

Inhoud | Contents

194	Colofon
195	Redactioneel <i>Ger Koole</i>
196	Agenda
198	Nieuws
202	In memoriam Cornelis Visser <i>R.A. Kortram</i>
204	Jaap Seidel, a friend <i>N.G. de Bruijn</i>
207	In memoriam Johan Jacob Seidel <i>Aart Blokhuis, Jack van Lint</i>

Oratie | Inaugural lecture

210	Een kleine stap naar het oneindig grote <i>Gerard Sierksma</i>
-----	--

Onderzoek | Research

217	Of Medicine and Math <i>Klaas Zuidveld, Meindert Danhof, Bert Peletier</i>
220	Elliptic curve cryptosystems; too good to be true? <i>Henk van Tilborg</i>

Afscheid van Dirk Struik | Farewell to Dirk Struik

226	Honderdjaarslezing <i>Dirk Struik</i>
234	Vooraan in de communistische jeugdbeweging <i>Ger Harmsen</i>
242	Ontmoeting met Dirk Struik <i>Simon Rozendaal</i>
244	Uit de ivoeren toren <i>Henk Bos</i>
248	Historicus voor groot publiek en vakgenoten <i>Gerard Alberts</i>

Opinie | Opinion

251	Towards free access to scientific literature <i>Krzysztof Apt</i>
-----	---

Cultuur | Culture

256	KUN wiskundetoernooi <i>Mascha Honsbeek</i>
258	Een pentagonale microkosmos <i>Jan van de Craats</i>

Interview | Interview

262	Henk Schuring, vertrekkend wiskundeman bij het CITO <i>Gerard Alberts, Bert Zwaneveld</i>
-----	---

Geschiedenis | History

266	Waterloopkunde <i>Kees Vreugdenhil, Gerard Alberts, Pieter van Gelder</i>
-----	---

Boeken | Books

278	Sarah versus RSA <i>Anne Keune</i>
280	Boekbesprekingen

Problemen | Problem section

299	Universitaire Wiskunde Competitie
302	Problemen

Rubrieken | Departments

261	Column: From Nottingham Forest <i>Jan Bouwe van den Berg</i>
277	Oud Archief <i>Danny Beckers</i>
298	Brieven

Colofon

Het Nieuw Archief voor Wiskunde is een uitgave van het Wiskundig Genootschap en verschijnt vier maal per jaar. Het tijdschrift richt zich op een ieder die zich beroepsmatig met wiskunde bezighoudt, als academisch of industrieel onderzoeker, student, leraar, journalist of beleidsmaker. Het stelt zich ten doel te berichten over ontwikkelingen in de wiskunde in het algemeen en in de Nederlandse wiskunde in het bijzonder. **ISSN 0028-9825**

Adres

Nieuw Archief voor Wiskunde
Mathematisch Instituut
Universiteit Leiden
Postbus 9512, 2300 RA Leiden
tel. 071-5277121, fax 071-5277101
naw@math.leidenuniv.nl
<http://www.math.leidenuniv.nl/~naw>

Hoofredactie

Ger Koole (koole@cs.vu.nl)
Chris Zaai (zaai@math.leidenuniv.nl)

Eindredactie

Derk Pik (drpik@math.leidenuniv.nl)

Redactie

Gerard Alberts (G.Alberts@bw.kun.nl)
Jaap Molenaar (J.Molenaar@tue.nl)
André Ran (ran@cs.vu.nl)
Bert Zwaneveld (Bert.Zwaneveld@ou.nl)

Bureau redactie

Annelies Hafkenscheid (naw@math.leidenuniv.nl)
Maxim Hendriks (naw@math.leidenuniv.nl)

Medewerkers

Wieb Bosma (bosma@sci.kun.nl)
J.A.W. van Casteren (vcaster@wins.uia.ac.be)
Jan van de Craats (jcr@euronet.nl)
Robbert Fokkink (r.j.fokkink@its.tudelft.nl)
Geertje Hek (ghek@science.uva.nl)
Teun Koetsier (teun@cs.vu.nl)
Joop Kolk (kolk@math.uu.nl)
Jan van Neerven (J.vanNeerven@its.tudelft.nl)
Mark Peletier (mark.peletier@cwi.nl)
Hans Sterk (sterk@win.tue.nl)
Roel Stroeker (stroeker@few.eur.nl)
Jaap Top (J.Top@math.rug.nl)

