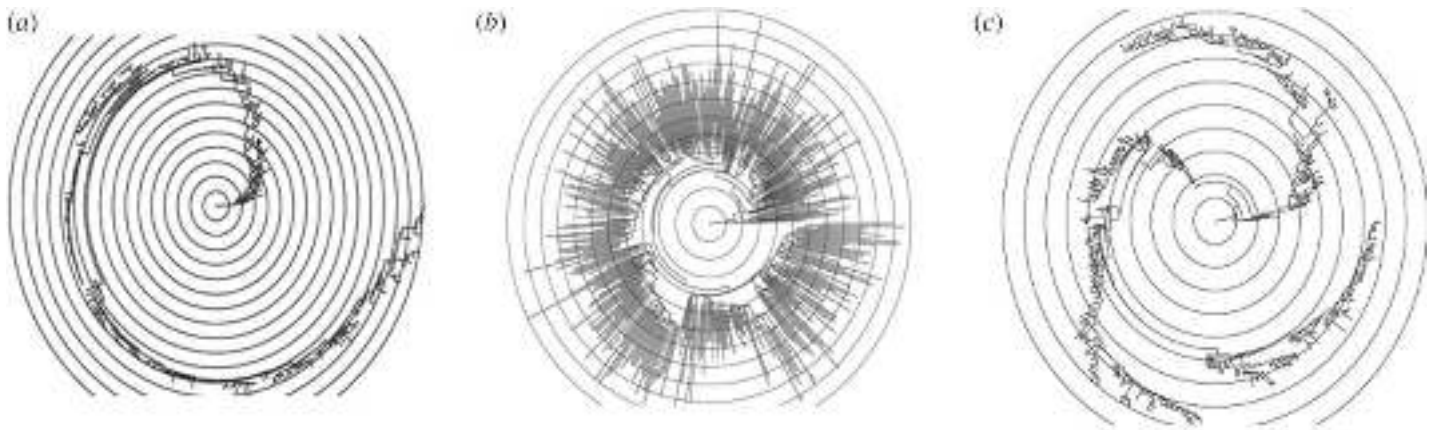
Veel van de presentaties waren gericht op concrete infectieziekten en bijbehorende data. Het biologische begrip van hoe een ziekte zich verspreidt, is daarbij essentieel om goede wiskundige modellen te ontwikkelen. Deze goede modellen zijn op hun beurt essentieel om verkregen data te analyseren. Op het symposium werd snel duidelijk dat, met de toegenomen beschikbare numerieke rekenkracht, het voor het verkrijgen van nuttige antwoorden niet altijd meer nodig is om modellen analytisch te benaderen; zodra het model beschikbaar is, kunnen simulaties ons veel inzicht verschaffen. Toch was een belangrijke boodschap dat juist de wiskundige analyse ons kan helpen om te bepalen welke aannames voor een model en de te beantwoorden vragen essentieel zijn en welke in de analyse

weggelaten kunnen worden, ondanks dat ze biologisch gezien belangrijk zijn.

Zo gingen sommige van de meer analytische presentaties over deterministische modellen, waarbij alle heterogeniteit van mensen en hun sociale contacten worden genegeerd en waarbij de uitdaging vooral wordt gevonden in een gedetailleerde deterministische beschrijving van het ziekteverloop en de immuniteit van individuen die de ziekte doorlopen of hebben doorlopen. In deze modellen is het mogelijk om uitspraken te doen over het verloop van een epidemie in de tijd. In andere modellen is juist het stochastische karakter van de verspreiding van een ziekte bewaard gebleven, maar is het verloop van infectiviteit binnen een individu volledig genegeerd. In deze modellen is het mogelijk om uitspraken te doen over bijvoorbeeld de totale grootte van een epidemie, en het geeft handvatten voor statistische analyse. Het is echter lastig het verloop in de tijd van een epidemie te bestuderen en dus ook om de effecten van tijdelijke maatregelen om de epidemie tegen te gaan, door te rekenen.

Breed perspectief

Het symposium maakte ook duidelijk hoe belangrijk het is om vraagstukken met betrek-



Figuur 1 Fylogenetische bomen van verschillende RNA-virussen. (a) Fylogenie van influenza A/H3N2's HA, op basis van virussen geïsoleerd in mensen tussen 1968 en 2003. (b) HIV's gp120 fylogenie (C2-V5 regio), op basis van virussen geïsoleerd in de Verenigde Staten tussen 1981 en 2007. (c) Influenza B's HA fylogenie, op basis van virussen geïsoleerd in de Verenigde Staten tussen 1973 en 2008. In de drie plaatjes representeren concentrische cirkels de tijd. Figuur afkomstig uit [1].

king tot infectieziekten vanuit een breed perspectief te benaderen. Waar in het verleden de modellen voor de verspreiding op populatieniveau vaak volledig gescheiden waren van het verloop van een infectie binnen een individu of van genetische aanpassingen van de ziekteverwekker, wordt het nu belangrijker om de toegenomen biologische kennis en populatiemodellen te integreren en om goede modellen te creëren waarbinnen DNA- of RNA-data van ziekteverwekkers in verschillende patiënten gebruikt kunnen worden om het verloop van een epidemie te analyseren. Op dit gebied is nog heel veel kennis, modelleerwerk en nieuwe theorie vanuit de wiskunde nodig.

Topologie van genetische bomen

Een voorbeeld van het integreren van genetische informatie in epidemiologische modellen werd gegeven door Katia Koelle van Duke University, North Carolina, in haar presentatie getiteld: 'Understanding the dynamics of emerging and re-emerging infectious diseases through influenza and dengue virus case studies'. In dit model waarbij verschillende mutanten van hetzelfde virus tegelijkertijd in de populatie van gastheren aanwezig kunnen zijn, probeerde ze de topologie van genetische bomen (zie Figuur 1) te verklaren. Voor sommige virussen is er doorgaans voor

een lange tijd één dominante kloon aanwezig in de populatie. Die kloon wordt af en toe vervangen door een variant (mutant) die de rol van dominante kloon op zich neemt. Voor andere virussen zijn er doorgaans vele varianten tegelijkertijd aanwezig in de populatie. Zij relateerde de topologie van genetische bomen aan de ziektedynamica en de mate van immuniteit die een gastheer heeft voor een bepaalde variant als hij/zij geïnfecteerd is geweest met een andere variant [1]. Ze gebruikte een model met N individuen, waarbij S_i het aantal individuen is dat niet geïnfecteerd is geweest met de virusvariant i , en I_i het aantal individuen is dat momenteel geïnfecteerd is met de virus-variant i . Individuen sterven met kans μ per tijdseenheid en met dezelfde snelheid worden individuen geboren. Nieuwgeborenen komen in categorie S_i voor elke i . Als een geïnfecteerde contact heeft met een vatbare, kan de vatbare geïnfecteerd raken. Met kans σ_{ij} geeft een infectie met variant j ook immuniteit tegen variant i . Tenslotte kan een virusvariant muteren. De term $h_w(t - t_i)$ beschrijft de kans per tijdseenheid dat een met variant i geïnfecteerd individu verandert in een individu dat geïnfecteerd is met een volledig nieuwe virusvariant. Deze kans hangt af van hoe lang de virusvariant al in omloop is. Dit leidt tot het volgende stelsel differentiaalvergelijkingen:

$$\frac{dS_i}{dt} = \mu N - \beta \frac{S_i}{N} \sum_j \sigma_{ij} I_j - \mu S_i,$$

$$\frac{dI_i}{dt} = \beta \frac{S_i}{N} I_i - (\mu + \nu) I_i - h_w(t - t_i) I_i.$$

Er zitten nog de nodige haken en ogen aan dit model. Zo zal in een deterministisch model geen elke variant uitsterven en zijn er biologisch gezien geen duidelijke restricties op het gedrag van de functie $h_w(t - t_i)$. Niettemin zijn modellen als deze, waarbij transmissie van het pathogeen tussen individuen en een interactie met het immuunsysteem van individuen, waarschijnlijk onmisbaar om de dynamica van pathogenen die muteren te verklaren.

Een uitdagende taak

Voor de wiskundige ligt in de infectieziektenepidemiologie een uitdagende taak. Het onderzoek is uiteindelijk gericht op problemen die ons vanuit het echte leven worden voorgelegd en als dit probleem te complex is om exact op te lossen, dan is er niet de vrijheid om het probleem aan te passen. In plaats daarvan wordt het doel om de oplossing zo goed mogelijk te benaderen en om de betrouwbaarheid van de gemaakte voorspellingen goed te kwantificeren.

Referentie

- 1 K. Koelle, O. Ratmann, D.A. Rasmussen, V. Pasouren J. Mattingly (2011). A dimensionless number for understanding the evolutionary dynamics of antigenically variable RNA viruses. *Proc. R. Soc. B*, doi: 10.1098/rspb.2011.0435.

In de verdediging

| In defence

Pas gepromoveerden brengen hun werk onder de aandacht.

Redacteur: Geertje Hek

la Voie-du-Coin 7

1218 Grand-Saconnex

Zwitserland

verdediging@nieuwarchief.nl



Discrete tomography for integer-valued functions

Arjen Stolk

Op 15 juni 2011 promoveerde Arjen Stolk aan de Universiteit Leiden op het proefschrift *Discrete tomography for integer-valued functions*, dat hij schreef onder begeleiding van prof. dr. Bas Edixhoven en co-promotor prof. dr. Joost Batenburg (CWI en Universiteit van Antwerpen).

Discrete tomografie

Tomografie houdt zich bezig met het opbouwen van plaatjes aan de hand van afgeleide gegevens, projecties in vaktermen. Een bekende medische toepassing is de CT-scan, waarbij CT staat voor Computer Tomografie: vanuit verschillende hoeken worden röntgenfoto's van dwarsdoorsneden van het menselijk lichaam gemaakt. Uit al die beelden tezamen probeert men dan een goed beeld van de driedimensionale structuur te reconstrueren.

In discrete tomografie zijn de plaatjes discreet, vaak met vakjes op een rechthoekig rooster, die ieder 'aan' of 'uit' kunnen zijn. Een dergelijk plaatje kun je ook bekijken als een matrix van nullen en enen. Sta je in plaats daarvan gehele getallen in de matrix toe, dan kom je terecht bij de configuraties die Stolk in zijn onderzoek heeft bekeken.

Reconstructie, consistentie en uniciteit

Er zijn bij (klassen van) tomografieproblemen drie kernvragen: reconstructie, consistentie en uniciteit. Reconstructie is het daadwerkelijk uit de projecties terugvinden van de figuur of matrix, consistentie gaat om het herkennen aan de data of reconstructie mogelijk is en uniciteit ten slotte gaat om de vraag of er één of meerdere oplossingen of mogelijke reconstructies zijn.

Het grootste deel van het werk van Stolk betrof de consistentievraag. Denk hiervoor aan een rechthoekige matrix met gehele getallen. Van zo'n matrix kunnen de rij- en kolomsommen worden bepaald. Niet zomaar elk rijtje getallen kan de uitkomst van deze berekening van sommen zijn. Er is namelijk een relatie of afhankelijkheid tussen: wanneer de rijssommen bij elkaar op worden geteld, komt daar hetzelfde getal uit als wanneer de kolomsommen bij elkaar worden opgeteld.

Twee soorten afhankelijkheden

De situatie is interessanter wanneer ook sommen worden genomen over lijnen in andere richtingen. Bijvoorbeeld over de diagonalen, zoals in Figuur 1. Er zijn in zulke gevallen meer afhankelijkheden tussen de diverse lijnsommen en ze zijn vaak ook ingewikkelder van structuur. Er komen bijvoorbeeld lijnen uit drie of meer richtingen in voor, of niet alle lijnen in een richting hebben hetzelfde gewicht. Een belangrijk deel van Stols onderzoek gaat over het beschrijven en berekenen van deze afhankelijkheden. Hij heeft twee stellingen bewezen die hier samen een compleet beeld van geven. De ene stelling beschrijft hoe de ruimte van afhankelijkheden opgebouwd is uit twee delen, de andere geeft een beschrijving voor een van die delen. Expliciet: de afhan-



kelijkheden vormen een vrije abelse groep van eindige rang, die te schrijven is als een directe som van twee ondergroepen. Deze twee ondergroepen komen overeen met de twee soorten relaties die al in 2001 beschreven werden door Hajdu en Tijdeman. Zij gaven ook typische voorbeelden voor beide soorten: (1) de som van de rijssommen is gelijk aan de som van de kolomsommen; (2) de twee lijnen die alleen door dit ene hoekpunt gaan hebben (dus) dezelfde lijnsom.

Hajdu en Tijdeman gaven ook een vermoeden voor de rang van beide ondergroepen. Birgit van Dalen construeerde vervolgens in haar masterscriptie afhankelijkheden van de tweede soort, precies zoveel als er volgens het vermoeden zouden moeten zijn. Stolk heeft nu de vermoede rangen bevestigd en een constructie gegeven voor een (redelijk kleine) voortbrengende verzameling voor de afhankelijkheden van de eerste soort.

Naast dit alles heeft hij ook een aantal resultaten bereikt op het gebied van uniciteit, vooral over het beschrijven van matrices met dezelfde lijnsommen. In de algebraïsche aanpak blijkt dit veel met de consistentie te maken te hebben.

Veranderd van promotie-onderwerp

Halverwege zijn promotietijd is Stolk gewisseld van promotie-onderwerp. Hij vond het onderzoek waarop hij nu gepromoveerd is leuker, had er ook al meer resultaten in bereikt dan in zijn eigenlijke onderwerp (dat schoot totaal niet op) en het was op dat moment duidelijk dat er nog meer resultaten te behalen waren als hij echt de tijd zou nemen om zich op de discrete tomografie te focussen. Achteraf gezien een verstandige beslissing, maar op dat moment was er een grote drempel om die beslissing te nemen. Gelukkig heeft iedereen, ook zijn leidinggevers binnen het Mathematisch Instituut, hem hierin volledig gesteund.

Bas Edixhoven was zijn promotiebegeleider, ook al bij het originele onderwerp. Stolk heeft altijd met veel plezier met hem samengewerkt. Achter een aantal belangrijke resultaten in zijn proefschrift zit een leuk algebraïsch-meetkundig idee dat ze samen hebben uitgewerkt.

Joost Batenburg is er als co-promotor bijgekomen toen Stolk veranderde van onderwerp. Alles wat hij over tomografie weet, heeft Stolk naar eigen zeggen van hem geleerd. Batenburgs inbreng was ook om de koppeling met de tomografie in de gaten te houden. Hij heeft veel relevante onderzoeksvragen aangedragen. Ook zorgde hij ervoor dat Stolk voldoende aandacht besteedde aan het presenteren van de resultaten op zo'n manier, dat de koppeling met tomografie voor meer mensen dan alleen hemzelf duidelijk was.

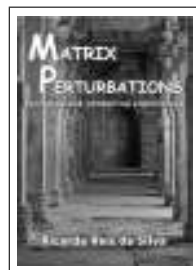
Leuke wiskunde gewoon omdat het kan

Nieuwe wiskunde leren, dat vindt Stolk leuk en daar is tijdens de promotietijd een heleboel ruimte voor. Wat dat betreft was hij helemaal op zijn plek. Ook het begeleiden van werkcolleges heeft hij met veel plezier gedaan en hij heeft veel geleerd van het mede-organiseren van het studentenseminarium. De mooiste herinnering bewaart hij aan gesprek-

ken die hij voerde met Hendrik Lenstra over zijn promotie-onderwerp. Het fundament voor zijn proefschrift is toen gelegd. Ze hebben samen een paar lange middagen in Lenstra's werkkamer krijtborden vol wiskunde geproduceerd. De ervaring om op zo'n manier met je vak bezig te zijn, in samenwerking met een van zijn grootheden, vond Stolk erg bijzonder.

Hoewel hij ook heel plezierig heeft samengewerkt met zijn begeleiders, heeft hij deze gesprekken met Lenstra anders ervaren. Juist ook omdat het hier niet ging om begeleiding, maar om leuke-(nieuwe)-wiskunde-gewoon-omdat-het-kan.

Ondanks zijn positieve ervaringen heeft Stolk niet gekozen voor een vervolg in de wiskunde. Sinds september 2010, toen zijn aanstelling als promovendus afliep, werkt hij als softwareontwikkelaar bij TOPdesk in Delft. Het bevalt hem daar erg goed. Zijn huidige werk is niet echt gerelateerd aan zijn promotieonderzoek, maar hij heeft er zeker wel veel profijt van.



Matrix Perturbations, bounding and computing eigenvalues

Ricardo Reis da Silva

Originally from Portugal, Ricardo Reis da Silva came to Utrecht in 2005, to do his master studies. He continued as a Ph.D. student at the University of Amsterdam. Despite the natural ups and downs, he has enjoyed his time in the Netherlands. "The country has a good research and academic environment and I was fortunate enough to work alongside some of the top researchers in my area." He felt very welcome, both at the Mathematics Department in Utrecht as an international student as well as at the Korteweg-de Vries Institute in Amsterdam as a Ph.D. candidate. But more important than the particular place or the particular work he did, was the global experience of living abroad.

This episode abroad surely did not match his expectations. Strikingly however, precisely the many unexpected things he encountered, made the whole experience so valuable for Reis da Silva.

Matrix and eigenvalue perturbations

On June 10th, 2011, Reis da Silva successfully defended his Ph.D. thesis *Matrix Perturbations, bounding and computing eigenvalues*, written under guidance of dr. Jan Brandts and prof. dr. Rob Stevenson at the Universiteit van Amsterdam. His thesis belongs to the areas of linear algebra and numerical linear algebra and its contents are divided into two parts covering two distinct though related topics.

The first part is on matrix and eigenvalue perturbation theory. In this part he studies amongst others Hermitian rank- k perturbations of Hermitian matrices and their eigenvalues. The study of such matrices and perturbations has a background in numerical methods for partial differential equations. For instance, the finite difference discretization of certain reaction-diffusion differential equations yields a standard

positive definite Hermitian tridiagonal matrix resulting from the diffusion part. This discretization can also lead to a rank- k Hermitian matrix resulting from the reaction part, which can be seen as a perturbation of the diffusion Hermitian matrix. The study of matrix perturbations is, however, also relevant for the analysis of iterative methods for eigenvalue problems.

For Hermitian perturbations of Hermitian matrices much is known about the relative position of the eigenvalues after perturbation. The results follow from the variational characterisation of the eigenvalues given by the Courant–Fischer theorem, from Weyl's inequalities bounding the eigenvalues of the resulting matrix by those of the original and the perturbation matrices, and to some extent also from the Cauchy Interlace Theorem on the interlacing property between the eigenvalues of a matrix and of its $n - 1$ principal submatrix. These are all well known and useful results for Hermitian matrices.

For Hermitian rank- k perturbations of Hermitian matrices, Reis da Silva developed Weyl-type bounds for the eigenvalues, that are tighter than Weyl's classical bounds while the additional computational costs are very modest. He then used the same technique to obtain bounds for the eigenvalues of arrowhead matrices (square matrix whose entries are all zero except for the diagonal and the first row and column) and for the singular values of perturbed rectangular matrices.

Normality preserving perturbations

For normal matrices much less is known than for Hermitian matrices. For example, given two normal matrices A and E , it is still not fully understood under which conditions $A + E$ is also normal. In chapter 3 of his thesis, Reis da Silva makes inroads in that direction. He studies normality preserving perturbations and augmentations of normal matrices and their consequences to the eigenvalues. Ikramov and Elsner had studied normality preserving augmentations (adding additional rows and columns) of normal matrices before, but nothing was known about their impact on the eigenvalues. In Reis da Silva's thesis it is shown how the eigenvalues of the original matrix are influenced by the augmentation, and moreover, bounds for them are found. Next, normality preserving normal perturbations are studied. For 2×2 and for rank-one matrices, the analysis is now complete. For higher rank, all essentially Hermitian (normal matrices with collinear eigenvalues) normality preserving perturbations are described. And finally, using the stratification of normal matrices presented by Huhtanen in 2001, Reis da Silva constructed all augmentations that result in normal matrices with eigenvalues on a quadratic curve in the complex plane.

In his opinion, these results on perturbations of normal matrices are his most interesting results. They appear to resemble those we know for Hermitian matrices and will hopefully motivate others to look more closely into perturbations of normal matrices.

Analysis of a method developed by chemists

Part two of the thesis focuses on iterative methods for eigenvalue problems and, in particular, on the analysis of a somewhat unknown

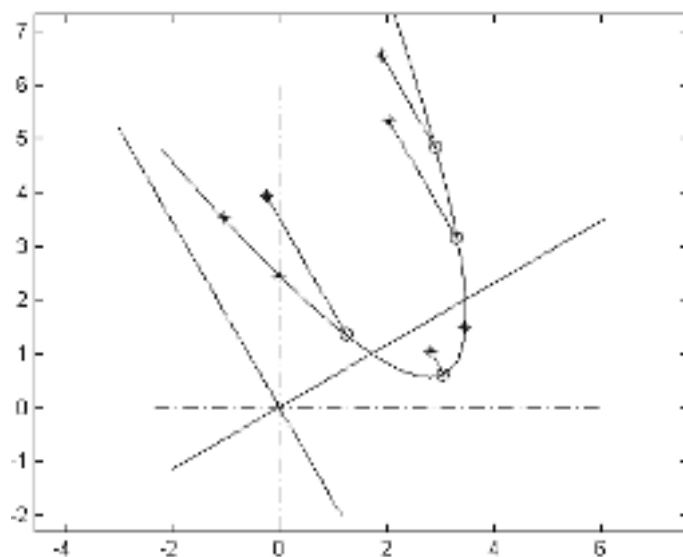


Illustration of the augmentation of a normal matrix A with three of the seven eigenvalues (indicated by the stars) on the quadratic curve C onto a normal matrix with all eigenvalues in C .

method, the Subspace Projected Approximate Matrix method. This method was developed by chemists and is a relatively recent (2001) iterative method for eigenvalue problems. The introduction of the method and the first results of numerical experiments for chemical applications were promising. However, the method had not yet been analysed from a numerical linear algebra point of view and it was mostly tested in comparison with Davidson's method. It was, thus, unclear whether it could serve as an alternative to well-known methods like Jacobi–Davidson or Lanczos. In Reis da Silva's thesis it is shown that, although for certain choices of the preconditioner SPAM is mathematically equivalent to Lanczos method, it is not a strong alternative to Jacobi–Davidson.

The next step

Reis da Silva enjoyed being a Ph.D. candidate. He especially found the combination of learning and being responsible for his own learning process valuable. He also welcomed the additional responsibilities such as teaching. There were several ups and downs during his Ph.D. time. About halfway his four years he faced a hard time. He suddenly realised that the time ahead was shorter than the time already spent on the research, while his actual results were not half of what would be needed in the end. Other Ph.D. candidates had shared similar experiences with him, but it was still quite a shock to actually go through this period. The climax of his time at the UvA was indeed to have sent the manuscript to the printer. Just after his thesis defence, he had not yet in mind what would be the next step in his career. But for a while at least he wants to take some distance from doing research and try something different. And after almost six years in the Netherlands he also thinks it is time to move to another (hopefully warmer) location.

Jan Treur

Afdeling Kunstmatige Intelligentie
 Faculteit der Exacte Wetenschappen
 Vrije Universiteit
 De Boelelaan 1081
 1081 HV Amsterdam
 j.treur@vu.nl

Interview Van der Blij, overgenomen uit *de Vakidoot* 10(8), april 1978

Door te veel dingen te willen, verzand je in oppervlakkigheid

De Nederlandse wiskundige Frederik van der Blij (1923) was van 1954 tot en met 1988 werkzaam aan het mathematisch instituut van de Universiteit Utrecht. In 1978 werd hij daar geïnterviewd door Jan Treur voor het Utrechtse subfaculteitsblad *de Vakidoot*. Dit blad werd voornamelijk door studenten geredigeerd met hulp van enkele jonge docenten. Het interview drukken we hier in zijn geheel opnieuw af. In de *Vakidoot* verscheen het interview onder de titel: 'F. van der Blij over: De H.B.S., onderzoek, gedichten, vakidiotisme, wereldbeeld, W&S, didaktiek, colleges, kortom: wiskunde'. Interviewer Jan Treur promoveerde in 1976 bij Ferdinand Veldkamp en is tegenwoordig hoogleraar Kunstmatige Intelligentie aan de Vrije Universiteit in Amsterdam.

Hier volgt de integrale tekst van het interview.

Ut Grönniger laend

Kunt u in het kort vertellen hoe u hier gekomen bent?

Ja. Ik ben geboren in Leiden, dat is het begin, hè. Eind 1945 ben ik leraar geworden op een HBS in Warffum. Daarna ben ik gepromoveerd bij professor Kloosterman, op getaltheorie, maar dat was in 1947. In Warffum ben ik eigenlijk maar iets meer dan een jaar geweest. Toen ben ik een jaar op het Mathematisch Centrum in Amsterdam geweest en daarna een jaar of vier leraar op het gymnasium in Breda. Toen ben ik wetenschappelijk medewerker aan de universiteit, hier in Utrecht, geworden en daar ben ik vastgeroest, want ik zit er nu nog en dat is nu al zo'n 25 jaar.

Hoe ging dat les geven, het eerste jaar in Groningen, in zijn werk?

Ik had een aantal uren op de Rijks HBS in de stad Groningen en een aantal uren op de HBS in Warffum. Dat waren twee verschillende typen scholen, bevolkt door totaal verschillende jeugd. Het omgaan met stadsjeugd

gaf weleens problemen; dat lag me niet helemaal. Zo'n plattelandsschool, met veel oudere leerlingen ook, daar kon ik het eigenlijk wel heel goed vinden. Ik was toen 22 en ik had leerlingen van 20 en 21 in de klas, dus dat was wel afwijkend van een normale klassituatie. Ik heb bijzonder prettige herinneringen aan Warffum, het dorp, de collega's, de school en het geheel. Toevallig was de eindexamenklas die ik had een erg goede klas. Van de veertien of vijftien eindexamenleerlingen gingen er, geloof ik, vier wis- en natuurkunde studeren.

De moeilijkheden die u had met die stedelijke jeugd in Groningen, had u die later in Breda ook?

Op heel kleine schaal, met een enkele klas, maar dat was toch een uitzondering. Ik heb eens een klas gehad, waarmee ik het niet vinden kon, dat was een tweede of derde klas; die zijn altijd het moeilijkst. Het merkwaardige is dat toen deze klas vijfde klas was, het de klas was waar ik het meest mee opgetrokken ben. Toen was er na een zekere 'oorlogsporiode' een elkaar begrijpen gegroeid. Ik heb

het leraarschap niet op de klassieke manier geleerd, zoals voor onderwijs op een lagere school. Je vergeet dan wel eens om, als je strafwerk opgegeven hebt (wat je toen deed), het weer op te vragen, je vergeet dat je op bepaalde dingen in de klas meer moet letten. De ideale vorm was voor mij toch altijd om de

Wiskundigen genoemd in het interview

Hendrik Douwe Kloosterman (1900–1968), promotor van Van der Blij

Johannes Gualtherus van der Corput (1890–1975), drijvende kracht bij de oprichting van het Mathematisch Centrum te Amsterdam (het huidige CWI)

Jurjen Ferdinand Koksma (1904–1964), mede-oprichter van het Mathematisch Centrum

David van Dantzig (1900–1959), mede-oprichter van het Mathematisch Centrum

Adriaan van Wijngaarden (1916–1987), grondlegger van de informatica in Nederland

Gerard Sierksma (1945), promoveerde in 1977 bij Johan Boland en is tegenwoordig hoogleraar (honorair) logistiek management aan de RUG

Wiktor Eckhaus (1930–2000), was destijds hoogleraar in de toegepaste wiskunde aan de Universiteit Utrecht

klas aan het werk te krijgen en er dan maar rustig door heen te wandelen, en dat lukte meestal vrij snel.

Zag u ze in die tijd ook al in groepjes samenwerken?

Ja, dat was dan meestal in groepjes van twee of drie. Sommige van die scholen hadden nog tweepersoonsbanken, dus dan zat men vanzelf bij elkaar. Het enige probleem dat je daarmee had, was dat als men in een klas van, zeg, dertig leerlingen in een niet te grote ruimte teveel met elkaar ging praten, men steeds harder ging praten; niet uit kwaadwilligheid, maar eenvoudig om boven het geruis uit te komen. Dan moest je zo nu en dan even waarschuwen: "Jongens, denk erom." Maar zo'n klas die met elkaar zit te werken en waar je zelf doorheen loopt, is eigenlijk de prettigste manier van werken. Dat betekende dat je toch eigenlijk niet meer dan een minuut of vijf à tien per uur voor het bord stond te vertellen. Je hoeft heus niet veel te vertellen. Als ze eenmaal bezig zijn kun je beter bijsturen daar waar het per ongeluk verkeerd begrepen is, dan dat je alsmaar hetzelfde voor het bord staat te vertellen.

Wat heeft u in Amsterdam op het Mathematisch Centrum gedaan?

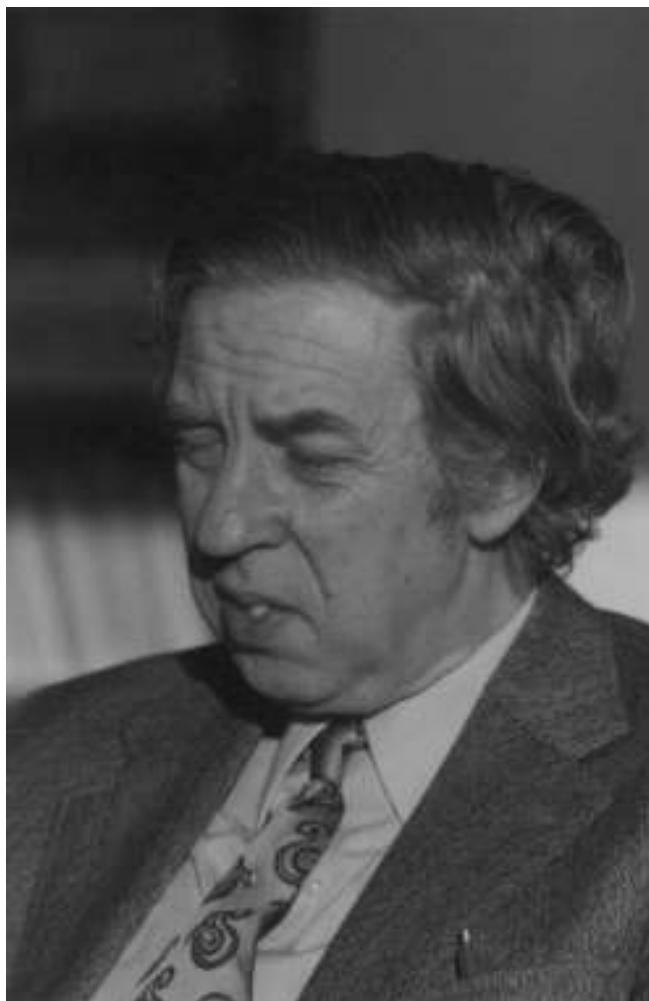
(lachend) Wiskunde.

Nou ja, onderzoek bijvoorbeeld, of onderwijs?

Het Mathematisch Centrum was toen nog erg jong. Het was een instituut dat bestond uit twee kamers en een alkoof, in de Kerkstraat in Amsterdam, en het moest eigenlijk nog opgezet worden. Ik was er met een vriend uit m'n studietijd. We kregen daar alle twee een baan in het eerste begin, om er wat van te maken.

Wat was dan de opzet?

Het Mathematisch Centrum was een typisch ZWO-instituut, maar het bestond al voor ZWO. Professor Van der Corput had een ideaal. Wiskunde kun je ook toepassen en als je het goed organiseert, kun je dat misschien combineren met zuivere wiskunde, en op die manier dan wellicht geld krijgen voor research op het gebied van de zuivere wiskunde. Je moet wel bedenken dat er in 1945 voor de wiskunde nog geen andere posities waren dan hoogleraars en lectorplaatsen aan een universiteit. Leiden had twee hoogleraren en één lector, Utrecht twee hoogleraren, één lector en één assistent. Er waren alleen wat plaatsen voor assisteren aan de TH Delft en in 1946 kwam er in Delft een nieuw idee. Daar zocht men *instructeurs*. Een heel nieuw idee omdat de begeleiding van studenten in Delft (commercieel) gebeurde door particulieren en daar wilde de TH Delft nu met de instructeurs zelf



Frederik van der Blij

wat aan gaan doen. Dat waren de eerste plaatsen voor een mengvorm van wetenschappelijk onderzoek en onderwijs aan een universitaire instelling.

Wat wij op het Mathematisch Centrum moesten doen, was voor een deel 'wat je hand vond' om te doen en voor een deel samenwerken met mensen als professor Van der Corput, Koksma, Van Dantzig en later Van Wijngaarden. Professor Van Dantzig was specialist in topologische algebra, maar was gefascineerd door de samenleving en wilde meer de kant van de statistiek op. Van Wijngaarden was als jongeman in 1946 uitgestuurd naar de Verenigde Staten, omdat er geruchten waren dat men daar werkte aan elektronische rekenmachines. Hij moest gaan kijken of dat voor Nederland ook niet wat was. Er waren toen ook wat medici en biologen die wat van statistiek wilden weten. Er werd gezegd: "Nu jullie hier toch zijn, gaan jullie die mensen maar een cursus statistiek geven." En zo moesten wij dat, zonder enige voorbereiding, gaan doen. We vonden gelukkig een nogal wiskundig getint

boek en daar konden we onze eerste cursus statistiek voor medici en biologen mee geven.

Daar konden jullie de eerste lichting medici en biologen mee afschrikken.

Grijs

Leest u veel? Wat zijn uw hobbies en wat doet u zaterdags en zondags?

De Nederlandse dichtkunst boeide mij. Achterberg was toen iemand die typisch wiskundige en natuurwetenschappelijke symbolen in zijn werk gebruikte, en dat soort mensen fascineerde mij en nog wel. Eigenlijk heb ik geprobeerd tot op de dag van vandaag vrij veel te lezen, maar dat lukt niet altijd.

Boeken als van Gerrit Krol, heeft u die ook gelezen?

Ja, die staat vrijwel volledig in de boekenkast; en Piet Grijs natuurlijk. Dat zijn de typisch wiskundigen onder de auteurs. Gerrit Krol is computerspecialist en Piet Grijs is afgestudeerd wiskundige. In Warffum was de natuurkundeleraar een verdienstelijk schilder, maar daar kun je je brood niet mee verdienen.

Hij behoorde tot de Ploeg, een groep die de laatste tijd weer opnieuw erkend wordt. Die natuurkundeleraar was eigenlijk de leraar met wie ik het meeste optrok. Hij heeft mij geleerd om naar schilderkunst en beeldhouwkunst te kijken en dat ben ik niet kwijtgeraakt. Dat is ook iets wat mij fascineert; vooral het modernere werk. Ook wel het, laten we zeggen, typisch mathematisch gestructureerde werk. Dat zijn dingen waarvan je kunt zeggen: Ja, als ik nu bijvoorbeeld met vakantie ben en ik vind daar een tentoonstelling van vrij mathematisch gestructureerde kunst, dan is dat voor mij een stuk plezier om daar weer eens naar te kijken. Dat is een soort hobby en dat uit zich ook in ideeën voor allerlei mathematisch esthetische spelletjes. Van die mooie gekoppelde slingers, verschillende magnetenconstructies. Ik neem me altijd voor om later, als ik veel tijd heb, daar wat actiever iets aan te gaan doen, maar dat komt er niet van. Ik ben manueel niet bijzonder begaafd en dan maak je het zelf niet, al neem je je dat voor.

Doet u niets aan knutselen of tekenen, of zo iets?

Nee, het is allemaal erg ongelukkig als ik iets knutsel. Vanmiddag moet ik naar Leiden, omdat ik een tentoonstelling ter gelegenheid van het 200-jarig bestaan van het *Wiskundig Genootschap* aan het voorbereiden ben. Ik hoop dat ik daar, samen met wat fysici van de VU, enkele van deze knutsel-spelletjes groot uitgevoerd bij de ingang van de tentoonstelling kan realiseren, maar dat is nog maar een wensdroom.

Als wiskundige heb je een nogal afstandelijk-rationele manier van denken en ook als je natuurkunde doet of een ander exact vak. Leidt dit niet automatisch tot een soort conflict als je dat toelaat in jezelf, waardoor je emoties een beetje weggedrukt worden?

Mooie vraag. Ik dacht van niet, maar ik begrijp het probleem. Ik dacht dat je daar als natuurkundige of als chemicus veel meer last van had. Als wiskundige ben je je er heel sterk van bewust dat wat je doet een model bouwen is. Een model dat niet samenvalt met de realiteit. De wiskundige beschrijving van de realiteit is *niet* hetzelfde als de ervaringswereld om ons heen. Van de wiskundige modelletjes die je de eerstejaars biologen vertelt, gelooft niemand dat ze hetzelfde zijn als de levende natuur. Ik geloof dat Minnaert een keer gezegd heeft: "Een astronoom weet heel nadrukkelijk dat de aarde om zijn as draait, maar als hij op een zomeravond langs het strand wandelt, ziet hij toch de zon ondergaan." Hij zegt dan niet en beleeft niet dat die aarde nu wegdraait, maar hij beleeft dat die zon onder-

gaat. Daar zit een heel stuk emotionaliteit in, die je rustig in je eigen leven een plaats kunt geven. En dat ik niet helemaal gespeend ben van emoties blijkt wel uit een stuk belangstelling voor poëzie en literatuur en beelden de kunst. Al zit daar dan natuurlijk wel een zeker, al zou je dat niet helemaal zeggen, rationeel element achter, maar toch: structuur boeit me.

Je kunt echter ook het andere zeggen. Ik heb wel eens aan gesprekskringen meegedaan over de verhouding geloof en natuurwetenschap. Dat is ook iets wat een element met zich meebrengt van het probleem emotionaliteit en rationaliteit. Daar gebruikte ik wel eens het volgende beeld: Als je je een jong meisje voorstelt, dan kun je van dat meisje een beschrijving geven, waarvan de nauwkeurigheid die van een pasfoto overtreft. En die beschrijving kan zo zijn, dat iemand die die beschrijving leest, het meisje daaraan kan herkennen. Je kunt je ook een geschilderd portret voorstellen, dat afwijkt van een foto, maar waar toch iets van het wezenlijke van het meisje in gevangen is. Je kunt nog een stap verder gaan en je een gedicht voorstellen van iemand die verliefd is op dat meisje en die een gedicht over haar maakt. Dan heb je drie totaal verschillende beelden van dat meisje. Je leeft een armetierig leven als je je op één van die beelden zou concentreren en de andere zou vergeten. De totaliteit van die drie beelden geeft een vollediger indruk dan ieder van die beelden afzonderlijk. Het kan natuurlijk zijn dat je ogenschijnlijk het idee hebt dat die beelden elkaar tegenspreken. Dat gebeurt in het conflict tussen geloof en wetenschap. Je moet dan proberen de beelden toch te integreren. Ik geloof in de pluriformiteit. Vandaar dat ik dat in de literatuur ook een boeiend element vind. Denkt u maar eens aan Joyce, om maar weer eens een groot man in de literatuur te noemen. Iedere zin kan verschillende dingen tegelijkertijd betekenen; kan op verschillende manieren geïnterpreteerd worden. Ik dacht dat het hele leven eigenlijk een proces was, waarbij je op verschillende beelden kunt letten en daarbij kun je met jezelf in de knoop komen.

Als je over de 'vakidiot' praat, dan geloof ik dat vakidiotisme is, het je vast leggen op één beeld en het tegengestelde van vakidiotisme is het proberen die verschillende beelden tegelijk te beschouwen. Er zit natuurlijk een bezwaar in, dat is de zwakke kant van het geval, dat je gauw komt tot oppervlakkigheid. Door te veel dingen te willen, verzand je in oppervlakkigheid.

De wetenschap van nu ontwikkelt een me-

chanistisch mens- en wereldbeeld. Hoe kijkt u daar tegenaan?

Ja, nu grijp ik weer terug, 'De mechanisering van het wereldbeeld', Dijksterhuis: In de tijd van Galilei ging een deur open om scharnieren. Op dat ogenblik kwam de mogelijkheid van de rationele beschrijving van de natuur. Zie je daar nu de doorwerking van of moet je zeggen: dat is eigenlijk alweer voorbij. Op het ogenblik heb je veel meer vermathematisering van het wereldbeeld dan een mechanisering. De hele sociologie werkt niet met mechanische beschrijvingen, de theoretische fysica werkt niet meer met mechanische beschrijvingen. De harde-bolletjestheorie als atoomtheorie en zelfs de kernkrachten om het helemaal als knikkertjes te beschouwen, dat is toch eigenlijk voorbij.

En dat mathematische is eigenlijk iets anders. Want dat mathematische is een gedachtenspel. Dan krijg je dat hele boeiende, waar mijn leermeester Kloosterman in mijn jeugd discussies over had, of je wiskundige stellingen uitvond of ontdekte. Dat is eigenlijk een vrij merkwaardig probleem. Als je op de 's avonds-na-elfen-toer gaat, met een borreltje, dan krijg je het idee: zit daar in die wiskunde toch eigenlijk een manier van beschrijven van ons denken; is die wiskunde een neerslag van onze denkprocessen? Of is het iets wat buiten de mens bestaat? Aan de andere kant blijkt het iets intermenselijks te zijn. Je kunt met een heleboel mensen, vrij onafhankelijk van cultuurpatroon, over wiskunde praten. Met dingen als poëzie, schilderkunst en muziek is dat direct al veel moeilijker. Iemand die in een totaal ander cultuurpatroon groot is geworden, heeft een totaal andere opvatting van cultuur en muziek, maar wat wiskunde betreft zijn er meestal geen problemen. Je hebt geen verschillende wiskunden.

Gelukkig dat wiskunde niet van nut is

De wiskunde die op dit moment gedaan wordt hier, is helemaal geïsoleerd van wat er in de samenleving gebeurt. Langzamerhand werkt dat wel iets door, maar je kunt wel zeggen: wat er nu gedaan wordt zal, zeker de eerste vijftig jaar, niet direct van nut zijn voor de samenleving. En dat geldt voor een heel aantal universitaire wetenschappen, en dan zijn er wel dingen van wetenschap en samenleving binnen de universiteit opgericht. Hoe ziet u eigenlijk die ontwikkeling van universiteiten en hun toekomst?

Er zit natuurlijk een innerlijke tegenstrijdigheid in de vraag. De wiskunde is niet van nut voor de samenleving. Als die wiskunde van nut was voor de samenleving, dan zou dat

een verdere vertechnering van die samenleving in de hand werken, en die juichen we niet toe. Dus ik moet zeggen: gelukkig dat het niet van nut is. Dat idee 'nut voor de samenleving' is een heel gek begrip, heel moeilijk, want dan moet je eigenlijk eerst een model van de samenleving hebben voordat je van 'nuttig voor de samenleving' kunt spreken. Je kunt zeggen: fysica is een veel nuttiger vak, want daarmee hebben we transistors ontwikkeld.

Nou ja, wiskunde en samenleving houdt zich ook met dat soort problematiek bezig.

Ja, ten eerste de hele ontwikkeling van de sociale wetenschappen en het nut voor de samenleving. Voor een deel is de samenleving natuurlijk iets zo complex dat er ook versieringen bijhoren. En het verschil tussen nut en versiering is erg moeilijk aan te geven. Als je architectuur bekijkt in Frankrijk, kun je je altijd afvragen: wat is het nut van de gebouwen die daar neergezet zijn? Wat is het nut voor de samenleving van een gedicht? Dat het bij de lezer een emotie oproept? Dat het schrijven een zeker gevoel van zelfbevrediging geeft? Als het dat is, waarom moet het dan nog gedrukt worden? Ik geloof dat je een hele tijd zou moeten denken over wat de plaats van de mens en de opdracht van de mens in het totaal van de collectiviteit van de mensheid is. Ik geloof dat je dan zelfs nog te beperkt bent; dat je de collectiviteit van deze planeet moet zien. Ik geloof dat je als mens een onderdeelje bent van een totaliteit waar ook de natuur toe behoort. Wat is daar nu nuttig in

en wat is daar niet nuttig in?

Een van de klassieke verhalen, het speelt bij de Notre Dame, is van iemand die zegt: "Het nut van mijn leven is acrobatiek te doen en die acrobatiek doe ik alleen maar ter ere van Onze Lieve Vrouwe. Daarmee voldoe ik aan mijn opdracht als mens." Dat verhaal kun je in zekere zin ook zien in een aantal universitaire disciplines. Wat voor nut heeft het om uit te zoeken wat de relatie was tussen de verschillende talen in Babylonië? Wat voor nut heeft het om uit te zoeken wat er in de eerste paar miljard jaar na de, op het ogenblik dan vermoede, grote ontploffing bij het ontstaan van het heelal gebeurde? Een nut voor de samenleving kun je eigenlijk in het weten van dingen alleen maar vinden als je het weten zelf als een nuttig ding ziet en als een verrijking van het menselijk leven. Ik heb er wat dat betreft weinig moeite mee dat er in een cultuur aandacht gegeven wordt aan indianentalen, aan kosmologie, aan wiskunde, om maar wat buitenplaatsen op te noemen. Je kunt zeggen: ja, je doet het wel op kosten van een ander; daarvoor heb je een stukje verantwoordelijkheid. Misschien dat die samenleving wel zo is, dat hij bereid is dat op te brengen.

Ja, en de vraag is: hoe komt het dat jij het geld krijgt om die dingen te doen en waarom krijgen anderen niet het geld om dingen te doen die zij graag zouden willen doen?

Hoe moet je dit zien, waarom krijg je geld? In de trant van een salaris, in de trant van tijd of in de trant van mogelijkheden om te leven.

Er is natuurlijk in de totaliteit van de samenleving een beslissing genomen om een universiteit of wat dan ook op te richten. Dat is heel lang geleden. Het is misschien een Griekse traditie, misschien ook wel van daarvoor. Dat zie je ook in West-Europa voortkomen. Daar krijg je altijd een tweeledige taak: onderwijs en onderzoek. En je vraagt: wat is de functie van dat onderwijs wat je geeft? Onderwijs je wiskunde opdat andere mensen straks weer wiskunde kunnen onderzoeken en onderwijzen? Is dat alleen maar een in zichzelf gekeerde kringloop of is dat toch een samenwerking met het totaal van de bevolking? Ja, je moet natuurlijk oppassen dat je niet in blabla-terminen van totaliteiten enzovoorts gaat vervallen. Ik word wel op gevaarlijke sporen gedreven door daar wat over te vertellen.

Ik dacht dat als je nu niet kwantificeerde, maar gewoon mocht zeggen: in het totaal van de samenleving heb je mensen die de natuur onderzoeken en je hebt mensen die proberen in beelden te beschrijven wat ze zien; dat noem ik dan kunstenaars. Je hebt, als je over nut wilt praten, misschien het idee dat, doordat die mensen wat beter kunnen kijken dan anderen, je daar tendenzen in ziet die later gerealiseerd worden. Maar dat wil ik niet echt in het nuttigheidseffect betrekken. Zo van: een dichter of een schilder laat je nu al zien wat er over vijftig jaar gaat gebeuren en daar kun je je prognoses op instellen. Je moet dus de beeldende kunst en de letterkunde subsidiëren, want dan kun je beter je vijftigjarenplan maken. Nee, laten we niet zo rationeel



Frederik van der Blij

Ik geloof dat je er bij het universitair onderwijsgeven van uit moet gaan dat de man die het onderwijs geeft dat ontspannen en met veel plezier moet kunnen doen. De ene zal de ene soort onderwijs op die manier geven en de ander de andere soort onderwijs. Probeer ze dan de soort onderwijs te laten geven die bij ze past. Wat ik gehoord heb van de mensen van de onderwijsbegeleidingsinstelling van de universiteit, dat er mensen zijn die drie dagen van tevoren al haast niet kunnen slapen omdat ze dan weer hun college moeten geven, dat vind ik heel triest. Ik heb het idee dat er dan ook niet iets goeds overkomt. Als je een docent hebt die in een hoekje staat te krabbelen en die zegt: ja jongens, ik vind het eigenlijk veel leuker om voor mezelf dit nu eens uit te zoeken. Ik bereid het liever niet goed voor, want ik wil eens zien hoe dat probleem aangepakt wordt en jullie mogen daar een beetje naar kijken. Daar kun je ontzettend veel van leren. Veel meer misschien, als je echt wiskunde wilt leren, dan van een gladdere docent die het helemaal precies, zonder enige hapering voordoet. Je ziet dan iets van dat proces, van die worsteling. Dat is natuurlijk met, laten we zeggen, seminarievorm, met het werken in kleine groepen, ook zo.

Vindt u ook wel dat het belangrijk is om ook in groepjes te werken bij de studie?