T_EX-ondersteuning

Marco Boon (m.a.a.boon@tue.nl)
Klaas Pieter Hart (k.p.hart@its.tudelft.nl)
Michael van Hartkamp (mhartska@win.tue.nl)

Abonnementstarieven 2001/Subscription rates 2001

Nederland 90 Euro (4 nummers)
Buitenland 105 Euro (4 issues)

Abonnee-administratie/Subscription manager

Corrie van Os (wg-admin@math.uu.nl)
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht
Postbus 80010, 3508 TA Utrecht
tel. 030-2531430, fax 030-2518394

Exchange subscriptions

Wiskundig Genootschap Library
CWI — Centrum voor Wiskunde en Informatica
P.O. Box 94079, 1090 GB Amsterdam, The Netherlands

Advertenties

Christiaan van de Woestijne (cvdwoest@math.leidenuniv.nl)
Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden
Postbus 9512, 2300 RA Leiden
tel. 071-5277121, fax 071-5277101

Vormgeving

Kitty Molenaar, Amsterdam

Illustraties

Ryu Tajiri, Amsterdam

Zetwerk (CONTEX)

Hans Hagen, PRAGMA-ADE, Hasselt (Overijssel)

Druk

Giethoorn Ten Brink, Meppel

Op de omslag

Een vertrouwd gezicht in Nederland: een meetpaal van Rijkswaterstaat voor de waterstand (zie ook p. 266).

Informatie voor auteurs

Kopij

Het Nieuw Archief voor Wiskunde is een geredigeerd tijdschrift. Kopij dient u elektronisch aan te leveren als platte tekst (ascii), of als T_EX- of L^AT_EX-bestand; wiskundige figuren als pdf- of eps-bestand. Voor overige illustraties gaarne originele foto's opsturen.

Email: naw@math.leidenuniv.nl

Reprints

Auteurs ontvangen een elektronische reprint in pdf-formaat.

Volgende nummers

<i>nummer</i>	<i>verschijningsdatum</i>	<i>uiterste inleverdatum kopij</i>
4	06-12-2001	03-09-2001
1	10-03-2002	06-12-2001
2	09-06-2002	07-03-2002
3	05-09-2002	06-06-2002

Wiskundig Genootschap

Het Wiskundig Genootschap is een landelijke vereniging van beoefenaren van de wiskunde. Het genootschap werd in 1778 opgericht onder de zinspreuk: "Een onvermoeide arbeid komt alles te boven". Het is 's werelds oudste nationale wiskundegenootschap.

Leden van het Wiskundig Genootschap ontvangen het Nieuw Archief voor Wiskunde als onderdeel van hun lidmaatschap.

De contributie voor het Wiskundig Genootschap bedraagt 70 Euro per jaar en gepensioneerden betalen 35 Euro. Studenten ingeschreven aan een Nederlandse universiteit of HBO-opleiding, AiO's en OiO's kunnen lid worden tegen het gereduceerde tarief van 25 Euro per jaar.

Leden van bepaalde andere wiskundige vakverenigingen kunnen aanspraak maken op een gereduceerd tarief van 50 Euro. Dit betreft leden van de VVS, de NVvW en de NVORWO.

Members of the Société Mathématique de France, and of the American, Australian, Belgian, Indian, London and South-African Mathematical Societies pay 50 Euro instead of the full membership fee of 70 Euro a year.

Ledenadministratie

Corrie van Os (wg-admin@math.uu.nl)
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht
Postbus 80010, 3508 TA Utrecht
tel. 030-2531430, fax 030-2518394

Bestuur (wiskgenoot@wiskgenoot.nl)

Eduard Looijenga (UU, *voorzitter*), Mark Peletier (CWI, *secretaris*), Luc Florack (TUE, *penningmeester*), Harm Bakker (RUG), Anette Kik (CWI), Mariette Knaap (Shell), Jan Karel Lenstra (TUE), Jaap Molenaar (TUE), Peter Stevenhagen (UL), Michel Vellekoop (UT).

Volhouden!

“Hoe houden jullie het vol?” vragen lezers mij wel eens als er weer een dik Nieuw Archief op de mat gevallen is. Bij de eerste jaargang van de vijfde serie was inderdaad steeds de vraag: hoe krijgen we dit nummer weer op tijd de deur uit? Chris Zaal, die op dat moment de functies van eindredacteur, hoofdredacteur en uitgever in één persoon verenigde, is vanwege de werkdruk wel eens in staking geweest.