Mensen zijn zo verschillend. Je hebt mensen die het veel liever alleen uitzoeken. Ik vind het zelf ook altijd wel moeilijk om wiskunde uit te zoeken met een paar mensen erbij. Als ik met mensen die mij een probleem opgeven, promovendi of dergelijke mensen, praat, dan heb ik vaak het gevoel dat je een stuk al pratend probeert te ontwikkelen. Maar er zijn ook nog een heleboel details die ik mij toch eens rustig moet realiseren als ik in mijn eentje zit en in mijn eigen tempo mijn eigen gedachten kan uitwerken. Er zit dan een stuk beïnvloeding van elkaar in de groep, maar toch ook een stuk solitair bezig zijn.

Laten we even denken aan de mensen die hier op dit ogenblik opgeleid worden. Hoe zal hun latere functioneren zijn?

De meeste mensen worden opgeleid om leraar te worden. Dat is toch een duidelijke situatie op het ogenblik. Dan krijg je daarna een groep die wordt opgeleid in de toegepaste wiskunde om later op een of andere plaats in de maatschappij die wiskunde toe te passen.

Ja, dat betekent dus dat ze ook bezig zijn met mensen uitleggen welke methode ze zullen gebruiken.

Ja, en zelf natuurlijk de problemen oplossen die op je tafel komen.

Je zult wel bepaalde wiskundige problemen oplossen, maar vaak zal het toch zo zijn

dat het meer gaat om communicatie met anderen, die niet speciaal in je vak zitten.

Ja, ik denk dat je daar twee elementen hebt. Als je nu een klassiek model neemt; een buiten de wiskunde gesteld probleem dat je probeert te mathematiseren in samenspraak met de deskundigen op het gebied waar het probleem ligt, dan vraagt dat om een discussie, een overleg. Daarna heb je als wiskundige de taak om het, nu mathematisch geworden, probleem op te lossen. Dat doe je als wiskundige, hetzij in je eentje, hetzij met andere wiskundigen. Nadat je het opgelost hebt, of pseudo-oplossingen gevonden hebt of een stuk van een oplossing, krijg je de confrontatie met de man die het probleem gesteld heeft. En dan krijg je een terugkoppeling. Klopt mijn oplossen met wat je in de realiteit waarneemt? Zo niet, waar moeten we ons model bijstellen? Er zijn dus twee verschillende activiteiten in die toegepaste wiskunde, namelijk dat gesprek met de anderen om tot dat mathematische model te komen en het stuk wiskunde om uit dat mathematische model mathematische consequenties te trekken. Je moet dus voor alle twee opgeleid zijn. Voor een deel krijg je dit soort opleidingen natuurlijk niet op de universiteit, maar die krijg je door je werk te doen. Je moet een niet te ongunstige startpositie hebben als je afgestudeerd bent.

Je zou in de studie meer werkvormen in kunnen bouwen om meer te kunnen discussiëren over allerlei dingen.

Ik weet niet precies hoe dat allemaal bij de toegepaste wiskunde toegaat. In de opleiding voor mathematisch ingenieur zitten vaak stages. Hier werken we iets minder met stages, maar daar zou over te denken zijn. Mathematisch ingenieur is duidelijk een opleiding waar die stage een rol speelt, waarin je dan toch een stukje gesprek krijgt. Je kunt dat misschien wel stimuleren. Ik weet bijvoorbeeld dat Eckhaus een paar jaar geleden een heleboel mensen op een aantal modellen, toepassingen van differentiaalvergelijkingen in de economie en andere wetenschappen, gezet heeft. Daar krijg je dan duidelijk een stukje van die wisselwerking. Het gebeurt ook wel vaak in de afstudeerfase. Dat gaat dan meestal met een paar mensen. Ik geloof dat die hele fase van afstuderen veel prettiger is als je het met twee of drie mensen doet in plaats van in je eentje.

Hier eindigde het interview vrij abrupt omdat de bandjes van de tape-recorders vol waren.



Frederik van der Blij in 2011

Kateřina Staňková

Delft Center for Systems and Control

TU Delft

Postbus 5

2600 AA Delft

k.stankova@tudelft.nl

Column Differentiëren en integreren

(Spel)theoretiseren in Nederland

In deze rubriek komen buitenlanders aan het woord die een aanstelling hebben op een Nederlandse universiteit of hogeschool. Hoe ervaren zij het wonen en werken in Nederland? En wat valt hen op aan de Nederlandse gewoontes? Kateřina Staňková kwam in 2004 naar Nederland voor een stage aan de TU Delft. Ze dacht voor een paar maanden, maar vond Nederland zo'n interessant land dat ze er nog steeds woont.

In de lente van 2004 was ik in mijn geboorteland, Tsjechië, bezig met het schrijven van een afstudeerscriptie op het gebied van optimalisering, toen ik erachter kwam dat er ook mogelijkheden waren voor een buitenlandse stage. Ik was nog nooit in Nederland geweest en toen ik op een interessante mogelijkheid stuitte aan de TU Delft, leek me het een mooie gelegenheid om dat land eens te leren kennen. Nadat ik contact op had genomen met professor Kees Roos, die toen het hoofd was van de Optimaliseringsgroep van de afdeling Toegepaste Wiskunde, kwam ik naar Nederland om mijn scriptie verder uit te breiden, vanuit een andere invalshoek. Mijn verwachting was dat ik na drie maanden weer naar huis zou gaan, want ik wilde mijn afstuderen snel afronden om met een promotieonderzoek te kunnen beginnen op mijn eigen universiteit en een Franse universiteit. Maar er waren voor mij zoveel exotische ervaringen in dit land en ik vond alles ontzettend interessant. Toen professor Geert-Jan Olsder mij een promotieonderzoek aanbood, besloot ik om mijn plannen radicaal om te gooien en in Nederland te blijven. Dat betekende ook veranderen van onderwerp, want het onderzoek ging over speltheorie. Na het afronden van mijn promotie in Delft ging ik naar een onderzoeksinstituut in Frankrijk, want dat land trok me altijd erg aan. Na een jaar bleek echter de heimwee naar Nederland zo groot te zijn dat ik terug ben gekomen. Ik werk nu als postdoc bij het Delft Center for Systems and Control, bij het project 'Game theoretic methods for control of large-scale systems'. Ik wil hier een aantal zaken met u delen die Nederland voor mij een geheimzinnig, maar ook een zeer interessant land maken.

Direct versus indirect

In Tsjechië is het niet zo vanzelfsprekend dat je direct voor je mening uitkomt. Hoewel de jongere generatie wel directer is geworden,

wordt dit in het algemeen toch vaak als onvriendelijk of zelfs onbeschaafd opgevat. Tsjechen zinspelen liever. Als je bijvoorbeeld een typisch Tsjechisch huishouden bezoekt, kan het voorkomen dat de gastheer of -vrouw je vraagt om niet je schoenen uit te trekken. Wie denkt dat dit betekent dat van haar of hem wordt verwacht om de schoenen aan te laten, heeft het heel erg mis. Als er vloerbedekking in het huis ligt móét je zelfs je schoenen uittrekken, het is volstrekt onacceptabel om dat niet te doen! Men wil je op deze manier laten weten hoe beleefd men is door je zelfs te suggereren om zoiets volstrekt onbeschaafds te doen. Als je aan de andere kant zelf gasten uitnodigt, wordt er van alles van jou verwacht. Eten en drinken moeten voorbereid zijn en op tafel klaar staan, behalve als het uit de koelkast of vriezer komt. Tijdens het bezoek moet je herhaaldelijk vragen "Wil je dit? Wil je nog iets van dat?" De gast moet dan zeggen "Nee, bedankt", en dat betekent: "Nu niet, maar later misschien." Het is als gast een gebaar van beschaving om dat minstens één keer te zeggen. Als een gast iets niet lust, kan dat worden opgelost door te antwoorden: "Dank je, het was verrukkelijk, maar ik kan echt niet meer op."

U kunt zich misschien voorstellen hoe verbaasd ik was bij mijn eerste bezoek bij Nederlanders. Ik trok netjes mijn schoenen uit, hoewel ze me bleven verzekeren dat dat helemaal niet nodig was. Voor alle zekerheid hield ik vol, maar ze keken me wel erg vreemd aan. Toen ze me vroegen of ik iets wilde drinken, antwoordde ik netjes: "Nee, dank u"; terwijl ik natuurlijk bedoelde te zeggen: "Ik probeer beleefd te zijn, dus ik neem nu niets, maar later graag." Tot mijn grote verbazing werd mij echter de hele avond niets meer aangeboden.

In Tsjechië zou de gastheer die na middernacht zijn ogen nog maar met moeite open kon houden tot vervelens toe blijven herhalen: "Natuurlijk ontregel je onze avond niet, je hoeft niet te gaan, wij zijn nog lang niet moe"; terwijl ze zouden denken: "Wat een debiel, ze weet toch wel hoe het hoort!" Toen de gastheer dan ook in de loop van de avond botweg zei: "We zijn behoorlijk moe, je moet nu maar eens naar huis gaan", was ik totaal verbijsterd. Als je in Tsjechië een werkoverleg wilt beëindigen zeg je: "Je zult wel druk zijn, ik ga maar weer eens." Vergelijk dat met het Nederlandse: "Sorry, ik heb het druk, ik moet nu gaan."

Na een tijd vol verwarring, veroorzaakt doordat ik probeerde dubbele betekenissen te vinden in situaties waar ze niet waren, ben ik er nu aan gewend geraakt om gewoon eerlijk te zijn. En ik moet zeggen dat ik me er zeer prettig bij voel om te zeggen wat ik denk en te horen wat anderen denken zonder naar dubbele bodems te zoeken. Het is ook heel handig dat je op je werk tegen je baas kunt zeggen dat je zijn opvatting niet deelt, zonder dat je hoeft te proberen een manier te vinden om dit indirect duidelijk te maken. Dit heeft ook te maken met de plattere hiërarchie, waar ik hieronder nog op in zal gaan.

Het nadeel van mijn nieuwe Nederlandse insteek is dat mijn oma me tegenwoordig wat grof in de mond vindt omdat ik de 'vriendelijke gewoontes' wel eens vergeet die zo belangrijk zijn in de cultuur van mijn geboorteland.

Gelijkheid, onafhankelijkheid, respect

Je 'gelijk' te voelen schijnt een groot goed te zijn voor Nederlanders. Het duurde een hele tijd voordat ik gewend raakte aan de gelijkheid hier, vooral op mijn werk. Als je in mijn land een bespreking hebt met een professor moet je al zijn titels en aanspreekvormen paraat hebben, en door iets niet goed te doen kun je jezelf behoorlijk in de nesten werken. In Nederland ben ik eraan gewend geraakt om mijn promotor, een gerespecteerde hoogleraar, met zijn voornaam aan te spreken. Tijdens mijn promotiewerk was ik een onafhankelijke onderzoeker. Ik respecteerde mijn begeleiders, maar voelde ook een wederzijds respect van hen. Dit vond ik zeer motiverend en het kwam ook erg ten goede aan mijn productiviteit. In vier jaar leerde ik mensen respecteren voor wie ze zijn en wat ze doen, niet voor hun titels. Mijn confrontatie daarna met het veel hiërarchischere systeem in Frankrijk was dan ook een enorme koude douche. Ik ben nu weer heel gelukkig in mijn Nederlandse werkomgeving.

Voedsel

Voedsel is een van de populairste kritiekpunten van expats, onafhankelijk van het land waarin ze leven. Als vegetariër kan ik alleen zeggen dat de diversiteit van het Nederlandse voedselaanbod mij heel gelukkig maakt. Als ik dat vergelijk met Tsjechië en Frankrijk, dan wint Nederland. In Frankrijk is het eten weliswaar verrukkelijk, maar nogal antivegetarisch. Je moet hun verschrikte en afkeurende gezichten zien als je zegt dat je vegetariër bent! Toch zijn veel expats ontevreden over het Nederlandse eten en dat wil ik illustreren met de volgende ervaring. Een Nederlandse vriend van mij werkte gedeeltelijk voor de TU Delft en gedeeltelijk voor een groot Nederlands bedrijf. Hij probeerde mij uit te leggen wat het verschil was tussen werken op een universiteit en bij een bedrijf. Hij noemde bijvoorbeeld hoeveel goedkoper en beter het eten bij het bedrijf was. Toevallig werkte een Russische vriend van mij bij hetzelfde bedrijf. Toen hij het daar eens over had liet ik vallen dat je daar goedkoop en goed eten in de bedrijfskantine zou kunnen krijgen. "Het gekke is", zei hij, "dat al mijn Nederlandse collega's het 'erg goedkoop en erg goed' vinden, terwijl alle buitenlanders en ook ikzelf het 'goedkoop' vinden."

Nederlanders

De Nederlanders van mijn generatie zijn bijzonder. Dat komt denk ik door de erg geëmancipeerde Nederlandse vrouwen. Mijn eerdere ervaringen met vriendjes waren uitsluitend met macho Tsjechische en Slowaakse jongens, dus, zelfs na vijf jaar samen met mijn Nederlandse vriend, ervaar ik hem nog vaak als een wondertje. Hij kookt en hij strijkt, hij ruimt op en maakt schoon en hij vindt dat allemaal vol-

strekt vanzelfsprekend! De keerzijde is wel dat een vrouw die uitgaat met een Nederlandse man er niet vanuit kan gaan dat hij automatisch elke keer de rekening in het restaurant zal betalen (getuige de Engelse zegswijzen 'Dutch invitation', 'Going Dutch', 'Dutch date' or 'Dutch treat') en dat hij altijd haar zware tas zal dragen, maar ja, je kunt niet alles hebben. ... Het mag geen verrassing voor de lezers zijn dat van alle Tsjechisch-Nederlandse stellen die ik ken, de vrouw altijd Tsjechisch is en de man Nederlands. Misschien moet ik zeggen: "Bedankt, Nederlandse vrouwen!"

Al die kleine dingen

Er zijn zoveel van die kleine dingen die ik aan het begin van mijn verblijf in Nederland echt gek vond, maar die ik nu zeer waardeer. Daar horen fietsen bij, Nederlandse verjaardagen (in een rondje zitten en iedereen feliciteren), de vlaaien en gebakjes die iedereen voor zijn verjaardag meeneemt, de beschuit met muisjes bij een geboorte, Koninginnedag, Sinterklaas (en de liedjes), de kleur oranje en het grote aantal expats in Nederland (en in het bijzonder in Delft). Maar er zijn nog veel meer van die 'gezellige' dingen in Nederland. Dat was (na mijn Nederlandse vriend) de belangrijkste reden om terug te komen en het lijkt erop dat ik nog wel even zal blijven. ...

Vertaling: Hans Melissen



George Huitema

Faculteit Economie en Bedrijfskunde
Rijksuniversiteit Groningen
Postbus 72
9700 Groningen
g.b.huitema@rug.nl

Jan Guichelaar

Pedro de Medinalaan 162
1086 XR Amsterdam
j.guichelaar4@gmail.com

Geschiedenis Het natuurwetenschappelijke werk van de Friese dichter Obe Postma

Zekerheden in waarnemingen

De boerenzoon Obe Postma (1868–1963) is een van Frieslands bekendste dichters. Postma studeerde wis- en natuurkunde in Amsterdam, promoveerde bij J.D. van der Waals Sr. in Leiden op het gebied van de elektromagnetische straling en was tot zijn pensionering wiskundeleraar aan de Rijks HBS te Groningen. De eerste helft van zijn lange leven was Postma wetenschappelijk actief op het gebied van de natuurwetenschappen. Deze periode rond 1900 valt samen met de periode die ook de Tweede Gouden Eeuw, die van de Nederlandse natuurwetenschappen, wordt genoemd. Postma's onderwerpen richtten zich vooral op vragen naar welke zekerheden men kan verkrijgen uit metingen en waarnemingen. Deze belangstelling voor het wezen der dingen komt ook telkens weer terug in het oeuvre dat Postma in het tweede deel van zijn leven als dichter schreef. Postma's positie als invloedrijke hbs-leraar in een netwerk van natuurwetenschappers, waarvan veel hoogleraren, is kenmerkend voor het cultureel-wetenschappelijke leven in de eerste helft van de vorige eeuw. Zo'n positie in de maatschappij kan men zich heden ten dage niet meer goed voorstellen. Op 25 november 2011 organiseert het Obe Postma Selskip een studiedag in Leeuwarden. Dit artikel is gebaseerd op lezingen die George Huitema en Jan Guichelaar op deze studiedag zullen houden.

In Friesland hebben veel steden en dorpen een Obe Postmastraat. Het onderschrift verwijst stevast naar de dichter Postma. Het eerste deel van zijn leven ontpopte Postma zich echter met name als natuurwetenschapper. Pas later richtte hij zich, naast zijn leraarsbaan, volledig op literaire activiteiten.

Het leven van Postma

Obe Pieters Postma werd in 1868 geboren in Koarnwert, een Fries dorpje vlak bij Makum, en ging na het behalen van het diploma gymnasium β te Sneek in 1886 wis- en natuurkunde studeren aan de Gemeentelijke Universiteit van Amsterdam. Hij dacht door de wiskunde 'het wezen van de dingen nader te komen' [1]. In 1889 behaalde hij cum laude zijn kandidaatsexamen en in 1892 zijn doctoraalexamen. Daarna zocht Postma

werk in het onderwijs als wiskundeleraar en na enige keren op verschillende plaatsen in het land waargenomen te hebben, werd hij vanaf 1894 aangesteld aan de Rijks HBS te Groningen. Hier rondde Postma zijn dissertatie af. Hij promoveerde in 1895 bij de bekende Leidse natuurkundige J.D. van der Waals (Nobelprijs in 1910) op een theoretische studie op het gebied van de elektromagnetische straling. De titel van zijn proefschrift luidde *Iets over uitstraling en opslorping*, over de interactie tussen straling en materie, een in die jaren zeer in de belangstelling staand onderwerp [2]. Postma bleef tot zijn pensionering in 1933 leraar wiskunde aan de genoemde Rijks HBS. Daarna verhuisde hij terug naar Friesland en ging in Leeuwarden wonen. Zijn wetenschappelijk werk kent een aantal fasen. Zo publiceerde Postma tot 1918 een aantal natuurwe-

tenschappelijke publicaties. Later richtte hij zich echter volledig op onderzoek naar de historische geografie van Friesland en aangrenzende gebieden, en schreef bijdragen over de landbouwgeschiedenis en het verleden van het cultuurlandschap en het landleven. Maar bovenal ontwikkelde hij zich als dichter met een omvangrijk oeuvre. Voor zijn poëzie kreeg Postma in 1947 als eerste de belangrijkste



Obe Postma (1868–1963)

It ljocht

It ljocht komt heger!

Koarter wurdt it paad de loftskyl troch,
It ierd'-beklaaisel; suv'rer, finer wurdt de stof.
De ierd' leit foar 'e sinne breder iepen
Om waarmte yn it lichem op te nimmen,
En jout it ljocht, mei kleur bejeftigd,
Werom oan minsken' long'rijend' eagen.

Wat, libben, dea wie, brûst út d'ierd' omheech,
De winter oer yn sie of woartelstel besletten;
Wat driuwt op lichte wjok komt op 'en baan,
Wat draaft of krûpt op ierd', wat boartet yn it wetter.

De minske is 't in lange skimerjûn
De neare wintertiid, wêryn de sinnen tize:
't Ljocht strykt de franjes wei, as 't heger kluwt,
De fleur komt en it wurk wol better, libbens stipe!

It ljocht it moaist op 'ierd'? It is it libben sels,
De krêft dy't alles driuwt!
De heechste God komt neier; wat is grutter feest?
Noch hinget foarfaars sjongen yn 'e loftten,
En laitsje moat de God as hy oan 't djoeien tinkt;
Dat wie in feest, as bern alline 't fiere!

Obe Postma, Twa natuerwittenskiplike gedichten, 1912

Het licht

Het licht komt hoger!

Korter wordt de weg de luchtschil door,
Het aard-bekleedsel; zuiver en fijn wordt de stof.
De aarde ligt voor de zon breder open
Om warmte in haar lichaam op te nemen,
En geeft het licht, met kleur begiftigd,
Terug aan hunkerende mensenogen.

Wat, levend, dood was, schiet uit d'aard omhoog,
De winter door in zaad of wortelnet besloten;
Wat drijft op lichte wiek vertoont zich weer,
Wat draaft of kruipt op aard, wat speelt in 't water.

De mensen is 't een lange schemeravond
De donk're wintertiid, waarin de zinnen dolen:
't Licht strijkt de franjes glad, als 't hoger klimt,
De vreugde komt en 't werk vlot beter, levens steun!

Het licht het mooist op aard? Het is het leven zelf,
De kracht die alles drijft!
De hoogste God komt nader; wat is groter feest?
Nog hangt 't voorvaderlijk zingen in de luchten,
En lachen moet de God als hij aan 't minnen denkt;
Dat was een feest als alleen kinderen vieren!

Vertaling Jabik Veenbaas [3]

Friese literaire prijs, de Gysbert Japicxprijs. Postma overleed in 1963 op 95-jarige leeftijd en werd begraven in zijn geboortedorp.

Correspondentie met Lorentz

Postma's natuurkundige onderzoeken waren theoretisch van aard. Tijdens de voorbereidingen aan zijn proefschrift zocht Postma schriftelijk contact met de toen al vermaarde Leidse natuurkundige H.A. Lorentz (Nobelprijs in 1902 tezamen met P. Zeeman) over enige problemen die hij ondervond. In een uitgebreide brief ging Lorentz hierop in, waarna Postma deze discussie in zijn proefschrift verder verwerkte. Na zijn promotie in 1895 publiceerde Postma een serie artikelen over statistische mechanica. Dit gebied was juist in deze jaren, toen atomen en moleculen aanvaard waren als de bouwstenen van de materie, tot ontwikkeling gekomen. Ook bij deze activiteiten van Postma speelde Lorentz een belangrijke rol. Postma correspondeerde namelijk over zijn artikelen steeds met Lorentz, die hem geregeld van repliek diende en het niet steeds met hem eens was, maar de bijdragen de moeite waard vond om ze aan de Nederlandse Akademie van Wetenschappen (NAW, later Koninklijk) aan te bieden. Zo verschenen deze in de verslagen van de Akademie en tevens in het Engels in de gerelateerde proceedings. Het werk van Lorentz en

Postma valt in een tijd waarin veel wetenschappers activiteiten ontwikkelden op het sterk samenhangende gebied van de wiskunde en de theoretische natuurkunde. Deze tijdgeest was sterk bepaald door de wiskundige Hilbert die op het Internationale Wiskundecongres van 1900, gehouden in Parijs, 23 problemen poneerde. Het zevende hiervan vraagt om alle natuurkunde te axiomatiseren. Hieronder valt de statistische fysica (Boltzmann, Gibbs) en de daarmee nauw samenhangende kansrekening, waarin later Kolmogorov een grote rol had.

Zekerheden in meten en kansrekening

Na zijn promotie in 1895 duurde het even voordat Postma naast zijn baan als leraar wiskunde tijd overhield om opnieuw wetenschappelijk onderzoek te doen. Postma werd gedreven door precisie en zuiverheid van redeneringen. Veel van zijn latere natuurwetenschappelijke artikelen betreffen dan ook het vaststellen van ondeugdelijke argumentaties in publicaties van anderen en het aanscherpen van begrippen. Zo publiceerde Postma in 1903 de monografie *Het meten* [4]. In 1875 waren namelijk op de internationale Meterconventie in Parijs afspraken gemaakt over de overgang van de diverse eenhedenstelsels naar het metrieke stelsel; dit niet met instemming van alle landen. Nederland trad pas in

1929 toe. Met het werk van onder anderen Helmholtz, Poincaré en Russell als uitgangspunt probeerde Postma in deze publicatie het natuurkundig meten een goede kennistheoretische basis te geven. De relatie tussen



H.A. Lorentz (1853–1928)

het karakter van fysische grootheden en de daaraan gerelateerde kentallen, de abstractie versus de werkelijkheid is hierbij onderwerp van discussie. Het zoeken naar precisie blijkt ook uit Postma's studies naar de 'waarde' van waarnemingen. Al in zijn proefschrift is een stelling te vinden die zich uitspreekt over de betekenis van een dergelijk begrip. Postma publiceerde in de jaren 1909–1911 in het *Nieuw Archief voor Wiskunde* enkele artikelen over de grondslagen van de kansrekening en over toevalswetten [5–6]. Verder antwoordde Postma in 1913 op een kritisch artikel van M. van Haaften in het tijdschrift *Archief voor de Verzekerings-Wetenschap en aanverwante vakken* met een artikel over gevallen van gelijke kans [7]. Zijn interesse in kansrekening dateerde al van veel eerder, gezien de lezing die hij in 1895 gaf voor het Natuurkundig Genootschap: 'Waarschijnlijkheidsrekening en bevolkingsstatistiek'. Deze kanstheoretische studies van Postma maakten zo deel uit van internationale ontwikkelingen die later in het fundamentele werk van Kolmogorov hun hoogtepunt vonden.

Wiskundeleraar in Groningen

Postma werd in 1894 leraar aan de Rijks HBS te Groningen. Deze hogere burgerschool was in 1864 opgericht nadat onder minister Thorbecke in het jaar daarover de wet op het

middelbaar onderwijs tot stand was gekomen en is daarmee een van de eerste hogere burgerscholen in Nederland [8]. De hbs was vooral op het gebied van wiskunde en natuurkunde een grote aanwinst op het gebied van het middelbaar onderwijs. De vanaf 1900 op het gebied van natuurwetenschappen opmerkelijke reeks Nederlandse Nobelprijswinnaars wordt dan ook wel gerelateerd aan deze ontwikkeling. Postma gaf les in de vakken wiskunde, mechanica en kosmografie. De interesse van Postma voor de natuurkunde gold slechts de theoretische kant, vandaar wellicht dat hij geen natuurkundelessen gaf (met zijn vele demonstratieproeven). De Rijks HBS in Groningen kent een rijke historie. Zo was de natuurkundige H. Kamerlingh Onnes (geboren 1853 te Groningen, Nobelprijs in 1913 [9]) er ooit leerling en P.R. Bos, de samensteller van de *Grote Bosatlas*, er leraar aardrijkskunde. Postma was van 1906 tot 1932 actief in het herzien van een aantal wiskundeleerboeken van J. Kors en J. Versluys. Met name in 1927 werkte hij nog aan de achtste druk van het in den lande veel gebruikte *Beschrijvende Meetkunde* van Kors, die toen al bijna een kwart eeuw overleden was. Belangrijke ontmoetingsplaatsen voor liefhebbers en wetenschappers vormden vanaf de 18de eeuw de zogenaamde genootschappen. Voor Postma in Groningen was dat het Natuur-

kundig Genootschap dat in 1801 op initiatief van T. van Swinderen was opgericht. Postma was vanaf 1895 lid van het genootschap en hield er een aantal lezingen, zowel populair-wetenschappelijk als in de wetenschappelijke afdeling. De directeur van de Rijks HBS, F.G. Groneman, was in deze tijd voorzitter van het genootschap (van 1895 tot 1907), en heeft een belangrijke rol gespeeld, tezamen met onder meer de sterrenkundige J.C. Kapteyn, in het opnieuw tot bloei brengen van het genootschap na een periode van achteruitgang van 1860 tot 1890. Men slaagde erin grote namen naar Groningen te halen: de bioloog H. de Vries hield in 1903–04 maar liefst vier lezingen, waaronder een over de rol van de erfelijke eigenschappen; E. Dubois sprak over *Pithecanthropus erectus*, P. Ehrenfest onder andere over het atoommodel van Rutherford en Bohr. Verder kwamen naar Groningen de Duitse quantumfysicus A. Sommerfeld en ook de Nobelprijswinnaars H.A. Lorentz en C. Eijkman.

'Iets uit de geschiedenis van het rekenen'

Op 15 januari 1901 hield Postma een lezing voor het Natuurkundig Genootschap in Groningen met de titel 'Iets uit de geschiedenis van het rekenen' [10]. Postma heeft een enorme hoeveelheid archiefwerk moeten verzetten om deze lezing samen te stellen. Hij be-



Rijks HBS te Groningen, docenten en eindexamenkandidaten, Postma zit vooraan, rechts naast de directeur

handelde eerst het voor-historische tijdperk, en in de historische tijd de vorderingen van de Babyloniërs, Egyptenaren, Grieken en Arabieren. De belangstelling voor de geschiedenis van de wiskunde bestond in die tijd ook algemener. Hiermee kunnen we Postma zien als een voorloper van het latere werk van B.L. van der Waerden en D.J. Struik [11]. In het bijzonder blijkt dat Postma de zogenaamde Papyrus van Harris I (41 m lang), genoemd naar Anthony C. Harris (1790–1869) bestudeerd heeft. Deze papyrus werd in 1855 door Harris gekocht en ligt nu in het British Museum. Het rekenen in het Westen deelde Postma in in drie elkaar overlappende periodes:

- *De computus*, vanaf halverwege de middeleeuwen, een in die tijd zich ontwikkelend systeem van astronomische metingen om tijden en data vast te leggen. De twee voornaamste personen uit die periode waren Beda Venerabilis en Alcuin. Beda Venerabilis (672/3–735) was een Engelse monnik, die onder meer publiceerde over de paasdatum. Alcuin (730/40–804), ook wel Alcuinus van York geheten, was een Engelse wetenschapper, belangrijk aan het hof van Karel de Grote en in de Karolingische renaissance. Alcuin bekwaamde zich in de zeven vrije kunsten: het trivium (grammatica, dialectica en retorica) en het quadrivium (aritmetica, musica, geometria en astronomia).
- *De abacus*. De periode waarin Gerbert van Aurillac, de latere paus Sylvester II (circa 950–1003), een belangrijke rol speelde. Hij was voor zijn pausschap een voornaam leraar in de wiskunde en liet een bijzondere abacus maken.
- *De algorithmus*, tot en met de achttiende eeuw. In het bijzonder wordt in dit deel de invoering van de Arabische schrijfwijze van de getallen besproken. Onder andere een vertaling van het werk van de Perzische wiskundige, geograaf en astronoom Al-Chwarizmi (circa 790–840), van wiens naam ons woord *algoritme* komt.

Vriendschappelijke relatie met Bottema

Een van de leerlingen die de Rijks HBS in Groningen bezocht toen Postma er leraar was, was de later bekende wiskundige O. Bottema [13]. Bottema werd in 1901 geboren in de stad Groningen als zoon van Friese ouders. Na de middelbare school ging Bottema wiskunde studeren aan de Rijksuniversiteit in Groningen, en werd in 1931 een jongere collega van Postma. Deze situatie duurde slechts twee jaar, in 1933 namelijk werd Bottema aangesteld als directeur van de Rijks HBS in Sappe-

De ijzeren deling

Als illustratie van de lezing van Postma volgt hier een voorbeeld van de zogenaamde 'complementaire' of 'ijzeren deling', een voorloper van onze gewone staartdeling [12]. Het gemakkelijke van de ijzeren deling zit in twee aspecten. Ten eerste hoeft men niet af te trekken (naast wel het compenseren op basis van het complement van de deler). Ten tweede hoeft men niet te bepalen hoe vaak de deler precies op een getal gaat. Door deze eenvoudiger procedure duurt het proces natuurlijk wel wat langer. Postma besprak het voorbeeld $569/6$. Hoe dichter de deler bij 10 (of 100 enzovoorts) ligt, des te sneller echter is deze methode. Daarom wordt hier een toelichting gegeven voor een deling door 8.



Uitwerking door Obe Postma van ijzeren deling $569/6$

Ijzeren deling $253/8=31$ rest 5

		2	Het complement van het deeltal is $10-8=2$.
		8	Deler is 8.
2	5	3	Deeltal is 253.
			In de gewone staartdeling merken we op dat de deler 8 3x gaat op 25. In de ijzeren deling kijken we alleen naar 20 (laat de 5 even weg). De deler gaat er dan zeker 2 keer op. Die 2 zetten we onderaan bij het deelantwoord (vet cursief). Door nu de 2 niet meer mee te nemen (vet gemaakt) trekken we er dus 2×10 van af, dus 2x het complement te veel.
	+4		Het teveel, 2x het complement ($=2 \times 2=4$), tellen we er bij op.
	9	3	Het nieuwe deeltal ($5+4$ en de aangehaalde 3).
			We nemen alleen 90 (laat de 3 nog weg). De deler gaat hier zeker 9 keer op. Deze 9 zetten we bij het deelantwoord in de volgende kolom. We laten nu verder de 9 weg en trekken er dus 9 keer het complement te veel van af.
	+1	8	Het teveel, $9 \times 2=18$ komt erbij.
	2	1	Het nieuwe deeltal is $18+3=21$.
			We nemen alleen de 20 (laat 1 weg). De deler gaat er 2x op. Deze 2 naar het deelantwoord onder.
	+4		Teveel afgetrokken: 2x het complement.
		5	De rest is $4+1=5$.
			Antwoord
	2	9	Deelantwoord.
		2	Deelantwoord.
	3	1	Volledig antwoord is $29+2=31$ rest 5.



O. Bottema (1901–1992)

meer en ging Postma met pensioen. Bottema en Postma onderhielden verder een schriftelijke correspondentie. Naast het feit dat Bottema wellicht geïnspireerd is geweest door

Studiedag 'Zekerheden in waarnemingen'

Op 25 november 2011 organiseert het Obe Postma Selskip in Leeuwarden de studiedag 'Zekerheden in Waarnemingen: Natuurwetenschappelijke ontwikkelingen in Nederland rond 1900'. Met lezingen door A. Kox (De Nederlandse natuurkunde rond 1900), G.B. Huitema (Verbinden en verspreiden: de kracht van het Natuurkundig Genootschap te Groningen), D. Draaisma (Gerard Heymans: exponent van een empirisch tijdvak), K. Nevels (Beschouwingen over toeval en kans rond 1900), M.C. van Hoorn (Obe Postma als leraar aan de Groninger Rijks HBS), J. Guichelaar (Postma en de statistische mechanica), H. Paul (Natuur- en geesteswetenschappen: sporen van neokantiaanse geschiedfilosofie in Nederland), J. Smit (Postma en Het Meten). De lezingen worden gebundeld in een boek: J. Guichelaar, G.B. Huitema, en H. de Jong (red.), *Zekerheden in Waarnemingen: Natuurwetenschappelijke ontwikkelingen in Nederland rond 1900*, te verschijnen in 2012. Zie ook www.obepostma.nl.

Postma om wiskunde te gaan studeren, heeft Bottema zijn bewondering voor de persoon Postma later in 1959 in zijn literair getinte rubriek 'Verscheidenheden' in het wiskundeblad *Euclides* hartelijk beschreven [14]. Bottema kende blijkbaar het natuurwetenschappelijke werk van Postma goed en beschrijft in vogelvucht Postma's natuur- en wiskundige bijdragen. Postma noemde hij een expliciet voorbeeld van hoe belangstelling voor

exactheid goed samengaat met een dichterlijke geest. Naast een gedeelde passie voor precisie was Bottema als een zeer cultureel bevlogen persoon natuurlijk zelf ook voorbeeld van deze dualiteit [15].

Dankwoord

Wij danken H.W. Broer voor suggesties en tekstuele verbeteringen bij het tot stand komen van dit artikel.

Referenties

- 1 F. Steenmeijer, 'Obe Postma als natuurwetenschapper', *Wjerklank*, 7, 2010, pp. 3–8.
- 2 O. Postma, *Iets over uitstraling en opslorping* (proefschrift), J.B. Wolters, Groningen, 1895.
- 3 O. Postma, *Van het Friese land en het Friese leven/ Fan it Fryske lân en it Fryske libben* (ed. Philippus Breuker, vert. Jabik Veenbaas; Amsterdam 1997) 23.
- 4 O. Postma, *Het Meten, een kennistheoretische studie*, J.B. Wolters, Groningen 1903.
- 5 O. Postma, 'Over de grondslagen der waarschijnlijkheidsrekening', *Nieuw Archief voor Wiskunde*, tweede reeks, deel VIII, 1909, pp. 214–240.
- 6 O. Postma, 'De wet van het toeval', *Nieuw Archief voor Wiskunde*, tweede reeks, deel IX, 1911, pp. 387–407.
- 7 O. Postma, 'Gevallen van gelijke kans', *Archief voor de Verzekerings-Wetenschap en aanverwante vakken*, dertiende deel, 1913, pp. 183–188.
- 8 M. van Hoorn, 'Gymnasia en hbs-en vóór de Tweede Wereldoorlog', *Historisch Jaarboek Groningen*, 2007, pp. 7–34.
- 9 D. van Delft, *Heike Kamerlingh Onnes — een biografie*, Bert Bakker, 2005.
- 10 O. Postma, 'Iets uit de geschiedenis van het rekenen', lezing Natuurkundig Genootschap in Groningen, 15 januari 1901. Archief: Treasoar. Transcriptie door J. Guichelaar, zie www.obepostma.nl.
- 11 B.L. van der Waerden, *Ontwakende Wetenschap*, Noordhoff, 1950. D.J. Struik, *Geschiedenis van de wiskunde*, Het Spectrum, 1990 (eerste uitgave in het Engels in 1948).
- 12 Postma gebruikt de term *ijzeren deling*, en noemt de gewone staartdeling de *gouden deling*. De term *ijzeren deling* wordt ook gebruikt door E.M. Bruins in 'De Algebra der Oudheid en der Middeleeuwen' (*Euclides*, 1958–1959, II, 152), waarin hij schrijft dat de *gulden deling* het veld moest ruimen voor de *ijzeren*. Het lijkt erop dat Postma en Bruins het over verschillende *gouden/gulden delingen* hebben.
- 13 T. Koetsier, Oene Bottema (1901–1992), 'Distinguished Figures in Mechanism and Machine Science', *History of Mechanism and Machine Science*, 2007, Volume 1, pp. 61–78.
- 14 O. Bottema, 'Verscheidenheden XLV, Dr. O. Postma, wis- en natuurkundige', *Euclides*, 35, 1959/60, pp. 230–233.
- 15 J. Gulmans, 'Passie voor precisie, Oene Bottema's verwantschap met Obe Postma', zie www.obepostma.nl.

Hans Schumacher

Departement Econometrie & Operations Research
Universiteit van Tilburg
Postbus 90153
5000 LE Tilburg
j.m.schumacher@uvt.nl

Kees Oosterlee

Centrum Wiskunde & Informatica
Postbus 94079
1090 GB Amsterdam
c.w.oosterlee@cw.nl

Karel In 't Hout

Departement Wiskunde en Informatica
Universiteit Antwerpen
Middelheimlaan 1
B-2020 Antwerpen
België
karel.inthout@ua.ac.be

Evenement Workshop Quantitative Methods in Financial and Insurance Mathematics

Actuariële wetenschappen en financiële wiskunde: op weg naar convergentie?

Van 18 tot 21 april 2011 vond op het Lorentz Center de workshop 'Quantitative Methods in Financial and Insurance Mathematics' plaats. Hans Schumacher, Kees Oosterlee en Karel In 't Hout bezochten de workshop en belichten de vraag of er nog veel verschil zit tussen actuariële wetenschappen en financiële wiskunde.

Zijn actuaariaat en financiële wiskunde twee afzonderlijke onderzoeksgebieden, of moeten ze gezien worden als één geheel? De actuariële wetenschappen worden al sinds eeuwen beoefend, terwijl de financiële wiskunde juist in de laatste decennia een stormachtige ontwikkeling heeft meegemaakt, in samenhang met de ingrijpende transformatie van financiële markten die plaatsvond na de introductie van grootschalige optiehandel in de jaren zeventig. De twee disciplines zijn verschillend van oorsprong, maar desondanks zijn ze nauw gerelateerd. Is er sprake van een ontwikkeling naar volledige integratie? Tijdens de workshop 'Quantitative Methods in Financial and Insurance Mathematics' is een groepsdiscussie gewijd aan dit onderwerp. De discussie op de dinsdagmiddag werd gemoderd door Hans Schumacher, en de twee organisatoren van de workshop, Karel In 't Hout en Kees Oosterlee, hielden aantekeningen bij. De groep deelnemers aan de discussie bevatte representanten van zowel de financiële

wiskunde als het actuaariaat, en de discussie was levendig. Hierbij een verslag, met dank aan de deelnemers voor hun inbreng.

Roemruchte zaken

De moderator opende de bijeenkomst door een aantal situaties in het verleden in herinnering te roepen waarin financiële wiskunde en actuaariaat met elkaar in aanraking zijn gekomen. Een eerste voorbeeld heeft betrekking op het onderwerp dat bekend staat als *mean-variance analysis*. Een artikel van Harry Markowitz dat in 1952 verscheen in *Journal of Finance* onder de eenvoudige titel 'Portfolio selection' wordt door velen beschouwd als het startpunt van de moderne beleggingsleer. In plaats van de aandacht te richten op de karakteristieken van afzonderlijke beleggingsproducten zoals in de literatuur tot dan toe gebruikelijk, maakte Markowitz in zijn artikel gebruik van kwadratische programmering om te komen tot optimaal samengestelde portefeuilles. Hierbij definieerde hij opti-

maliteit in termen van een afweging tussen verwacht rendement (*mean*) en de onzekerheid in de opbrengst (*variance*). In 1990 kreeg Markowitz de Nobelprijs voor het tot stand brengen van deze doorbraak. Meer dan vijftig jaar na de verschijning van zijn Nobelprijs-winnende artikel, in 2006, publiceerde Markowitz in *Journal of Investment Management* een artikel onder de titel 'de Finetti scoops Markowitz', met andere woorden: de Finetti snoept Markowitz een primeur af. In dit artikel erkent hij dat een heel soortgelijke risico/rendementsanalyse al in 1940 was gepubliceerd door de Italiaanse wiskundige en actuaris Bruno de Finetti. Het artikel van de Finetti is gepubliceerd onder de titel 'Il problema dei pieni' in *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, uiteraard in het Italiaans, wat de internationale verspreiding van het werk niet ten goede zal zijn gekomen. Google Scholar telt ongeveer 100 ingangen voor het artikel van de Finetti, en meer dan 12000 voor het in 1952 verschenen artikel van Markowitz.

Een tweede *cause célèbre* betreft de theorie van risicomaten. In 1999 verscheen in het tijdschrift *Mathematical Finance* een artikel van Pierre Artzner, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber en David Heath, waarin deze auteurs een



Poster van de workshop

axiomatisch kader voorstellen voor grootheden die gebruikt worden om de hoeveelheid kapitaal te bepalen die door financiële instellingen in reserve dient te worden gehouden. Vanuit het actuariaat is er de aandacht op gevestigd dat dit probleem heel dicht ligt bij het probleem van premiebepaling voor verzekeringen, en dat axiomatische kaders hiervoor zijn uitgewerkt in de boeken *An Introduction to Mathematical Risk Theory* van Hans Gerber (1979) en *Insurance Premiums: Theory and Applications* van Marc Goovaerts, Etienne De Vylder en Jean Haezendonck (1984). De aantallen citaties van deze boeken, als geteld door Google Scholar in april 2011, bedragen respectievelijk 755 en 240. Dat zijn heel respectabele aantallen, maar ze steken toch wat af tegen de 2930 citaties die Google vindt voor het artikel van Artzner et al.

De waardering van Amerikaanse opties door middel van Monte Carlo methoden was de derde casus die door de moderator werd genoemd. Dit onderwerp is uitgewerkt door Francis Longstaff and Eduardo Schwartz in hun artikel 'Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach', dat is verschenen in de prestigieuze *Review of Financial Studies* in 2001. Het tijdschrift *Insurance: Mathematics and Economics* publiceerde in 1996 een artikel over hetzelfde onderwerp van de hand van de Canadese actuaire Jacques Carrière. Longstaff and Schwartz verwijzen naar dit artikel, zoals het hoort, en het algoritme dat ze voorstellen bevat wijzigingen ten opzichte van het algoritme van Carrière. Desondanks kan men stellen dat de kerngedachte al in het artikel in *IME* was ontwikkeld.

Google Scholar telt ten tijde van de workshop 1252 citaties voor het artikel van Longstaff en Schwartz, en 214 voor dat van Carrière.

Institutionele verschillen

Na deze inleidende overwegingen was het de beurt aan de zaal. Begonnen werd met het bespreken van verschillen tussen de beroepsbeoefenaars in het actuariaat en in de financiële wiskunde. Er is onder meer een groot verschil in organisatiegraad. In vele landen bestaan er actuariële beroepsorganisaties, en er zijn internationale koepelorganisaties zoals de *Groupe Consultatif Actuariel Européen* en de *International Actuarial Association*. In sommige landen zijn er wettelijke voorschriften volgens welke bepaalde taken uitsluitend door gecertificeerde actuarissen mogen worden uitgevoerd. Er is een gedragscode voor actuarissen, en beroepsbeoefenaars die zich hier niet aan houden riskeren daarmee hun lidmaatschap van de beroepsvereniging. Er zijn internationaal vastgelegde standaarden voor de opleiding van actuarissen. In de wereld van de *financial engineers* daarentegen bestaan er wel beroepsorganisaties en zijn er beroepsopleidingsinstituten die certificaten uitreiken, maar de graad van organisatie en van standaardisatie is toch niet vergelijkbaar met die in het actuariaat. Er is geen aparte graad voor financieel wiskundigen, en nergens ter wereld hebben financial engineers een wettelijke status.

De financial engineers die men tegenkomt bij banken en andere financiële instellingen hebben diverse achtergronden — natuurkunde, wiskunde, verschillende ingenieurswetenschappen. Ze vormen op dit punt een wat ongeregeld geheel, in vergelijking met de strak gereguleerde opleiding van actuarissen. Soms wordt hiermee ook een verschil in beroepshouding geassocieerd. Actuarissen gelden dan als conservatief, terwijl financial engineers worden gezien als een soort van goudzoekers. Zulke wijd verspreide opvattingen moeten mogelijk herzien worden naar aanleiding van gebeurtenissen in de recente kredietcrisis. Deelnemers aan de discussie in Leiden brachten in herinnering dat grote verzekeringsmaatschappijen zoals de American International Group (AIG) in de crisis even zware klappen te verduren kregen als sommige banken. Een deel van de schuld van de crisis is door een aantal commentatoren neergelegd bij het door David Li ontwikkelde Gaussische copula model; Li is een actuaire met een opleiding van de Universiteit van Waterloo in Canada, een van de meest vooraanstaande instellingen op actuariële gebied ter wereld.

Regulering van de financiële sector staat als gevolg van de crisis hoog op de politieke agenda. Dit geldt zowel voor de banken als voor de verzekeringsinstellingen. De vorm van de regulering verschilt echter: voor de financiële industrie in de wereld zijn er de Basel-akkoorden, terwijl in verschillende delen van de wereld diverse systemen worden gebruikt voor het toezicht op verzekeraars, waaronder in Europa het Solvency-systeem. Het actuariaat kent een lange traditie op het gebied van de principes en de methoden van het berekenen van het benodigde reservekapitaal.

Een accentverschil tussen financial engineers en actuarissen is dat de eerstgenoemden vaak te maken hebben met professionele tegenpartijen, terwijl actuarissen in de regel betrokken zijn bij producten die bedoeld zijn voor gebruik door individuele consumenten. De regulering van de verzekeringsindustrie is voor een deel ontworpen met het oog op de bescherming van de consumentenbelangen. Actuarissen spelen een maatschappelijke rol in het ontwerp en de implementatie van stelsels van financiële zekerheid, en daarmee hangen verantwoordelijkheden samen.

In de discussie in het Lorentz Center werd opgemerkt dat er meer gepromoveerden zijn onder financieel wiskundigen dan onder actuarissen. Ook werd opgemerkt dat aan het hoofd van een verzekeringsmaatschappij heel goed een actuaire kan staan, terwijl de Raad van Bestuur van een bank meestal niet bestaat uit personen met een sterk kwantitatieve achtergrond. Er werd een vergelijking gemaakt met het verschil tussen een medicus en een bioloog. De actuaire is een hogeropgeleide, maar niet met dezelfde nadruk op onderzoek als bij iemand die een promotietraject heeft gevolgd. Sommige deelnemers vroegen zich wel af of de actuariële graad geschikt is voor alle soorten functies in de financiële wereld. Kan een actuaire een hedgefonds leiden?

De lange termijn

Actuarissen zijn eraan gewend op lange tijdschalen te denken. Pensioencontracten bijvoorbeeld hebben implicaties die zich uitstrekken over een tijdsspanne van vijftig jaar of meer. In de bankwereld zijn de tijdschalen vaak veel korter. Terwijl actuarissen zich baseren op langlopende statistische gegevens met betrekking tot sterftecijfers en ook aandelenrendementen, richten financial engineers hun aandacht meer op de actuele marktsituatie en proberen ze uit de cijfers van vandaag informatie te halen met behulp van modellen en calibratie. Beide gezichtspunten komen in aanmerking om een rol te spelen bijvoorbeeld

in een financieel-wiskundige analyse van een onderwerp als lange-termijn portefeuillebeheer. Hoe de integratie precies zou moeten plaatsvinden is een kwestie van discussie en van onderzoek. Dit is een voorbeeld van een terrein waarop financial engineering en actuaariaat van elkaar zouden kunnen leren.