Sindsdien is er veel veranderd. Er is een nieuwe eindredacteur, een co-hoofdredacteur, en een WG publicatiecommissie. Dit geeft de hoofdredactie tijd om het publicatieproces te structureren en om samen met de redactie de inhoud verder vorm te geven.

Een belangrijk deel van het Nieuw Archief is gewijd aan artikelen over alle deelgebieden van de wiskunde en haar toepassingen. Het Nieuw Archief onderscheidt zich daarbij niet alleen met de onderwerpen die aan bod komen. De schrijfstijl en inhoud van deze artikelen zijn ook afwijkend van wat er in de wetenschappelijke literatuur verschijnt. ‘Populair-wiskundig’ bedacht laatst iemand gekscherend. Toch is het een term die mijns inziens het gewenste soort artikelen aardig weergeeft.

Originaliteit en wetenschappelijke relevantie staan niet centraal, maar leesbaarheid en aantrekkelijkheid voor een breed publiek. Dit heeft onder andere consequenties voor de stijl en de illustraties, en verklaart onze voorkeur voor de Nederlandse taal. Kersverse hoogleraren weten in hun intrede vaak heel goed de juiste toon te raken, als ze een breed publiek, van ondeskundige familieleden tot collega's, te woord moeten staan. In die zin vormen oraties ideale kopij voor het nieuwe NAW. Bij andere aangeboden kopij is het soms wel eens moeilijk het artikel aan onze wensen aan te (laten) passen.

Dit is een minder zichtbare vorm van volhouden: geen concessies doen aan onze formule. Het betekent dat we wel eens een auteur, vaak ook lezer, tegen de haren in moeten strijken. Gelukkig vinden echter steeds meer wiskundigen, ook zonder expliciete uitnodiging, de weg naar de redactie, met het juiste soort artikel. Dit is de manier om uw onderzoeksgebied onder de aandacht

van wiskundig Nederland te brengen!

Maar het Nieuw Archief wil meer bieden dan een palet van de wiskundebeoefening binnen Nederland en daarbuiten. Met breedte denken we namelijk niet alleen aan alle aspecten van wiskunde, maar ook aan alle meningen over wiskunde. En alle politieke ontwikkelingen rond wiskunde.

Zo zijn wij zeer benieuwd naar uw meningen over de huidige ontwikkelingen in het middelbareschoolwiskundeonderwijs, de invoering van de bachelor-masterstructuur, de bezuinigingen die de breedte van de universitaire wiskunde bedreigen, het lerarentekort, de aansluiting WO-bedrijfspraktijk, enzovoorts. Maar we zijn bijvoorbeeld ook benieuwd naar uw mening over cryptosystemen gebaseerd op elliptische krommen, of het nut van de term bedrijfswiskunde.

De ons spontaan aangeboden kopij blijft echter vaak beperkt tot de populair-wiskundige categorie. Voor opiniërende artikelen over wiskunde is het moeilijker auteurs te vinden. Maar ook hier geven we niet zo snel op, en zullen we nog meer ons best gaan doen interessante en soms ook controversiële meningen over wiskunde te publiceren. Dit druist in tegen de traditie waarbij wiskunde boven de discussie verheven is: het is correct of niet. Een mening geven over wiskunde is minder gebruikelijk, maar wel wat we zoeken.

U ziet het: zoals een bottleneck in een productieproces na aanpassing op een andere plaats opduikt, zo verplaatst ook de noodzaak van het volhouden zich door ons publicatieproces. Met als doel een informatief, prikkelend en soms ook amusant Nieuw Archief te maken. Een blad vóór de hele Nederlandse wiskunde en dóór de hele Nederlandse wiskunde. Waarin iedereen artikelen van zijn of haar gading vindt, en waaraan elke buitenstaander kan zien dat wiskunde een springlevende wetenschap is.

Ik wens u veel lees- en schrijfplezier!



Ger Koole
hoofdredacteur Nieuw Archief voor Wiskunde

Vrije Universiteit, Faculteit der Exacte Wetenschappen

Divisie Wiskunde en Informatica, De Boelelaan 1081, 1081 HV Amsterdam

koole@cs.vu.nl

Agenda

oktober 2001

1–5 oktober

Computer Algebra in Geometric Computing

The aim of this workshop is to present basic computer algebraic methods that have applications in the field of geometric computing.

plaats Lorentz Center, Leiden

info