Verzekeringen worden vaak gezien als een vorm van risicodeling, terwijl financiële producten dikwijls geassocieerd worden met speculatie. Het doel van veel financiële contracten is echter eveneens het herverdelen van risico op een manier die aantrekkelijk is voor beide partijen, zodat het element van risicodeling ook in zulke contracten aanwezig is. Een verschil kan wel liggen in de aard van de betrokken risico's. Financiële risico's zijn dikwijls in hoge mate af te dekken door middel van geschikte handelsstrategieën, terwijl verzekeringsmaatschappijen traditioneel vertrouwen op de wet van de grote aantallen als een bron van risicovermindering. Om weerstand op te bouwen tegen onvermijdbare risico's en zo het vertrouwen van klanten te winnen hebben verzekeraars grote reserves opgebouwd. Banken zijn verplicht reserves aan te houden, maar concurrentiedruk zorgt voor een ingebouwde neiging om deze reserves zo klein mogelijk te houden, aangezien andere vormen van besteding van kapitaal hogere winstverwachtingen hebben.

In het verleden hebben verzekeringsmaatschappijen in veel gevallen aantrekkelijke rendementen laten zien. Is dit te danken aan de scherpe inzichten van actuarissen, of aan ruime winstmarges die mogelijk werden gemaakt door lage concurrentiedruk? Sommige deelnemers aan de discussie in Leiden meenden dat het tweede element een rol zou kunnen hebben gespeeld. Geconstateerd werd wel dat in het verleden ook in sommige financiële producten hoge marges zijn ingebouwd, maar, zo werd gezegd, de scherpste van de concurrentie in de financiële wereld is dusdanig dat financial engineers voortdurend bezig moeten blijven met het ontwik-

kelen van meer verfijnde modellen en technieken. Hieraan werd de vraag verbonden of hetzelfde ook geldt in de verzekeringsindustrie. Andere deelnemers merkten op dat actuarissen te maken hebben met vraagstukken rond bijvoorbeeld de toekomstige ontwikkeling van sterftেকansen; dit vraagt eveneens om de ontwikkeling van verfijnde technieken, ook al kunnen die verschillen van de bij financieel wiskundigen populaire methoden gebaseerd op stochastische differentiaalvergelijkingen. De technieken die ontwikkeld zijn in verband met sterftেকansen zouden ook in de financiële wereld hun toepassingen kunnen hebben, bijvoorbeeld voor de beschrijving van het voorkomen van faillissementen.

Wisselwerkingen

In de discussie werden verschillende wisselwerkingen tussen actuaariaat en financiële wiskunde genoemd. Men kan bijvoorbeeld denken aan producten die zowel een beleggingselement bevatten als een verzekeringselement. Voorwaarden met een optie-karakter komen regelmatig voor, onder meer bij langlopende verzekeringscontracten met ingebouwde garanties voor een minimaal rendement. Gemengde producten zijn ook variabele annuïteiten, waarbij de uitbetaling afhangt van aandelenrendementen, en levensverzekeringen waarbij deelnames in een beleggingsfonds worden ingekocht. Zulke modellen vragen om geavanceerde stochastische modellen, waarbij er onder meer rekening mee moet worden gehouden dat de beweeglijkheid van aandelenkoersen in de loop van de tijd kan variëren.

Er zijn gebieden waar de actuariële wetenschappen kunnen leren van de financiële wiskunde, bijvoorbeeld met betrekking tot modellen voor de evolutie van de termijnstructuur van de rentes. Ook op het gebied van numerieke methoden is in het algemeen de ontwikkeling binnen de financiële wiskunde sneller gegaan dan binnen het actuaariaat. Bijvoorbeeld op het gebied van de prijsbepa-

ling van opties waarbij vervroegde uitoefening is toegestaan zijn weliswaar oorspronkelijke ideeën ontwikkeld in de actuariële literatuur, zoals opgemerkt door de moderator aan het begin van de discussie, maar de verdere voortgang die inmiddels heeft geleid tot efficiënte en robuuste oplossingsmethoden is toch vooral gedocumenteerd in financieel-wiskundige tijdschriften.

Expertise uit beide gebieden is nodig voor het ontwerp van securitisatieproducten zoals bijvoorbeeld obligaties waarbij de couponrente afhangt van het al dan niet voorkomen van grote verzekeringsclaims (*catastrophe bonds*). Datzelfde geldt voor de ontwikkeling van pensioenstelsels waarin belangrijke karakteristieken worden gecombineerd van het systeem waarin de uitkeringen zijn vastgelegd en het systeem waarin de premies zijn vastgelegd. Op het gebied van pensioenen speelt onder meer dat de aangeboden regeling ook voor anderen dan alleen experts begrijpelijk moet zijn. Dergelijke nevenvoorwaarden kunnen meer bekend zijn voor actuarissen dan voor financieel wiskundigen. Ook op het gebied van het gebruik van statistische methoden voor de beschrijving van sterftেকansen en faillissementskansen kunnen financial engineers te rade gaan bij actuarissen. Stochastische afhankelijkheid als bijvoorbeeld beschreven door middel van copula's speelt een belangrijke rol zowel in de financiering als in het actuaariaat; zo zouden actuarissen bijvoorbeeld betrokken kunnen zijn bij de waardering en de risicobeheersing van producten als *credit default swaps* (een vorm van kredietverzekeringen), *collateralized debt obligations* (instrumenten gebaseerd op bijvoorbeeld bundels hypotheeken), en modellen voor het aanpassen van waarderungen op basis van overwegingen met betrekking tot kredietwaardigheid. Regulering is natuurlijk zowel in de bankwereld als in de verzekeringswereld een belangrijk thema.

De deelnemers aan de groepsdiscussie waren het erover eens dat het convergentieproces tussen actuaariaat en financiële wiskunde tot uitdrukking moet komen in opleidingsprogramma's. Veel universiteiten hebben al initiatieven genomen in deze richting. In de discussie werd de opvatting breed gedragen dat er sterke samenhangen bestaan tussen actuaariaat en financiële wiskunde, en dat er sprake is van een flinke overlap tussen de twee gebieden. Tegelijkertijd vonden de deelnemers dat, in ieder geval op dit moment, de twee velden nog dermate sterke eigen karakteristieken hebben dat er gesproken kan worden van onderscheiden disciplines. ←



Foto: Rafael Matuszaga

Nellie Verhoef

Faculteit Gedragswetenschappen, instituut ELAN
Universiteit Twente
Postbus 217
7500 AE Enschede
N.C.Verhoef@utwente.nl

Onderwijs Lesson study

De kunst van het lesgeven

Lesgeven is een kunst. De kunst is vergelijkbaar met die van een dirigent die zijn koor dirigeert, waar elk instrument een bijdrage levert aan de totale klankkleur. In de huidige onderwijspraktijk lijkt er niet veel ruimte te zijn om te spelen. De boeken en studiewijzers maken het onderwijs klankloos. Kan de Nederlandse onderwijscultuur zich ontdoen van dit keurslijf? Nellie Verhoef beschrijft wat ze heeft ervaren als observant bij de 'lesson study' in de bovenbouw van het voortgezet onderwijs.

'Lesson study' als manier om docenten het vak te leren of te leren verbeteren, is afkomstig uit Japan. Al meer dan honderd jaar is dit de manier om docenten te scholen. De lesson study is diep geworteld in de cultuur. Toen in de jaren zestig het onderwijspeil in Japan tot een dieptepunt was gedaald, besloot de regering dat het salaris van onderwijsgevendens zou stijgen, met daaraan verbonden de eis dat de schooldag van de docenten niet om drie uur maar om vijf uur zou eindigen. Als gevolg daarvan hebben docenten elke middag tijd om te overleggen en samen voor te bereiden. Dit was een randvoorwaarde voor het succes van de implementatie van de lesson study.

De lesson study

Bij de lesson study formuleren docenten allereerst een gezamenlijk doel. Dat doel spitst zich toe op het doen van onderzoek — in de eigen lespraktijk — naar instructie en het leren van leerlingen. Het doel is dus niet 'de perfecte les'. Vervolgens ontwerpen de docenten de onderzoeksles(sen) en gaan die ook zelf bij elkaar observeren. De observaties concentreren zich op de geformuleerde langetermijndoelen, niet op de rol van de docent of die van het lesmateriaal. Zorgvuldig wordt de betrokkenheid en het gedrag van leerlingen in de onderzoeksles(sen) geobserveerd. Op basis van discussies naar aanleiding van de observaties wordt de les herzien en opnieuw, in een andere setting, uitgevoerd [3].

Honderd jaar ervaring heeft Japanse docenten de gelegenheid gegeven om zich be-

wust te worden van hun onderwijsidealen in de weerbarstige werkelijkheid van de lespraktijk. De docenten zijn tegen de (on)mogelijkheden om veranderingen te realiseren opgelopen. De docenten hebben leren kijken door de bril van leerlingen en leren genieten van de samenwerking met collega's. Japanse docenten geven aan dat ze hierdoor in staat zijn objectief naar het onderwijs te kijken. De lesson study heeft in Japan allerlei neveneffecten. Curricula, lesboeken en andere lesmaterialen blijven voortdurend aan verandering onderhevig omdat de auteurs, de docenten, steeds nieuwe inzichten verwerven [2]. Die inzichten zijn een direct gevolg van de observaties. De leerling-observaties leggen bloot waar de problemen zich voordoen, welke misconcepties er leven en waar blokkades optreden.

Een ander neveneffect is dat de docent een sleutelrol gaat vervullen. De docent is continu op zoek naar opdrachten die elke leerling uitdagen om te zoeken naar eigen oplossingen en te leren van oplossingen van anderen, waardoor er verdieping ontstaat. Een digibord in de les wordt bijvoorbeeld niet alleen gebruikt om wiskundige begrippen duidelijk te maken, maar ook om gedachten en ideeën van collega-leerlingen te verzamelen om later te kunnen vergelijken en dwarsverbanden aan te kunnen brengen. Dat betekent dat leerlingen niet op hun plaats blijven zitten, maar bij het bord gaan staan en samen onder leiding van de docent nadenken. Deze aanpak vereist motiverende, uitdagende, open opdrachten. De docent zal de

antwoorden, op verschillende (denk)niveaus, rangschikken en op een sturende wijze samenvoegen om te proberen op een hoger (denk)niveau te komen.

De VS, Australië, Engeland en Nederland

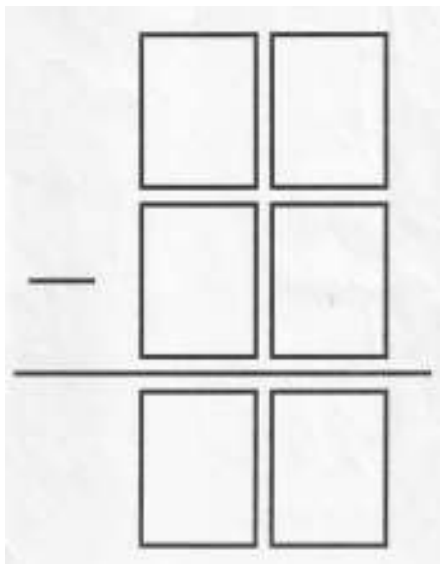
Langzamerhand wordt deze aanpak ook in westerse landen geïntroduceerd. Dat gaat niet vanzelf. Pijnlijk duidelijk wordt dat er grote cultuurverschillen zijn. In de VS zijn docenten geneigd om snel tot resultaat te komen. De nadruk ligt, ingegeven door de prestatiecultuur, op het verbeteren van het lesmateriaal in plaats van het optimaliseren van het leren van leerlingen [1]. In Engeland en Australië wordt de implementatie van de lesson study bemoeilijkt door de strenge exameneisen. Docenten worden afgerekend op het resultaat van hun leerlingen bij het eindexamen. De exameneisen bepalen wat leerlingen moeten kennen en kunnen. Er is weinig ruimte voor experimenten [4].

In de Nederlandse situatie werken vooral de boeken en de studiewijzers belemmerend. De boeken zijn geschreven voor zelfwerkzaamheid: de opgaven zijn gestapeld in a tot en met f en er staat vooraf vast welke opgaven in welke les de revue passeren. In de les werken de leerlingen zoveel mogelijk zelfstandig, de docent helpt waar nodig [5]. In de Japanse situatie is dat onmogelijk. Leerlingen worden geacht thuis hun huiswerk zelfstandig te maken, in de les zijn ze samen onder leiding van de docent aan het werk. Voorop staat het uitdagen van leerlingen om zelf na te denken! Voor hen is een zes geen voldoende, het kan altijd weer beter.

Uitdagende opdrachten

Als voorbeeld van de lesson study volgen twee opdrachten bestemd voor de basisschool: een algebraïsche opdracht en een meetkundige opdracht.





Figuur 1 Twee getallen aftrekken

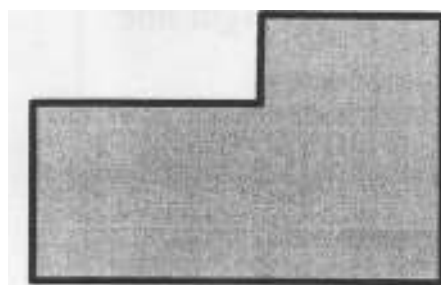
Voorbeeld 1 (getallen). De docent beschikt over plakplaatjes met de cijfers 1 tot en met 9 erop, die op het bord blijven plakken met klittenband (Figuur 1). Willekeurig kiest de docent twee getallen, bijvoorbeeld 5 en 3. Hij plakt op de eerste regel 53 en op de tweede regel 35. Wat is het verschil? Prima, 18. Hij kiest nu 9 en 7 en plakt op de eerste regel 97 en daaronder 79. Wat is het verschil? 18. Hij doet hetzelfde met 4 en 6, alweer is het antwoord 18. Nu kiest hij weer twee cijfers, bijvoorbeeld 7 en 2. Hij plakt op de eerste regel 72 en op de tweede regel 27. Het verschil is geen 18, maar 45. Hij neemt 1 en 6. Het verschil is weer 45. Hij kiest nu 1 en 5. Het antwoord is 36. De docent rangschikt op het bord soort bij soort. Hij neemt nu 1 en 2. Het verschil is 9. Hij neemt 9 en 8. Het verschil is weer 9. Dan begint iemand te roepen: de tafel van negen! En klopt het? Ja, het lijkt te kloppen (dit is een niveauverhoging: generalisatie, eigenschappen worden gebruikt). Zou het altijd kloppen en waarom dan? Het gaat om tientallen en eenheden. De verschillen (in cijfers) tussen de tientallen zijn dezelfde als die tussen de eenheden. Ja, en dan? Nu komt er weer een niveauverhoging (gebruik van symbolen): het bewijs. Schrijf een getal nu eens als $10A + B$. De procedure is dan $(10A + B) - (10B + A) = 9(A - B)$, en hier komt de tafel van negen om de hoek kijken!

Voorbeeld 2 (oppervlakte). Deze opgave vind ik nog veel rijker. Misschien is dat altijd wel zo als het om meetkundige figuren gaat? De opdracht is: deel dit stuk met één snede in twee delen met dezelfde oppervlakte (Figuur 2). Tja, gewoon een rechte streep van boven naar beneden is niet goed — dat kun je wel

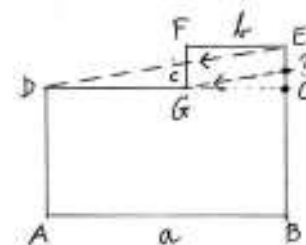
zien. ... Na enig puzzelwerk wordt er gevraagd naar de maten, in de hoop dat dit enig soelaas biedt. Die worden gegeven: de lengte is 9, de breedte is 6, het uitgesneden stuk is 5 bij 2. Wat nu? De halve oppervlakte moet dus 22 zijn. Hoe zou je dat kunnen vouwen? Met wat proberen kom je op het linker deel (20), dan moet er 2 bij — dus een driehoek met rechthoekszijden 4 en 1. Dat lukt nog wel. De docent verzamelt de verschillende antwoorden: er zijn vele wegen die naar Rome leiden. Je kunt een rooster over de figuur leggen en maximaal gebruik maken van de maten, door een lijn te trekken van het onderste rechter hoekpunt naar het rechter hoekpunt van de uitgesneden rechthoekige hap en vervolgens een parallellogram maken met de gevraagde oppervlakte. Of: de rechthoek rechtsboven in met oppervlakte 8 is ook linksonderin te vinden als je een stuk van 2 afsnijdt (ook een rechthoek van 2 bij 4). De overgebleven rechthoek deel je dan doormidden (met een horizontale lijn door het midden van die rechthoek of diagonaal), et cetera.

Nu volgt alsnog de opdracht om “zonder maten te gebruiken het probleem op te lossen”. Dat is een stuk moeilijker. Dit is een vraag om niveauverhoging te realiseren. Je kunt de figuur uitknippen en op een vouw van een ander papier laten balanceren: het is mogelijk — de uitgeknipte figuur blijft in balans! Je kunt een kopie van de figuur er tegenaan leggen, bijvoorbeeld aan de bovenkant — dan komt er een gat. Maar de oplossing? De docent verzamelt alle mogelijk ideeën, en sorteert die op het bord. Iedereen gaat verder met zijn eigen idee.

Er zijn inmiddels weer andere suggesties bijgekomen. Als je de figuur verdeelt in twee rechthoeken dan is elk van die rechthoeken te verdelen in twee gelijke delen. Hoe? Bijvoorbeeld, vouwen van boven naar beneden, van links naar recht, tweemaal diagonaal — maar elke willekeurige lijn die door dat midden gaat, verdeelt de rechthoek in twee gelijke delen. Niveauverhoging is bereikt. De verbindingslijn tussen beide middens van de twee rechthoeken deelt de figuur dus in twee



Figuur 2 Verdelen in twee gelijke delen



Figuur 3 Een historische oplossing

gelijke delen. Maar nu verder. ... Je kunt de figuur ook in twee andere rechthoeken verdelen, dan komt er een andere snede uit. De sneden snijden elkaar: dat is dan dus een zwaartepunt. Alweer een niveauverhoging. Dit inzicht biedt ook de oplossing voor de variant waarin een kopie van de figuur er bovenaan tegenaan wordt gelegd (met gat erin). De gezochte snede is de lijn die diagonaal door het gat gaat. Het is een kunst om zoveel mogelijk alternatieve oplossingen te zoeken én te gebruiken!

Er is echter nog één oplossing die u moet weten, een historische oplossing (Figuur 3) — met dank aan Jan van Maanen (Freudenthal Instituut): Een rechthoek waarvan A, B, en ? drie hoekpunten zijn, is even groot in oppervlakte als de oorspronkelijke figuur (gebruik verhoudingen $a : c = b : C?$). Lijn A? verdeelt dus ook de oorspronkelijke figuur in twee gelijke delen van gelijke oppervlakte. ? vind je met zeer weinig vouwen.

Observatie van lesson study in 4 havo B

De eerste voorzichtige bovenbouwexperimenten in Nederland leggen bloot dat leerlingen niet gewend zijn om naar elkaar te luisteren. Zittend naast een groepje leerlingen in 4 havo B ben ik er getuige van hoe leerlingen de maximale inhoud bepalen van een doos waarvan de uitslag in een plaatje is gegeven (Figuur 4).

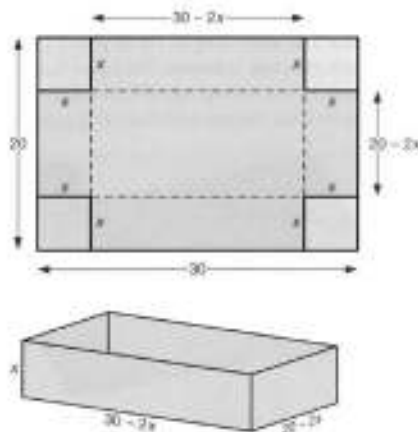
Opgave 50 is de opgave in het boek. Omdat de docenten proberen de opgave wat opener te maken, wordt onderdeel a weggelaten. In het plaatje staan de maten aangegeven. De formule $f(x) = 4x^3 - 100x^2 + 600x$ is gegeven. Om aan te tonen dat de formule juist is (onderdeel b) zoeken de leerlingen naar cijfers 4 in het plaatje. Nergens te vinden! In de tekening staan wel vier vierkantjes met zijde x , dus daar komt die $4x^3$ vandaan is hun redenering. Bij de lange en de korte zijde staat een 30 en een 20, dus daar komt $600x$ (de x heeft wellicht te maken met de hoogte) vandaan. Nu nog zoeken naar de herkomst van $-100x^2$. Ja, daar komen ze zomaar niet uit. Ik ben verbijsterd, er wordt helemaal niets begrepen.

50 Een fabrikant van verpakkingsartikelen levert dozen zonder deksel. Hij laat deze dozen vouwen uit rechthoekige stukken karton van 30 bij 20 cm. Zie figuur 6.34.

- a. Laat met een berekening zien dat er een doos ontstaat met een inhoud van 864 cm^3 als $x = 6 \text{ cm}$ genomen wordt.

Voor de inhoud I in cm^3 van de doos geldt de formule $I = 4x^3 - 100x^2 + 600x$.

- b. Toon aan dat deze formule juist is.
c. Bereken met behulp van differentiëren bij welke afmetingen van de vierkantjes de inhoud van de doos maximaal is. Geef je antwoord in mm nauwkeurig.



figuur 6.34

Figuur 4 Getal en Ruimte, havo B deel 2 (p. 26)

In een ander groepje, op een ander school, komt na veel gepuzzel de juiste formule wel tevoorschijn. Nu moet de afgeleide bepaald worden (onderdeel c). Dat gaat goed. Ze herinneren zich dat er nulpunten gevonden moeten worden. Dat doet hen naar de GRM grijpen. Ze plotten de grafiek van $f'(x)$ en vinden twee nulpunten: $x = 3,924$ en $x = 10,563$. Wat nu? Geen idee! Het boek wordt erbij gepakt en ze vinden de opgave waar het hier over gaat. De enige jongen in de groep pakt zijn iPhone om de uitwerkingen te downloaden. O, de x -en moeten ingevuld worden, intikken en ja, het antwoord is goed. Volgende som...

Een andere opgave, behorend bij het onderwerp optimaliseren, gaat over een boer die met een stuk gaas zijn kippen wil tegehouden (Figuur 5). De docenten hebben de tekst voorafgaand aan onderdeel a aardig ingekort. Er staat alleen: $AD = x$, de vraag is dan $DC = \dots$ en $CB = \dots$

15 Pluinveehouder Janssen wil op zijn terrein een rechthoekig stuk land afzetten voor zijn kippen. Janssen gaat 40 meter gaas gebruiken. Omdat het stuk land aan één kant begrensd is door een sloot, hoeft hij slechts drie kanten af te rasteren. Janssen vraagt zich af bij welke afmetingen de oppervlakte O van het stuk land maximaal is. Hij stelt $AD = x$ meter.

- a. Druk O uit in x .
b. Bereken algebraïsch bij welke afmetingen O maximaal is.



figuur 6.29

Figuur 5 Getal en Ruimte, havo B deel 2 (p. 28)

eerste vier keer correct, afwijkend van het andere collectief foutieve antwoord. Na vier rondes begonnen zijn ogen te draaien, het correcte antwoord klonk zachter. Uiteindelijk ging hij overstag en de rest van de keren gaf hij net als alle anderen het foutieve antwoord. Dit groepsproces speelt ook in klassensituaties dus.

Op een andere school in een soortgelijke situatie, met dien verstande dat in het plaatje de x is weggelaten vanwege het open karakter van de opgave, vullen de leerlingen eerst zomaar wat in. Kies $x = 5$, dan komt er 150 uit. Kies $x = 10$ dan komt er 200 uit, dat is dus meer. Maar wat is de grootste? De leerlingen komen op de gedachte om de kleinste zijde x , en de grootste y te noemen. Dan is $y = 40 - 2x$, de oppervlakte is dan $2x \cdot (40 - 2x) = 40$ (omtrek in plaats van oppervlakte). Over het maaltteken wordt getwist: is het nu keer of was het plus? Aan het getal 40 achter het gelijkteken wordt niet getwijfeld. Stug doorrekenen levert $x^2 - 20x + 10 = 0$ en 'dat kan niet' denken ze. Overnieuw nu. Eén van de meisjes merkt op: "Meneer zei dat er niet meer dan één symbool in de vergelijking mag staan." Als je begint met $2x + y = 40$ dan moet die y dus weg. Of die x ? Zullen we haakjes doen? Besloten wordt de y te vervangen door $40 - 2x$ en haakjes te gebruiken. Dit levert op $2x \cdot (40 - 2x) = 40$, dus $x = 20$. Er komt een x uit! Maar die x klopt niet. Overnieuw maar weer. Laten we proberen $x = 2$. Dan is $y = 2 \cdot (20 - x)$, dus is $x = 2$ of $20 - x = 0$ dus $x = 20$. Nu klopt er helemaal niets meer van: een van de leerlingen denkt aan het oplossen van een vergelijking. De iPhone wordt geraadpleegd. Er staat, $2x \cdot (40 - 2x) = 40$, er moet een $-$ teken tussen. Ik zit te griezelen, waar het allemaal vandaan komt is een raadsel. Dan bevrijdend: "Er komt uit $x = 10$, dat zei ik toch al?"!

Deze voorbeelden tonen aan dat de Nederlandse schoolsituatie rijp is voor de lesson study, waar de nadruk ligt op het denken van leerlingen, waar niet het juiste antwoord maar denkprocessen centraal staan. En dat blijft een kunst! Elke docent kent wel horrorvoorbeelden en niemand die zoiets wenst. Iedereen wil dit voorkomen, en moeilijk blijft het.

Referenties

- Fernandez, C., Cannon, J. en Chokshi, S. (2003). A US-Japan lesson study collaboration reveals critical lenses for examining practice. *Teaching and Teacher Education*, 19, 171-185.
- Isoda, M. (2010). Lesson Study: problem solving approaches in mathematics education as a Japanese Experience. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 17-27.
- Matoba, M., Shibata, Y., Reza, M. en Arani, S. (2007). School-university partnerships: a new recipe for creating professional knowledge in school. *Educational Research for Policy and Practice*, Vol 6(2), 55-65.
- Tall, D. O. (2008). Using Japanese Lesson Study in Teaching Mathematics. *Scottish Mathematical Council Journal*, 38, 45-50.
- Verhoef, N.C. en Tall, D.O. (2011) Lesson Study: The Effect on Teachers' Professional Development. Accepted PME July 2011, Ankara.

De derde wet

| Solicited Comments

Het onderstaande is een reactie op het redactioneel 'Kwaliteit en bestuur, een tegenstelling?' door Ferdinand Verhulst uit het NAW-juninummer van 2011.

Eén wereld

Hoofredacteur Ferdinand Verhulst schrijft in zijn redactioneel het volgende: "Je kunt je niet serieus met de kwaliteit van wiskunde, van didactiek of van historisch wiskundig onderzoek bezighouden en tegelijk oog hebben voor bestuursstrategieën en beleidsplannen, wat dat ook betekenen moge. Docenten en onderzoekers doen wat ze doen, bestuurders en politici praten erover en daar is geen verband tussen. Net zomin als tussen de wereld van professor Prlwytkofski en die van burgemeester Dickerdack; het is interessant en typerend dat in beider ogen de ander iets belachelijks heeft."

De heer Verhulst heeft ongelijk. Deze discussie is daar al een bewijs van. Dat hij zijn mening in druk kan laten verschijnen, en ik de mijne, is mede te danken aan de inspanningen van een WG-bestuur dat eind vorige eeuw de N van NAW een nieuwe betekenis gaf. De geïnformeerde lezer kent meer voorbeelden van bestuurlijk werk dat de kwaliteit van de wiskunde bevordert. Kwaliteit van onderzoek, van didactiek, van toepassingen en van de verspreiding van het goede nieuws onder het brede publiek. Bestuurlijk werk gedaan door wiskundigen die tevens college geven, promovendi hebben en artikelen schrijven.

De hoofredactionele inzichten zijn niet alleen ongegrond, maar ook achterhaald en schadelijk voor de positie van de wiskunde. Wanneer dertig jaar geleden wiskundigen op het Ministerie van OCW verschenen, werden ze aangezien voor marsmannetjes, juist vanwege hun houding "Wij leven in een andere (lees: betere) wereld". Sinds de wiskundigen zich bewust zijn van de context waarin ze opereren en, jawel, zelf strategienota's schrijven zoals het Masterplan Toekomst Wiskunde en beleidsplannen opstellen die leiden tot het Platform Wiskunde Nederland, gaat het goed met de wiskunde, in studentenaantallen en in maatschappelijke appreciatie. Dickerdack is zijn loopbaan ooit begonnen als assistent in het laboratorium van professor Prlwytkofski. Via de ondernemingsraad en vakbondscursussen klom hij op tot burgemeester. Prlwytkofski is voorzitter van de Rommeldamse Akademie van Wetenschappen. Samen zetten ze zich in voor inventie en innovatie. In één wereld.

Jan Karel Lenstra, Centrum Wiskunde & Informatica

Reactie Ferdinand Verhulst

Dat beeld van de marsmannetjes op het ministerie van OCW spreekt me wel aan. Die mannetjes moeten we maar niet meer sturen, daar hebben we tenslotte PWN voor opgericht. Mijn punt in het hoofdredactioneel van het juninummer is dat toewijding en overgave aan de wetenschap je meestal weerloos maken voor de manipulaties en streken van bestuurders op hoger niveau. Natuurlijk is er op het niveau van KWG-bestuur en binnen een flink aantal faculteiten goed bestuur van 'amateurs' mogelijk. Lenstra noemt terecht de omslag ruim tien jaar geleden naar een vernieuwd NAW. Dat is heel belangrijk, maar globaal universitair en nationaal gezien is dat de kleine binnenwereld. Het is een uitzondering als een wiskundige in zijn of haar vak creatief is en tegelijk een naar de buitenwereld vaardig bestuurder. Natuurlijk komen zulke uitzonderingen ook in Nederland voor, denk aan topbestuurders als Rinnooy Kan of Van Duijn; een mooi voorbeeld in het buitenland was Jürgen Moser, een excellent wiskundige die vele jaren lang een voortreffelijk directeur van het Courant Institute in New York was.

Grootschalig bestuur in Nederland lijkt vaak in volgorde van belangrijkheid deze prioriteiten te hebben: hoe maximaliseer ik mijn bestuurssalaris, hoe bezuinig ik waarbij de infrastructuur niet te opval-

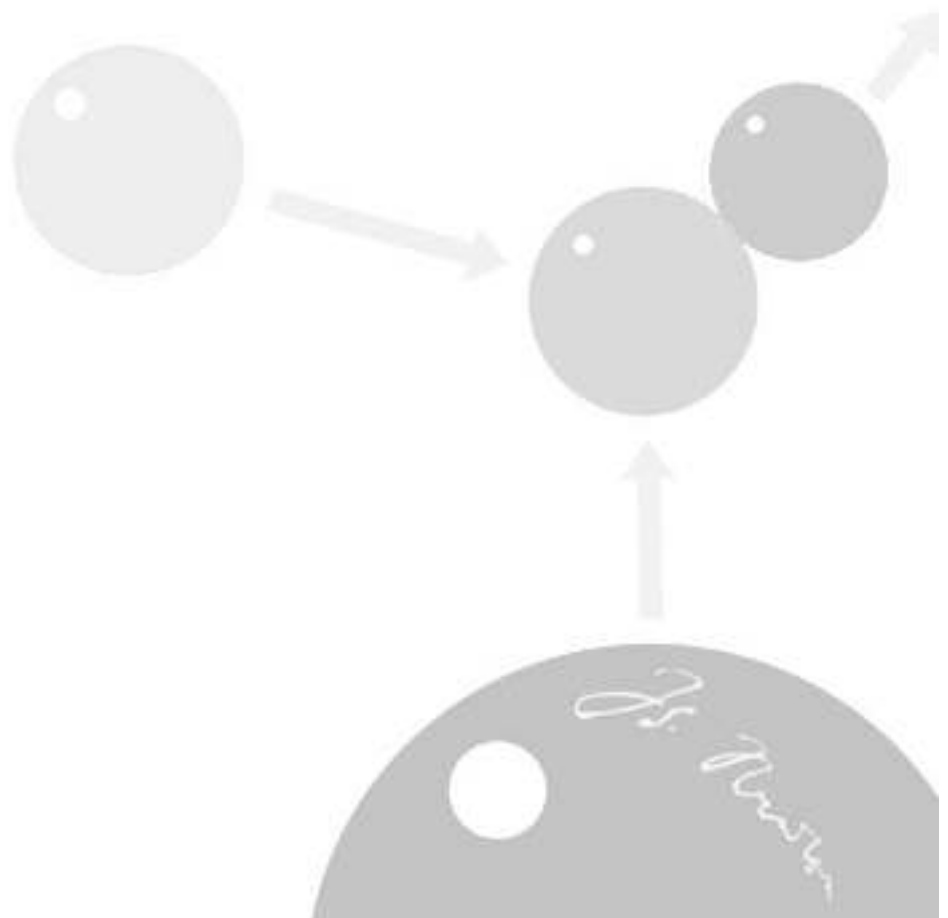
In deze rubriek worden lezers door de redactie uitgenodigd te reageren op recent in dit blad verschenen artikelen.

Redacteur: Ferdinand Verhulst

derdewet@nieuwarchief.nl

lend wordt aangetast, hoe kom ik na deze baan in een betere positie? Overdreven? Wil je voorbeelden? Kijk eens naar de hbo-besturen: grote salarissen, verlaagde exameneisen, aanstellen van onbevoegden om de begroting op te poetsen. Je kunt ook de stichtingsbesturen die scholengemeenschappen beheren noemen die hetzelfde doen. Kijk eens naar de ziekenhuisbesturen waar regelmatig schandalen overheen vallen, of naar sommige universiteiten zoals de UU, waar voortreffelijke onderzoeksgroepen om brute financiële redenen worden opgeheven. Hoe zit het met de argumenten op het gebied van onderwijs en onderzoek om de universiteiten van Leiden, Delft en Rotterdam te fuseren?

We hebben het niet over hetzelfde. Binnen de mathematische instituten, het CWI, KWG of NVvW en zelfs op nationaal niveau NWO, kunnen we de zaken prima voor elkaar hebben, maar de buitenwereld ziet er in 2011 tamelijk boos en onbetrouwbaar uit. Dat stemt niet vrolijk.



Eef van Dongen

Pastoor Jeukenstraat 6
5966 NM America
eefvandongen@gmail.com

Jill Vervoort

Vossenheuvel 9
5966 RG America
jill.vervoort2@hotmail.com

Walter D. van Suijlekom

IMAPP
Radboud University Nijmegen
Heyendaalseweg 135
6525 AJ Nijmegen
waltervs@math.ru.nl

Onderwijs Vwo-profielwerkstuk

Ricci-stroming in 2D

Dit artikel is gebaseerd op het profielwerkstuk van Eef van Dongen en Jill Vervoort, twee zojuist geslaagde vwo-scholieren van het Dendron College in Horst. Zij hebben de masterclass Topologie aan de Radboud Universiteit Nijmegen gevolgd, gegeven door Jozef Steenbrink en Walter van Suijlekom. Aansluitend hebben zij hun profielwerkstuk over Ricci-stroming in twee dimensies geschreven, onder begeleiding van Walter van Suijlekom, zelf als mathematisch fysicus verbonden aan het IMAPP op de Radboud Universiteit. Eef van Dongen is in september 2011 begonnen aan een studie natuur- en wiskunde (TWIN-programma) aan de Universiteit Utrecht en Jill Vervoort studeert momenteel bouwkunde aan de Technische Universiteit Eindhoven.

In het najaar van 2010 – en opnieuw in 2011 als onderdeel van het Radboud Pre-University College of Science (zie [13]) – is er aan de Radboud Universiteit Nijmegen de masterclass Topologie gegeven, bedoeld voor 5 en 6 vwo-scholieren. Iets oneerbiediger had de masterclass de naam ‘rubbermeetkunde’: alsof de ruimtes zijn gemaakt van rubber. Immers, topologie is de bestudering van eigenschappen van ruimtes die onveranderd blijven na continue deformatie: een eigenschap die rubber tot op zeker hoogte ook heeft.

Een van de grote tot voor kort onopgeloste wiskundige problemen in de topologie was het Poincaré-vermoeden. Het zegt dat elke gesloten drie-dimensionale variëteit met triviale fundamentealgroep homeomorf met S^3 is. De Russische wiskundige Grigori Perelman heeft

dit vermoeden recent bewezen door alle drie-variëteiten te classificeren [9]. Hierbij maakte hij gebruik van technieken uit de meetkunde, een vakgebied van de wiskunde dat gaat over ruimtes met daarop een notie van afstand en hoeken, oppervlakte, et cetera. In plaats van van rubber zijn de ruimtes nu voor te stellen alsof ze van staal zijn gemaakt.

De voltooiing van het bewijs van het Poincaré-vermoeden door Perelman werd aangekondigd tijdens het ‘International Congress of Mathematicians’ in 2006 in Madrid. Hoewel Perelman zelf afwezig was, en ook de daar aan hem toegekende Fields-medaille niet in ontvangst wil nemen – laat staan de miljoen dollar toegekend door het Clay Mathematics Institute, heeft de Amerikaanse wiskundige John Morgan als expert op het vakgebied een heldere uiteenzetting gedaan van Perelmans bewijs. Onlangs was Morgan te gast als spreker op het IMAPP-symposium aan de Radboud Universiteit. Een video-opname van zijn inspirerende lezing in Nijmegen is te zien

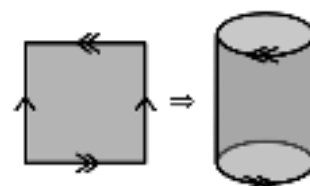
via <http://www.ru.nl/math/research/imapp-symposium>.

Essentieel in Perelmans bewijs van het Poincaré-vermoeden is de *Ricci-stroming*, geïntroduceerd in de jaren 1980 door Hamilton [5]. De Ricci-stroming is een evolutievergelijking voor de metrieek op een variëteit. Kort gezegd is een (n -dimensionale) variëteit een topologische ruimte die lokaal op de euclidische ruimte $\mathbb{R}^n$ lijkt. Om een beter inzicht te krijgen in wat Ricci-stroming is en hoe het tot een classificatie van variëteiten kan leiden bekijken we in dit artikel de Ricci-stroming in twee dimensies. De hoofdvraag die we proberen te beantwoorden is: *Hoe leidt Ricci-stroming tot de classificatie van gesloten oppervlakken?*

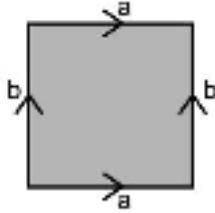
We zullen beginnen met het geven van een kort overzicht van de benadering van oppervlakken met behulp van bouwplaten en base- ren ons daarbij op de syllabus TopWis Poincaré [2] die wordt gebruikt tijdens de Masterclass aan de Radboud Universiteit. Vervolgens introduceren we een afstands- begrip op



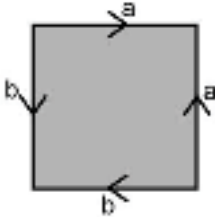
Figuur 1 De bouwplaat van een torus



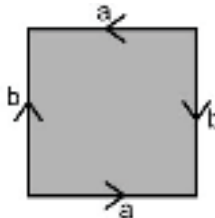
Figuur 2 De bouwplaat van een niet-oriënteerbaar oppervlak: de Kleinse fles



Figuur 3 Identificatieschema van de torus T^2 : $ab^{-1}a^{-1}b$



Figuur 4 De bouwplaat van de 2-dimensionale sfeer S^2 met identificatieschema $aa^{-1}bb^{-1}$



Figuur 5 De bouwplaat van het projectieve vlak $\mathbb{P}^2$ met identificatieschema $a^{-1}ba^{-1}b$

oppervlakken en definiëren we scalaire kromming, geïnspireerd door de aanpak in [3]. De vergelijking voor Ricci-stroming in twee dimensies is dan te schrijven met behulp van al deze ingrediënten. Na een kwalitatieve analyse van Ricci-stroming schetsen we hoe het leidt tot de classificatie van oppervlakken.

Topologie en bouwplaten

In de masterclass Topologie hebben we onder andere kennis gemaakt met oppervlakken: 2-dimensionale variëteiten. Een concrete manier waarop we een oppervlak kunnen weergeven is als bouwplaat. Een bouwplaat is een veelvlak, samen met een identificatie van de randen. Hierbij moet wel op de richting worden gelet, de pijltjes moeten bij het plakken dezelfde richting op wijzen. Dat een oppervlak altijd als bouwplaat is te realiseren is bijvoorbeeld bewezen in [10]. Een illustratief voorbeeld is gegeven door de torus: identificatie van twee overliggende randen geven een cilinder, identificatie van de overgebleven twee randcirkels vormen de torus. Zie Figuur 1.

Zouden we een van de richtingen om draaien, dan krijgen we een ander oppervlak: de Kleinse fles. Zie Figuur 2. Dit is een niet-oriënteerbaar oppervlak: er is geen eenduidige afspraak te maken over

wat links en rechts is.

Zonder dat het oppervlak verandert, is een bouwplaat aan te passen door te ‘knippen en plakken’. Hierbij moeten we ons houden aan de volgende regels:

- Knippen in de bouwplaat mag, zolang maar wordt aangegeven hoe de stukken weer aan elkaar worden geplakt.
- Houd richtingen intact, het is niet toegestaan om een pijl in de bouwplaat om te draaien.
- Twee pijlen mogen worden samengevoegd als die twee keer in dezelfde volgorde voorkomen.

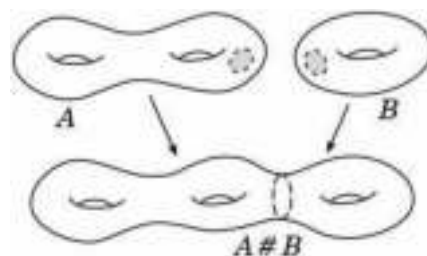
Het oppervlak dat op deze manier is verkregen is homeomorf (gelijk in vorm) aan het oorspronkelijke oppervlak en beschouwen we als topologisch equivalent.

De collectie verschillende pijlen noemen we het *identificatieschema* van de bouwplaat, het is handig om dit aan te geven met letters. Samengevat kunnen we dit dan weergeven als woord: we schrijven de letters achter elkaar zoals we ze tegenkomen als we met de klok mee langs de rand van de bouwplaat lopen. De oriëntatie van de pijl geven we aan door klein -1 rechts boven de letter te schrijven als de pijl tegen de klok in wijst. Zie Figuur 3. Twee andere relevante voorbeelden zijn gegeven door de bouwplaat van een boloppervlak, ook wel de 2-dimensionale sfeer genoemd, en die van het projectieve vlak. Zie Figuur 4 en 5.

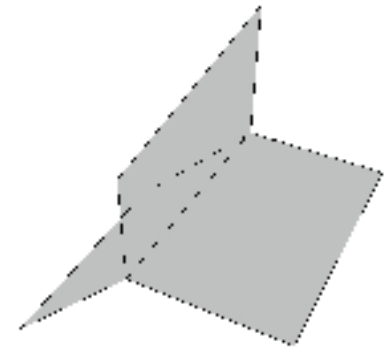
Een interessante bewerking gedefinieerd op oppervlakken is de samenhangende som. Stel A en B zijn twee oppervlakken; na het halen van een schijfje uit zowel A als B is de samenhangende som $A\#B$ gedefinieerd door de randen van de twee schijfjes op elkaar te plakken. Zie Figuur 6.

We kunnen het schijfje ook uit de bouwplaat knippen: zo is de samenhangende som te realiseren op het niveau van de bouwplaten en hun identificatieschema's. We verwijzen voor meer details naar de syllabus TopWis Poincaré [2].

Laten we nu een aantal eigenschappen definiëren voor oppervlakken, gerealiseerd als bouwplaten met een identificatieschema. We



Figuur 6 De samenhangende som van twee oppervlakken



Figuur 7 Een boek met drie bladzijden is geen oppervlak: de identificatie van meer dan twee randen geeft een ruimte die niet overal lokaal op $\mathbb{R}^2$ lijkt

richten ons met name op compacte en samenhangende oppervlakken zonder rand. In termen van bouwplaten vertaalt dit als volgt:

eigenschap	bouwplaat
rand	een letter die slechts één keer voorkomt
compact	eindig veel letters
samenhangend	één woord

Een *gesloten oppervlak* is een compact en samenhangend oppervlak zonder rand: het kan worden gegeven als één enkele bouwplaat met eindig veel letters langs de randen die in paren voorkomen. Merk op dat als er drie of meer dezelfde letters langs de rand van de bouwplaat staan dit geen oppervlak geeft. Zie Figuur 7.

Tijdens de masterclass hebben we de volgende stelling bewezen:

Stelling. *Elk gesloten oppervlak is homeomorf met de 2-sfeer, met de samenhangende som van een aantal tori, of met de samenhangende som van een aantal kopieën van het projectieve vlak.*

Het bewijs is terug te lezen in de syllabus [2], zie [7] voor meer details.

Samenvattend zijn alle gesloten oppervlakken terug te vinden in de volgende tabel:

S^2 ($\chi = 2$)	
T^2 ($\chi = 0$)	$\mathbb{P}^2$ ($\chi = 1$)
$T^2\#T^2$ ($\chi = -2$)	$\mathbb{P}^2\#\mathbb{P}^2$ ($\chi = 0$)
$T^2\#T^2\#T^2$ ($\chi = -4$)	$\mathbb{P}^2\#\mathbb{P}^2\#\mathbb{P}^2$ ($\chi = -1$)
...	...

In de tabel staat tussen haakjes de Euler-karakteristiek aangegeven van het corresponderende oppervlak; laten we dit definiëren.



Figuur 8 Het oppervlak van het door Rem Koolhaas ontworpen CCTV-gebouw in Peking heeft $\chi = 0$

Allereerst is elk oppervlak op te delen in veelvlakken, zie bijvoorbeeld [1] voor een bewijs hiervan. We kunnen nu het aantal hoekpunten, randen en vlakken tellen, en we spreken de volgende notatie af:

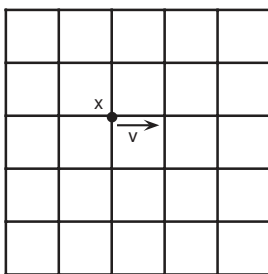
V hoekpunten (vertices)

E randen (edges)

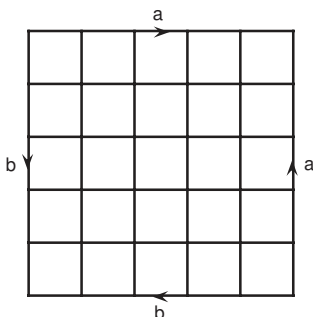
F vlakken (faces)

Bij een kubus is dit dus als volgt: $V = 8, E = 12, F = 6$.

Het getal $V - E + F$ wordt de Euler-karakteristiek genoemd, en wordt met de Griekse letter χ aangeduid. Het blijkt dat de Euler-karakteristiek niet afhangt van de gekozen opdeling van het oppervlak in veelvlakken (en zelfs alleen van de topologie van het oppervlak) en we schrijven de Euler-karakteristiek van een oppervlak A als $\chi(A)$. Zie Figuur 8.



Figuur 9 Een ruitjespatroon op de bouwplaat



Figuur 10 Bouwplaat van de sfeer met ruitjespatroon

De Euler-karakteristiek is ook uit te rekenen door naar de bouwplaat van een oppervlak te kijken. Een bouwplaat die uit een veelhoek bestaat, heeft maar één vlak. Bij de punten en lijnen moet wel opgepast worden dat deze eventueel nog worden geïdentificeerd: in sommige gevallen tellen deze dus als één punt/lijn.

Meetkunde: afstanden en kromming

Hoewel we tijdens de masterclass bovenstaande stelling hebben bewezen aan de hand van bouwplaten, is het ook mogelijk een meetkundig bewijs te construeren. Dit is aan de hand van Ricci-stroming [5] (zie ook het beknopte [11]) en is in de stijl van het bewijs van het Poincaré-vermoeden, recent door Perelman voltooid. Hoewel het Poincaré-vermoeden gaat over drie-dimensionale variëteiten en er bij het bewijs meer komt kijken dan alleen Ricci-stroming, is het inzichtelijk om te zien wat er gebeurt voor tweedimensionale variëteiten, ofwel voor oppervlakken.

Metriek en kromming

Een eerste begrip dat we willen introduceren is een *metriek* op een oppervlak. Met een metriek kunnen we op een intrinsieke manier afstanden en hoeken bepalen. In tegenstelling tot extrinsiek bedoelen we dus onafhankelijk van een eventuele grafische voorstelling of inbedding in drie dimensies of hoger. Dit gaat weer makkelijk aan de hand van de bouwplaat van een oppervlak: we brengen eerst een ruitjespatroon op de bouwplaat aan. Zie Figuur 9. Hierbij stellen we ons voor dat de hoekjes willekeurig klein kunnen worden gemaakt. De vector v geeft een ribbe van een vierkantje aan, net zo zouden we v verticaal kunnen tekenen. Een metriek is een toekenning van een positief getal aan de ribben van zo'n hokje. We schrijven dit als $\text{Dist}(x, x+v)$: de afstand (*distance*) tussen x en $x+v$.

Laten we een paar voorbeelden geven. Als we geen van de randen identificeren is bovenstaande figuur de bouwplaat van (een deel van) het platte vlak. Het is dan natuurlijk om voor elke ribbe de metriek $\text{Dist}(x, x+v)$ constant te kiezen. We kunnen bijvoorbeeld afspreken dat elk hokje één-bij-één centimeter meet: $\text{Dist}(x, x+v) = 1$ cm.

Deze keuze is ook nog steeds mogelijk als we randen van de bouwplaat identificeren om een torus te verkrijgen. Hier is het van belang onderscheid te maken tussen intrinsiek en extrinsiek: de extrinsieke metriek op de torus verkregen door te kijken naar een inbedding in de drie-dimensionale ruimte verlangt dat

de metriek aan de 'binnenkant' van de torus kleiner is dan daarbuiten.

Tot slot kunnen we de 2-sfeer S^2 verkrijgen door de randen van de bouwplaat te identificeren zoals getoond in Figuur 10. Om het plakken 'glad' te laten verlopen, kiezen we nu een metriek die de bouwplaat op de juiste manier opbolt om tot een ronde sfeer te komen: dit is precies de afstand die we zouden meten als we de 2-sfeer op de gebruikelijke manier zouden inbedden in de driedimensionale ruimte. In dit geval valt de intrinsieke metriek dus samen met de extrinsieke metriek.

Zodoende staat een metriek ons toe om op een intrinsieke manier te spreken over afstanden tussen twee punten op het oppervlak, dat wil zeggen, onafhankelijk van de gekozen grafische representatie. Zo kunnen we onder andere de schijf $\Delta(x, r)$ definiëren van straal r en middelpunt x op het oppervlak A als de verzameling punten met afstand tot x gelijk aan of kleiner dan r .

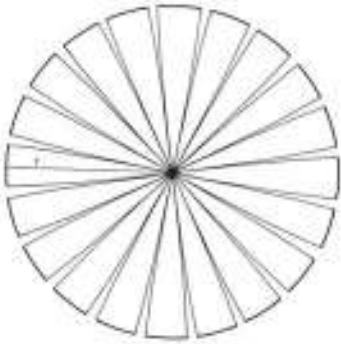
We zijn nu klaar voor een definitie van (intrinsieke) kromming als het verschil tussen de oppervlakte van een infinitesimaal schijfje op A in vergelijking met de oppervlakte die zo'n schijfje heeft in het platte vlak. In formulevorm is de *scalaire kromming* (of kortweg: kromming) in het punt x gegeven door

$$R(x) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\pi r^2 - \text{Opp}(\Delta(x, r))}{\pi r^4 / 12}$$

In een euclidisch, plat vlak is de oppervlakte van een cirkelschijf van straal r natuurlijk πr^2 en is $R(x) = 0$. Maar in sommige gevallen, zoals bijvoorbeeld op een sfeer, is $\text{Opp}(\Delta(x, r))$ echter kleiner dan πr^2 . Als we namelijk een bol schijfje plat zouden willen maken moeten er eerst inkepingen worden gemaakt voordat dit kan lukken. Als dit het geval is dan betekent het dat het oppervlak in x positief scalair gekromd is: $R(x) > 0$. Zie Figuur 11.

In sommige gevallen, zoals bijvoorbeeld op een zadel (of, meer wiskundig, in het hyperbolische vlak), kan $\text{Opp}(\Delta(x, r))$ juist groter zijn dan πr^2 . Hier moeten namelijk wat randen worden dubbelgevouwen om een schijf uit een hyperbolisch vlak plat te maken. Zo'n oppervlak is dan negatief scalair gekromd, $R(x) < 0$. Zie Figuur 12. Als $\text{Opp}(\Delta(x, r))$ gelijk is aan πr^2 is $R(x) = 0$, en is er dus geen scalaire kromming (bijvoorbeeld op een cilinder).

De constante $\pi r^4 / 24$ in de noemer van deze formule is nogal willekeurig, maar levert wel een mooi resultaat op voor de kromming van de 2-sfeer. Laten we deze nu berekenen.



Figuur 11 De oppervlakte van een schijfje van straal r op de sfeer is kleiner dan πr^2

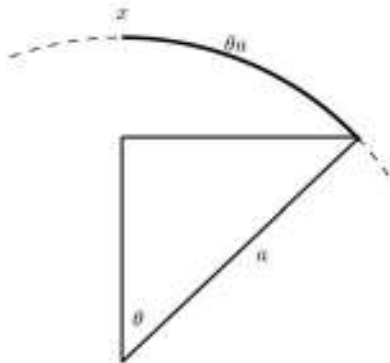


Figuur 12 De oppervlakte van een schijfje van straal r op het hyperbolische vlak is groter dan πr^2

Scalaire kromming van de sfeer en de torus

Om de bovenstaande formule toe te kunnen passen op een sfeer bepalen we eerst de oppervlakte van een schijfje met straal r op de sfeer van straal a . Stel het punt x is de noordpool, anders draaien we de sfeer, om het de noordpool te laten zijn. Een ander punt op de sfeer maakt langs een meridiaan een hoek θ met de noordpool: dit selecteert een fractie van een cirkel. De lengte van het boogstuk dat bij deze hoek hoort is θa : dit is namelijk de fractie $(\theta/2\pi)$ van de totale omtrek $2\pi a$ van de meridiaancirkel.

We bepalen eerst de omtrek van de



Figuur 13 Lijnstuk van lengte θa langs een meridiaancirkel

breedtecirkel die bestaat uit alle punten op afstand θa van de noordpool. Het volgende plaatje van een gedeelte van een meridiaancirkel rond het middelpunt van de cirkel laat zien dat dit $2\pi a \sin \theta$ is. Zie Figuur 13.

Met andere woorden, de omtrek van de cirkel bestaande uit punten op afstand $r' \equiv \theta a$ van de noordpool is gelijk aan $2\pi a \sin r'/a$. We berekenen dan dat

$$\begin{aligned} \text{Opp} \Delta(x, r) &= \int_0^r 2\pi a \sin(r'/a) dr' \\ &= 2\pi a^2 (1 - \cos r/a). \end{aligned}$$

Uitschrijven van de cosinus in een Taylorreeks rond $r = 0$ levert dan voor de kromming op de noordpool:

$$R(x) = \frac{2}{a^2}.$$

Nu is ook goed te zien waarom $\pi r^4/24$ gekozen is als noemer: als de straal van de sfeer 1 is, is de kromming 2, wat precies de Euler-karakteristiek van de sfeer is.

De berekening van de scalaire kromming van de torus is makkelijker. De metriek op de torus is in elk punt geïnduceerd door de gebruikelijke metriek in het platte vlak. We concluderen dat op de torus, net als in het platte vlak:

$$R(x) = 0.$$

Alweer is dit precies de Euler-karakteristiek van de torus. Meer in het algemeen is het volgende waar:

Stelling. *Stel A is een gesloten oppervlak. Dan bestaat er een metriek op A en geldt:*

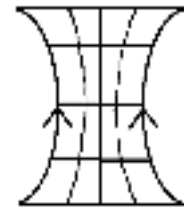
– *Er is het volgende verband tussen de gemiddelde kromming r_A en de Euler-karakteristiek van A :*

$$r_A = \frac{4\pi\chi(A)}{\text{Opp}(A)} \quad (\text{Gauss-Bonnet}).$$

– *Stel twee gesloten oppervlakken A en B hebben constante kromming en $r_A = r_B$. Dan is A homeomorf met B .*

Ricci-stroming in twee dimensies

We weten nu hoe de kromming van een oppervlak met metriek is te berekenen, en wat het verband is tussen die kromming en de Euler-karakteristiek. De Ricci-stroming beschrijft juist een verandering (stroming) van



Figuur 14 Een cilinder met in het midden een negatief gekromd gebied

de metriek. Deze verandering van een oppervlak wordt beschreven met een tijdsvariabele t en we schrijven $\text{Dist}_t(x, x+v)$. De kromming wordt ook afhankelijk van de tijd, omdat de definitie van $\Delta(x, r)$ van t afhangt. Om de Ricci-stroming in twee dimensies te beschrijven gebruiken we de volgende formule:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \text{Dist}_t(x, x+v) \\ = (r_t - R_t(x)) \text{Dist}_t(x, x+v). \end{aligned}$$

De linkerkant van deze vergelijking is de tijdsafgeleide van de afstandsfunctie, en geeft dus aan of de afstand tussen x en $x+v$ groter of juist kleiner wordt. De gemiddelde kromming op tijdstip t geven we aan met r_t , en $R_t(x)$ staat voor de plaatselijke kromming rond x .

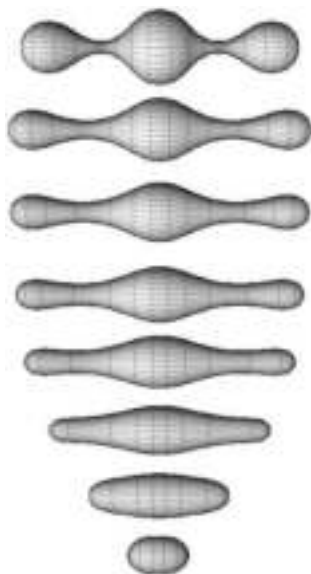
Als de plaatselijke kromming $R_t(x)$ gelijk is aan de gemiddelde kromming $r_t(x)$ zal de Ricci-stroming niets doen met de metriek rond dat punt. Echter, wanneer R_t kleiner is dan r_t , betekent dit dat $(r_t - R_t(x))$ positief is. Omdat de afstandsfunctie altijd positief zal zijn, betekent dit dat de afstand tussen x en $x+v$ groter zal worden. Om te beredeneren wat voor invloed dit heeft op een oppervlak zullen we als voorbeeld een cilinder bekijken met een negatief gekromd gebied. Zie Figuur 14.

In het middengebied is de lokale kromming R_t negatief en bovendien kleiner dan r_t . De vergelijking voor Ricci-stroming zegt dan dat daar de lengte van een ribbe groter wordt zodat de Ricci-stroming de cilinder daar als het ware uitdekt om uiteindelijk dezelfde kromming te krijgen als de gemiddelde kromming van een cilinder, namelijk $r = 0$.

Nu zo volgt dat als de plaatselijke kromming R_t groter is dan de gemiddelde kromming r_t de afstand langs de ribbe afneemt.

We kunnen de Ricci-stroming dus op de volgende, kwalitatieve manier beschrijven. Gegeven oppervlak A en een metriek daarop met scalaire kromming $R(x)$ en gemiddelde kromming r :

- Maak de metriek tijdsafhankelijk en laat de Ricci-stroming hierop los.
- Na enige tijd is de scalaire kromming R_t toegenomen in de punten waar $R_t < r_t$ en



Figuur 15 De Ricci-stroming ‘deukt’ de sterk positief (negatief) gekromde gebieden in (uit) tot de ronde sfeer overblijft

afgenomen waar $R_t > r_t$.

- De zo verkregen metriek op het oppervlak A heeft constante kromming die positief (negatief) is als r positief (negatief) was.

Het is essentieel te laten zien dat het laatste ook inderdaad gebeurt binnen eindige tijd, dit voerde echter te ver voor een profielwerkstuk. Een bewijs hiervan is te vinden in [4, 8] en [6]. Een mooie schematische voorstelling is gegeven in Figuur 15.

Hoe kunnen we nu met behulp van de Ricci-stroming oppervlakken classificeren? We formuleren nogmaals de classificatiestelling.

Stelling. *Elk gesloten oppervlak is homeomorf met S^2 , met de samenhangende som van een aantal tori, of met de samenhangende som van een aantal kopieën van het projectieve vlak.*

Bewijs. Herinner eerst dat de stelling in de vorige paragraaf zegt dat als twee oppervlakken dezelfde constante kromming r hebben, ze homeomorf zijn. Ook zegt diezelfde stelling dat r evenredig is met de Euler-karakteristiek χ van het oppervlak. Aangezien Ricci-stroming het oppervlak topologisch niet verandert, is het oppervlak A (vóór Ricci-stroming) homeomorf met het oppervlak ná Ricci-stroming. De uiteindelijke kromming van de metriek op A is constant en geeft (na opschalen) de Euler-karakteristiek van A . Zoeken we in de lijst ‘sfeer, samenhangende som van tori, samenhangende som van het projectieve vlak’ naar het oppervlak B met dezelfde Euler-karakteristiek, concluderen we dat hierop een metriek is gedefinieerd met dezelfde constante kromming: $r_A = r_B$. Aldus is het oppervlak A homeomorf met het gekozen oppervlak B . Dit bewijst de classificatiestelling voor gesloten oppervlakken. $\square$

In het geval van positieve kromming is dit goed voor te stellen. Na enige tijd zorgt de Ricci-stroming ervoor dat het oppervlak bestaat uit allemaal kleine schijfjes met dezelfde positieve kromming, zeg gelijk aan $2/a^2$ voor zekere $a < 0$. De schijfjes staan dus voor bol alsof ze onderdeel maken van een sfeer van straal a . Omdat het oppervlak samenhangend is, vormen de aan elkaar geplakte schijfjes precies de 2-sfeer. Vergelijk dit met de puzzelstukjes van een puzzelbol. Zie Figuur 16.

In twee dimensies is dit alles nog vrij gemakkelijk te begrijpen en goed voor te stellen. In drie dimensies werkt Ricci-stroming min of meer op dezelfde manier, maar kunnen er gedurende de stroming vreemde dingen gebeuren. Zo kan een voorwerp een oneindig lange nek krijgen, zodat de Ricci-stroming niet in eindige tijd con-



Figuur 16 De puzzelstukjes zijn precies zo gekromd dat het eindresultaat (bij benadering) een sfeer is

vergeert. Het is de Russische wiskundige Grigori Perelman die dit probleem heeft opgelost door ‘operaties’ (*surgery*) uit te voeren: door stukjes van een nek weg te knippen en de Ricci-stroming opnieuw zijn werk te laten doen. Zo heeft Perelman bewezen dat de Ricci-stroming in drie dimensies in eindige tijd en na eindig veel operaties convergeert naar een metriek met homogene kromming. Dit bewijst een vergelijkbaar classificatieresultaat voor drie-dimensionale variëteiten (namelijk het Thurston Vermeetkundigingsvermoeden) en in het bijzonder het Poincaré-vermoeden: *elke enkelvoudig samenhangende, gesloten 3-variëteit is homeomorf met de 3-sfeer S^3 .*

Hoewel Perelmans bewijs van het Poincaré-vermoeden te ver voerde voor de masterclass Topologie aan de Radboud Universiteit, hebben we wel geprobeerd te begrijpen wat deze stelling eigenlijk zegt door de relevante begrippen (enkelvoudig samenhangend, 3-sfeer, et cetera) te bestuderen. Op deze manier heeft de masterclass en het profielwerkstuk ons (EvD en JV) goed inzicht gegeven in wat wiskunde op de universiteit inhoudt en ons geïnspireerd om te kiezen voor een bèta-studie.

Referenties

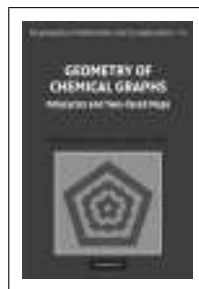
- 1 P.S. Alexandrov. Combinatorial topology. Vol. 1, 2 and 3. Dover Publications, 1998.
- 2 J. Carstens en S. Eliëns. Syllabus Topwis Poincaré. De Praktijk, 2010.
- 3 J. Casey. Exploring Curvature. Friedrich Vieweg, 1996.
- 4 B. Chow and D. Knopf. The Ricci flow: An introduction. American Mathematical Society, 2004.
- 5 R.S. Hamilton. Three-manifolds with positive Ricci curvature. J. Diff. Geom. 17 (1982) 255–306.
- 6 L. Ma. Ricci-Hamilton flow on surfaces. Global Scientific Publishing, 2003. (arXiv:1008.1576).
- 7 W.S. Massey. Algebraic Topology: An Introduction. Springer, 1967.
- 8 J. Morgan and G. Tian. Ricci flow and the Poincaré Conjecture. American Mathematical Society, 2007. (arXiv:math.DG/0607607).
- 9 G. Perelman. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications (arXiv:math.DG/0211159). Ricci flow with surgery on three-manifolds (arXiv:math.DG/0303109). Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds (arXiv:math.DG/0307245).
- 10 G. Springer. Introduction to Riemann Surfaces. Addison-Wesley, 1957.
- 11 T. Tao. Ricci flow. Princeton Companion to Mathematics. CUP Press, 2008.
- 12 J.R. Weeks. The Shape of Space. CRC Press, 2001.
- 13 www.ru.nl/pucofscience. Aanmelden kan nog via www.ru.nl/wiskunde/informatie/voor/scholen/masterclass-wiskunde.

Boekbesprekingen

| Book Reviews

Redactie: Hans Cuypers en Hans Sterk

Review Editors NAW - HG 8.38
Faculteit Wiskunde & Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513
5600 MB Eindhoven
reviews@nieuwarchief.nl
www.win.tue.nl/wgreview



Michel Deza, Mathieu Dutour Sikiric
**Geometry of Chemical Graphs
Polycycles and Two-faced Maps**

Cambridge: Cambridge University Press, 2008
Encyclopedia of Mathematics and its Applications 119

306 p., prijs £63.00
ISBN 9780521873079

Sinds de ontdekking van het molecuul C₆₀ door Kroto en anderen (ze hebben hiervoor de Nobelprijs gekregen) is er veel aandacht geschonken aan scheikundige grafen, in het bijzonder de fullerenes. In dit boek behandelen de auteurs de meetkunde van scheikundige grafen. In het bijzonder bekijken ze *polycycles* en een bepaald soort afbeeldingen die ze 'two-faced maps' noemen.

Polycycles zijn 2-samenhangende grafen die in het euclidische vlak zijn ingebed, zodanig dat alle interne punten hetzelfde aantal buren hebben, en zodanig dat er twee gehele getallen p en q zijn zodanig dat elk vlak p of q punten bevat. In de hoofdstukken 4 tot en met 8 worden polycycles bestudeerd. Vanaf hoofdstuk 5 behandelen de auteurs de vraag in hoeverre de rand de interne structuur van de polycycle bepaalt. In hoofdstuk 6 bekijken ze wat de mogelijke symmetrieën zijn die een polycycle kan bezitten en in hoeverre ze die polycycles kunnen classificeren die een symmetriegroep hebben die transitief werkt op de punten en/of de vlakken. In hoofdstuk 7 wordt een decompositieresultaat van een gegeneraliseerde polycycle in elementaire componenten gegeven. Dit is een krachtig middel dat in hoofdstukken 1, 12, 13, 14 en 18 wordt gebruikt. In het tweede deel van het boek bekijken de schrijvers inbeddingen van grafen in het euclidische vlak, in de torus en andere oppervlakken. In het bijzonder bekijken ze inbeddingen van grafen zodanig dat elk vlak p of q punten bevatten. Ze bekijken voornamelijk de inbeddingen of grafen die vlak-transitieve groepen toestaan.

Ik denk dat het een interessant boek is, maar ik moet opmerken dat het boek niet altijd duidelijk is. Jack Koolen



James McKee, Chris Smyth (eds.)
Number Theory and Polynomials

Cambridge: Cambridge University Press, 2008
*London Mathematical Society
Lecture Note Series* 352

364 p., prijs £44
ISBN 9780521714679

Het boek dat hier beschreven wordt betreft de *proceedings* van de workshop over 'Number Theory and Polynomials' die van 3–7 april 2006 werd gehouden aan de University of Bristol. Deze workshop werd financieel ondersteund door het Heilbronn Institute for Mathematical Research. De *proceedings* bevatten 19 artikelen, waarvan een aantal overzichtsartikelen en enkele onderzoeksartikelen met nieuwe resultaten. De *proceedings* bestrijken een breed terrein, en ze geven een goed beeld van wat er op het gebied van polynomen gaande is en welke technieken worden gebruikt. Met name de overzichtsartikelen zijn goed te lezen zonder specialistische voorkennis. Onder de onderzoeksartikelen zijn er een aantal met stevige analytische getaltheorie.

De bundel bevat voor elk wat wils. Naar mijn mening zullen veel onderzoekers er iets van hun gading in vinden, maar niet iedereen zal alle

bijdragen even interessant vinden. Het is zinvol dat bibliotheken deze bundel aanschaffen. De aanschaf lijkt me niet de moeite waard voor individuele onderzoekers die niet direct met hun neus in de polynomen zitten.

In de proceedings is er geen thema dat er echt uitspringt, maar er zijn enkele artikelen over de ‘Mahler-maat’ van een polynoom. Bertin geeft een overzicht van hoe Mahler-maten van polynomen in meer dan één variabele tevoorschijn komen in allerlei takken van de algebraïsche meetkunde, en Smyth gaat in op het Lehmer-vermoeden dat de Mahler-maat van een polynoom uit $\mathbb{Z}[X]$ naar onder wordt begrensd door een constante $C > 1$.

Er zijn nog enkele andere artikelen waarin allerlei maten van polynomen en algebraïsche getallen worden bestudeerd, onder meer van Hilmar en van Rin en Wu over de ‘integer transfinite diameter’ en van Pritsker. Aguirre en Peral (met een appendix van Serre) gaan in op het probleem voor welke $\mathcal{K}$ er maar eindig veel totaal positieve algebraïsche getallen zijn met spoor kleiner dan $\mathcal{K}$. Het vermoeden is dat dit geldt voor alle $\mathcal{K} < 2$.

Verder is er een artikel van Beukers en Montanus over Belyi-afbeeldingen en Grothendiecks ‘dessins d’enfants’. Borwein, Ferguson en Knauer, en Borwein en Mossinghoff hebben enkele bijdragen over de ‘merit factor’ van eindige rijen complexe getallen, en het verband met ‘platte polynomen’ waarvan de absolute waarde op de eenheidscirkel niet zo veel varieert.

De bundel bevat ook artikelen van Cohen en Prešern over het vermoeden van Hansen–Mullen voor primitieve polynomen over eindige lichamen, van Dubickas over multipliciteiten van de nulpunten van een polynoom, van Erdélyi met afschattingen voor reële exponentiaalsommen, en van Everest en Harman over primitieve delers van de termen uit de rij $(n^2 + b)_{n=1}^\infty$. Filaseta, Granville en Schinzel geven efficiënte irreducibiliteitstesten en methoden om grootste gemeene delers te berekenen voor polynomen uit $\mathbb{Z}[X]$ met een vast aantal coëfficiënten ongelijk aan 0 maar van willekeurig grote graad n . Er is een artikel van Hone over niet-lineaire recurrente rijen, een overzicht van McKee van resultaten over algebraïsche getallen waarvan de geconjugeerden op een kegelsnede liggen, een artikel van Nair over polynomiale ergodische gemiddeldes, en een artikel van Scourfield met onder meer asymptotische afschattingen voor $\sum_{m \leq x} \omega(m, f)$, waarbij $\omega(m, f)$ voor een gegeven monisch polynoom f het aantal nulpunten modulo m is van $f(x) \equiv 0 \pmod{m}$. Tenslotte is er een artikel van Sinclair en Vaaler waarin ze een nodige en voldoende voorwaarde geven opdat een ‘zelf-invers polynoom’, dat wil zeggen een polynoom $g(z) = c_0 + c_1 z + \dots + c_n z^n \in \mathbb{C}[z]$ zo dat $c_i = \overline{c_{n-i}}$ voor $i = 0, \dots, n$, al zijn nulpunten op de eenheidscirkel heeft. Jan-Hendrik Evertse



Bas Edixhoven, Gerard van der Geer, Ben Moonen (eds.)

Modular Forms on Schiermonnikoog

Cambridge: Cambridge University Press, 2008

360 p., prijs £53.00

ISBN 9780521493543

In oktober 2006 trokken twee krijtborden en zo’n veertig wiskundigen per postkoets, vliegtuig, trein, lijnbus en boot naar Schiermonnikoog om het daar een week lang te hebben over modulaire vormen. De *proceedings* van deze conferentie zijn in dit boek uitgebracht.

Nu zijn proceedings in de regel niet meer dan verzamelingen artikelen die iets (maar niet noodzakelijk veel) te maken hebben met het thema van de conferentie. Boeken die voornamelijk geopend worden wanneer men er door *MathSciNet* of *Zentralblatt* naar verwezen wordt.

Met deze is het niet anders: vijftien technische artikelen, die gezamenlijk wel de breedte van het vakgebied illustreren, maar waarvan er nooit meer dan vijf door éénzelfde persoon gelezen zullen worden.

Wat dit boek wél onderscheidt van gelijkaardige uitgaven is dat de *editors* er een inleiding aan toegevoegd hebben waarin ze de tweehonderdjarige geschiedenis van de theorie van modulaire vormen uiteenzetten. Het is een dichte opeenvolging van ontdekkingen die het vakgebied steeds jong hebben gehouden en waarbij telkens weer aansluiting werd gevonden bij nieuwe onderwerpen (kwadratische vormen, elliptische krommen, Galois-representaties, Lie-groepen, algebraïsche meetkunde, analytische getaltheorie, ...). De inleiding is boeiend en helder geschreven, en sterk aan te bevelen aan iedereen met interesse in het onderwerp!

Lenny Taelman



Audrey Terras

Zeta Functions of Graphs A Stroll through the Garden

Cambridge: Cambridge University Press, 2011

Cambridge Studies in Advanced Mathematics

128

239 p., prijs £40.00

ISBN 9780521113670

Grafen zijn voor meetkunde wat skeletten zijn voor het menselijk lichaam. Ze zijn een soort retractie van allerlei andere objecten, en daar hebben ze dan vaak veel mee gemeen. Grafen hebben iets van Riemannse variëteiten: ze hebben een Laplace-operator, -spectrum, enzovoort. Je kunt op een graaf rondwandelen, ze hebben ‘dynamica’. Tenslotte lijken grafen ook, wat misschien minder direct duidelijk is, op algebraïsche krommen en getallenlichamen. Vanuit al deze standpunten bekeken hebben grafen zetafuncties: dit zijn voortbrengende functies voor interessante invarianten, zoals aantal paden van een gegeven lengte, spectrum van de adjacentie-operator, enzovoort. In het boek van Terras komen ze allemaal aan bod. Ook de analogieën met de zetafuncties in de getaltheorie zijn prominent aanwezig: een Riemann-hypothese (en verbanden met zogenaamde Ramanujan-grafen), een verdelingsstelling voor ‘priemen’ (irreducibele paden), een verband met de theorie van toevalsmatrices. Dit alles wordt in de theorie van grafen erg toegankelijk, omdat er veel voorbeelden zijn die gewoon kunnen worden doorgerekend. De wiskundige kern van het boek bespreekt het werk van Ihara, Bass, Hashimoto, Stark en Terras aan de Ihara-zetafunctie. Het is verrassend hoe moeilijk het is om een boek over grafentheorie te vinden dat deze ‘algebraïsche’ theorie als hoofdthema neemt, ik kan eigenlijk alleen het boekje van Biggs.

De schrijfstijl van het boek is bijzonder te noemen, zoals ook al de vorige twee boeken van de auteur. In de tekst staan veel uitgespelde internetadressen, wat het lezen soms moeilijk maakt; tekst is als illustratie uit powerpointpresentaties van de auteur rechtstreeks in het boek gekopieerd; er zijn ook best wel veel fouten (mijn favoriet is de verwarring tussen Riemannse variëteit en Riemann-oppervlak). Als de auteur een beetje moe wordt, dan staat er plots ‘See [123]’. Op die manier wordt het natuurlijk heel moeilijk om precies te weten wat er aan de hand is. Het boek is in omgangstaal geschreven, het is alsof de auteur een lezing voor je staat te geven, of je samen op een Terras-je (pun

intended) zit en ze bij een biertje even wat stellingen en namedropping combineert. Er wordt van de hak op de tak gesprongen. Jammer. Het lijkt me wel leuk om een student een hoofdstuk te geven en te vragen om het nou eens goed op te schrijven. Toch is het wel goed dat zulk een boek er nu is, omdat het zo anders is dan andere boeken over grafentheorie. Jammer van de drukfouten. *Gunther Cornelissen*



Stephen G. Simpson
Subsystems of Second Order Arithmetic (second edition)

Cambridge: Cambridge University Press, 2009
Perspectives In Logic
444 p., prijs £53.00
ISBN 9780521884396

De eerste editie van dit boek verscheen in 1999, maar werd niet in dit tijdschrift besproken. Deze tweede editie verschilt (aldus het voorwoord) alleen van de eerste in correcties van typefoutjes en bijwerking van de bibliografie.

De grondgedachte van dit boek is de volgende. Volgens Hilbert (en Bernays, in hun *Grundlagen der Mathematik I*, 1934) kan het leeuwen-deel van de alledaagse, zeg maar bachelorniveau, wiskunde worden opgeschreven in de taal van de *tweede-orde rekenkunde*. Dit is een taal met variabelen voor natuurlijke getallen en voor verzamelingen van natuurlijke getallen. We kunnen nu axiomatische systemen in deze taal beschouwen die (naast evidente axioma's die de optelling en vermenigvuldiging van natuurlijke getallen definiëren) het volgende *inductie-axioma* hebben:

$$\forall X [(0 \in X \wedge \forall x (x \in X \rightarrow x + 1 \in X)) \rightarrow \forall x (x \in X)]$$

waar X een verzameling van natuurlijke getallen voorstelt, en x een getal. Wat met zo'n axioma te bewijzen is, hangt er natuurlijk van af hoeveel deelverzamelingen van $\mathbb{N}$ men in het systeem kan definiëren. Een *set existence axiom* is een axioma van de vorm:

$$\exists X \forall x (x \in X \leftrightarrow \phi)$$

waar ϕ een formule is uit een bepaalde klasse. Verschillende set existence axioma's geven verschillende axiomatische systemen; het boek behandelt er vijf. Het idee is nu precies te classificeren welke set existence axioma's nodig zijn om wiskundige stellingen te kunnen bewijzen.

Zo'n classificatie lukt als men niet alleen met een set existence axioma een wiskundige stelling kan afleiden, maar andersom ook uit de wiskundige stelling het axioma (daarvoor is het van belang dat zowel de wiskunde als de set existence axioma's in dezelfde taal geformuleerd zijn). Een voorbeeld van zo'n bewijs is dat van Kelley (1950), dat de stelling van Tychonoff (een willekeurig product van compacte topologische ruimten is compact) het keuze-axioma impliceert.

Het programma dat behelst elementaire wiskunde op deze manier axiomatisch te onderzoeken heet *reverse mathematics* (wiskunde 'in zijn achteruit', omdat men axioma's afleidt uit stellingen in plaats van omgekeerd) en is in de vroege jaren '80 geformuleerd door H. Friedman.

Het zwakste hier beschouwde systeem is RCA_0 , waarin alleen recursieve verzamelingen kunnen worden gedefinieerd. Alle classificaties worden in dit systeem bewezen. Een voorbeeld: het axioma ACA_0 , aritmetische comprehensie, is relatief tot RCA_0 equivalent met de stelling van Bolzano–Weierstraß uit de analyse.

Op deze manier is een indrukwekkende hoeveelheid wiskunde geclassificeerd en de bevinding is, aldus de auteur, dat er een natuurlijke onderverdeling is in 5 systemen. In volgorde van toenemende bewijskracht: RCA_0 , WKL_0 , ACA_0 , RTA_0 , $\Pi_1^1\text{-CA}_0$.

De auteur meent dat dit werk van groot belang is voor de grondslagen van de wiskunde. Grondslagen van de wiskunde, te onderscheiden van andere technische disciplines in de logica, onderzoekt de precieze verhouding tussen de wiskundige praktijk en de axiomatische onderbouwing. Volgens de auteur is dit gebied ten onrechte verwaarloosd en is de in dit boek neergelegde studie van groot filosofisch belang.

Uw recensent heeft met betrekking tot dit laatste wel enige reserves. Het formuleren van wiskunde in een formeel systeem zoals tweede-orde rekenkunde vergt een aanzienlijke *coding* van wiskunde: door middel van een eenvoudige bijectie $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ kan men elk natuurlijk getal opvatten als code voor een geordend paar natuurlijke getallen en dus (met nog iets meer werk) als rationaal getal; een reëel getal is een verzameling rationale getallen; maar als men over een functie $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wil praten, wordt het ingewikkelder. Nog afgezien van willekeurige *deelverzamelingen* van $\mathbb{R}$. Voor een classificatie van *filosofisch belang* zou men moeten bewijzen dat de axiomatische analyse niet van het formele systeem en de coding afhangt. Het boek gaat op dit punt niet in, hoewel resultaten van U. Kohlenbach suggereren dat als men andere formele systemen neemt, men andere classificaties krijgt.

Niettemin is dit een buitengewoon waardevol boek. Niet alleen omdat veel standaardwiskunde ter sprake komt (analyse; algebra van af-telbare groepen, ringen, lichamen en vectorruimten; separabele metrische ruimten; stellingen uit de combinatoriek; meetkunde; theorie van partiële ordeningen; functionaalanalyse; verzamelingenleer) maar ook omdat bestudering van de technieken die voor de classificaties gebruikt worden de lezer een hoop leert over centrale onderwerpen in de logica: met name recursietheorie, modeltheorie en descriptieve verzamelingenleer. Bovendien is de kernactiviteit, het formuleren van wiskunde in een logisch, formeel systeem, iets waarmee iedereen die logica wil leren op den duur vertrouwd moet zijn.

Het boek is dus uitstekend materiaal voor een (gevorderd) studentenseminarium, en de presentatie leent zich daarvoor zeer goed. Het is helder geschreven, bewijzen zijn kort en duidelijk, en er staan veel opgaven in. *Jaap van Oosten*



James C. Robinson, José L. Rodrigo (eds.)
Partial Differential Equations and Fluid Mechanics

Cambridge: Cambridge University Press, 2009
London Mathematical Society Lecture Note Series 364
257 p., prijs £37.99
ISBN 9780521125123

The book is the result of the workshop *Partial Differential Equations and Fluid Dynamics* that took place at the Mathematics Institute of the University of Warwick, May 21st – 23rd, 2007. It contains ten review and research papers which provide an accessible summary of a wide range of active research topics along with new results.

The paper 'The regularity problem for the three-dimensional Navier–Stokes equations' attracted my attention very quickly. It goes along the lines of the original work by Chernyshenko, Constantin, Robinson and Titi (*J. Math. Phys.* 48, 065204, 2007) on robustness results for strong solutions from which one derives an *a posteriori* check that can be

applied to guarantee the long-time existence of a strong solution of the corresponding exact problem. The basic idea is as follows: One shows that if a strong solution exists then the Galerkin approximations will converge to it. If one also assumes that solutions to Navier–Stokes equations are regular, one can justify the numerical method rigorously. Putting these together we learn that if a strong solution of the exact equations exists, then this fact can be checked numerically by an algorithm that terminates in finite time. These results indicate the possibility of rigorous computations of solutions of the 3D Navier–Stokes equations despite the lack of rigorous existence and uniqueness results.

The remaining papers cover a large spectrum of distinct topics. ‘Shear flows and their attractors’ introduces the reader to the problem of the existence and finite dimensionality of attractors for some classes of two-dimensional turbulent boundary-driven flows naturally appearing in lubrication settings. Special attention is paid here to the dependence of the dimension of the attractors on both the boundary conditions and flow domain geometry. ‘Mathematical results concerning unsteady flows of chemically reacting incompressible fluids’ refers to understanding complex fluids (like blood) balanced by active chemical reactions capable to modify flow properties — fluids becoming then shear thinning or shear thickening. For a Navier slip condition, the authors prove large-time existence of weak solutions for large

data. ‘The uniqueness of Lagrangian trajectories in Navier–Stokes flows’ and ‘Some controllability results in fluid mechanics’ are devoted to the basic understanding of trajectories. Given initial data in $u_0 \in H^{(d/2)-1}$, the d -dimensional Navier–Stokes equations have a unique solution which exists globally-in-time for $d = 2$ and is local for $d = 3$. It is shown here with elementary methods that the Lagrangian trajectories are also unique and depend continuously on the choice of u_0 . In the second paper, the local and global controllability to bounded trajectories are analysed. The authors of ‘Singularity formation and separation phenomena in boundary-layer theory’ review results concerning the behaviour of the incompressible Navier–Stokes solutions in the zero viscosity limit. A self-contained proof of the partial regularity result for the Navier–Stokes system when the forcing term lies in $L^{\frac{5}{3}}$ is given in ‘Partial regularity results for solutions of the Navier–Stokes system’. In ‘Anisotropic Navier–Stokes equations in a bounded cylindrical domain’ the local and global existence and uniqueness of the solutions to the Navier–Stokes equations with anisotropic viscosity in bounded two-dimensional star-shaped domains is analysed. Techniques that can be extended to the study of vortex dynamics for the 3D Euler equations are presented in ‘Contour dynamics for the surface quasi-geostrophic equation’. Finally, the book ends with an essay on ‘Theory and applications of statistical solutions of the Navier–Stokes equations’.

Adrian Muntean

Recent verschenen publicaties. Als u een van deze boeken wilt bespreken of als u suggesties heeft voor andere boeken voor deze rubriek, laat dit dan per e-mail weten aan reviews@nieuwarchief.nl.



C.M. Campbell et al. (eds)
Groups St Andrews 2009 in Bath
 London Math. Soc. Lecture Note Ser. 388
 ISBN 9780521279031
www.cambridge.org/gb/knowledge/isbn/item6439322



Greg Friedman, Eugénie Hunsicker, Anatoly Libgober, Laurentiu Maxim (eds)
Topology of Stratified Spaces
 Cambridge University Press, 2011
 ISBN 9780521191678
www.cambridge.org/us/knowledge/isbn/item5979240

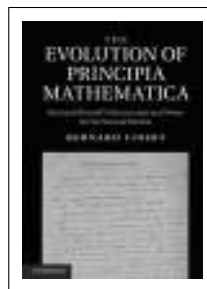


Bas Edixhoven, Jean-Marc Couveignes (eds.)
Computational Aspects of Modular Forms and Galois Representations

Princeton University Press, 2011

ISBN 9780691142029

press.princeton.edu/titles/9491.html



Bernard Linsky
The Evolution of Principia Mathematica
Bertrand Russell's Manuscripts and Notes for the Second Edition

Cambridge University Press, 2011

ISBN 9781107003279

www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item6218774



Dorian Goldfeld, Joseph Hundley
Automorphic Representations and L-Functions for the General Linear Group, Vols 1, 2

Cambridge University Press, 2011

ISBN 9780521474238 (vol. 1), 9781107007994 (vol. 2)

www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item5694013, www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item6047371

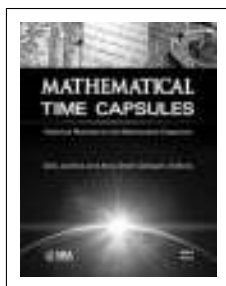


Vincent van der Noort
Getallen zijn je beste vrienden

Uitgeverij Athenaeum, 2011

ISBN 9789025367770

www.uitgeverijatheneum.nl/web/Boek-5.htm?dbid=31155

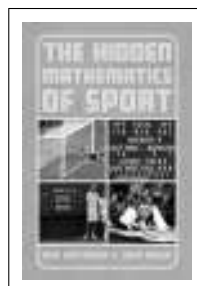


Dick Jardine, Amy Shell-Gellasch (eds.)
Mathematical time capsules

Cambridge University Press, MAA, 2011

ISBN 9780883851876

www.cambridge.org/nl/knowledge/isbn/item6550070

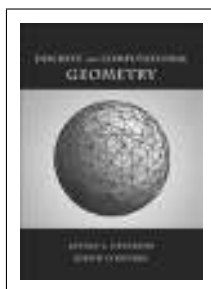


Rob Eastaway, John Haigh
The hidden mathematics of sport

Anova books, 2011

ISBN 9781907554223

plus.maths.org/content/hidden-mathematics-sport

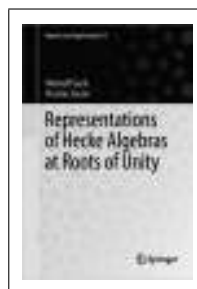


Satyan L. Devadoss, Joseph O'Rourke
Discrete and Computational Geometry

Princeton University Press, 2011

ISBN 9780691145532

press.princeton.edu/titles/9489.html



Meinolf Geck, Nicolas Jacon
Representations of Hecke Algebras at Roots of Unity

Springer, 2011

ISBN 9780857297150

www.springer.com/mathematics/algebra/book/978-0-85729-715-0



Terence Tao
An Introduction to Measure Theory

AMS, 2011

ISBN 9780821869192

www.ams.org/bookstore-getitem/item=GSM-126



Keith Devlin
Mathematics Education for a New Era

AK Peters/CRC Press, 2011

ISBN 9781568814315

www.crcpress.com/product/isbn/9781568814315

Problemen

| Problem Section

This Problem Section is open to everyone; everybody is encouraged to send in solutions and propose problems. Group contributions are welcome.

For each problem, the most elegant correct solution will be rewarded with a book token worth 20 euro. At times there will be a Star Problem, to which the proposer does not know any solution. For the first correct solution sent in within one year there is a prize of 100 euro.

When proposing a problem, please either include a complete solution or indicate that it is intended as a Star Problem. Electronic submissions of problems and solutions are preferred (problems@nieuwarchief.nl).

The deadline for solutions to the problems in this edition is December 1st, 2011.

Problem A (Ilya Bogdanov)

Fix a point P in the interior of a face of a regular tetrahedron Δ . Show that Δ can be partitioned in four congruent convex polyhedra such that P is a vertex of one of them.

Problem B (based on a proposal of Benne de Weger)

Let n be a positive integer. Show that 3^n divides the numerator of

$$\sum_{k=1}^n \frac{4k-1}{2k(2k-1)} 9^k.$$

Problem C (Marco Golla and Marco Golla)

Let $n > 1$ be an integer. Show that there are no non-linear complex polynomials $f(X)$ such that

$$f^n(X) - X = (f \circ f \circ \dots \circ f)(X) - X$$

is divisible by $(f(X) - X)^2$.

Edition 2011-1 We have received submissions from Rik Bos (Bunschoten), Pieter de Groen (Brussel), Alex Heinis (Hoofddorp), Thijmen Krebs (Nootdorp), Julian Lyczak (Odijk), Tejaswi Navilarekallu (Amsterdam), Albert Stadler (Herliberg), Arjen Stolk (Houten), Rohith Varma (Chennai), Rob van der Waall (Huizen) and Martijn Weterings (Wageningen).

Problem 2011-1/A Prove that every commutative ring with identity having at most five ideals is a principal ideal ring.

Solution We have received solutions from Tejaswi Navilarekallu, Julian Lyczak, Arjen Stolk, Rohith Varma and Martijn Weterings. The book token goes to Tejaswi Navilarekallu. The following is based on his solution.

Let R be a commutative ring with at most five ideals. Assume that R is not a principal ideal ring. Then R has a non-principal ideal I of the form $I = (\alpha, \beta)$. It follows that the following five ideals are distinct:

$$0, (\alpha), (\beta), I, R,$$

and hence the ideal $(\alpha + \beta)$ is amongst them. Clearly $(\alpha + \beta)$ cannot be equal to 0 or I . Since $(\alpha + \beta)$ is contained in I , it cannot equal R either, so without loss of generality we may assume that $(\alpha + \beta) = (\alpha)$. But then (α) contains β , hence $(\alpha) = I$, a contradiction.

Problem 2011-1/B Let $(a_n)_{n \geq 1}$ be a sequence of integers that satisfies

$$a_n = a_{n-1} - \min(a_{n-2}, a_{n-3})$$

for all $n \geq 4$. Prove that for every positive integer k there is an n such that a_n is divisible by 3^k .

Redactie:

Johan Bosman

Gabriele Dalla Torre

Jinbi Jin

Ronald van Luijk

Lenny Taelman

Wouter Zomervrucht

Problemenrubriek NAW

Mathematisch Instituut

Universiteit Leiden

Postbus 9512

2300 RA Leiden

problems@nieuwarchief.nl

www.nieuwarchief.nl/problems

Solution We received solutions from Rik Bos, Pieter de Groen, Alex Heinis, Thijmen Krebs, Tejaswi Navilarekallu and Martijn Weterings. The book token goes to Thijmen Krebs.

If there is an $n \in \mathbb{N}$ with $a_n = 0$, the statement is certainly true. So from now on we assume that all a_n are non-zero. Suppose that a_n, a_{n+1}, a_{n+2} are all positive for some $n \in \mathbb{N}$. Then the recurrence shows that the subsequent terms are decreasing until one of them becomes negative. Similarly no infinite sequence of negative terms can occur.

In particular there exists an index $i \geq 3$ such that $a_{i-2} > 0 > a_{i-1}$. Now it follows that $a_{i-3} > a_{i-2}$, hence that $a_i = a_{i-1} - a_{i-2}$ and $a_{i+1} = -a_{i-2} < 0$. In conclusion we have

$$0 > a_{i-1} > a_i \quad \text{and} \quad a_i < a_{i+1} < 0.$$

Denote $x = -a_i$, $y = -a_{i+1}$. We apply the recurrence relation several times:

$$\begin{array}{lll} a_i = -x, & a_{i+6} = -x + 2y, & a_{i+12} = 2x + 2y - c, \\ a_{i+1} = -y, & a_{i+7} = -2x + y, & a_{i+13} = 3y, \\ a_{i+2} = x - y, & a_{i+8} = -x - y, & a_{i+14} = -3x + 3y, \\ a_{i+3} = 2x - y, & a_{i+9} = x - 2y, & a_{i+15} = -3x, \\ a_{i+4} = 2x, & a_{i+10} = 2x - y - c, & a_{i+16} = -3y, \\ a_{i+5} = x + y, & a_{i+11} = 3x - c, & a_{i+17} = 3x - 3y, \end{array}$$

where $c = \min(0, 2y - x)$. We find $(a_{i+15}, a_{i+16}, a_{i+17}) = 3(a_i, a_{i+1}, a_{i+2})$. Hence from a_{i+15} on, all terms are divisible by 3. Induction on k shows that from a_{i+15k} on, all terms are divisible by 3^k .

Problem 2011-1/C Find all positive integers N, r, p with p prime that satisfy

$$\prod_{\ell \leq N} \ell = p(p^r + 1),$$

where the product runs over all primes ℓ not exceeding N .

Solution We have received solutions from Alex Heinis, Tejaswi Navilarekallu, Albert Stadler, Rob van der Waall, Julian Lyczak and Martijn Weterings. The book token goes to Alex Heinis. The present solution is based on those of Alex Heinis and Tejaswi Navilarekallu.

We claim that the only triples (N, r, p) that satisfy the requirement are $(3, 1, 2)$, $(4, 1, 2)$, $(5, 2, 3)$, $(6, 2, 3)$, $(5, 1, 5)$ and $(6, 1, 5)$.

We first show that $p \leq 5$. Suppose on the contrary that $p \geq 7$ and hence $N \geq 7$. Note that every prime ℓ not exceeding N divides $p(p^r + 1)$. In particular, if q is a prime that divides $p - 1$ then it also divides $p^r + 1$. But $p^r + 1 \equiv 1 + 1 \equiv 2 \pmod{q}$. Therefore $p - 1 = 2^k$ for some positive integer k . If k has an odd divisor $d > 1$, then we have $2^{k/d} + 1 \mid 2^k + 1 = p$. This implies that $p = 2^{2^t} + 1$ for some t , and because $p \geq 7$ we may assume $t \geq 2$.

Note that both 3 and 5 divide $p^r + 1$. Divisibility by 3 implies r is odd. On the other hand, we have $p = 2^{2^t} + 1 = 16^{2^{t-2}} + 1 \equiv 2 \pmod{5}$, so $p^r + 1 \equiv 2^r + 1 \pmod{5}$. Hence, divisibility of $p^r + 1$ by 5 implies that r is even, a contradiction. This proves that $p \leq 5$.

We now treat the cases $p = 2, 3, 5$ separately.

Suppose $p = 2$. Since $r \geq 1$ we have $N \geq 3$. Divisibility of $p^r + 1$ by 3 implies r is odd and hence 5 does not divide $p^r + 1$. Therefore we get $N \leq 4$ in this case.

Suppose $p = 3$. Since $r \geq 1$ we have $N \geq 5$. Since 4 does not divide $3^r + 1$, the integer r is even. This implies that 7 does not divide $3^r + 1$. Therefore $N \leq 6$ in this case.

Suppose $p = 5$. Again we have $N \geq 5$. Now 7 divides $5^r + 1$ if and only if $r \equiv 3 \pmod{6}$ if and only if 9 divides $5^r + 1$. By hypothesis, $5^r + 1$ must be square-free, so we get $N \leq 6$.

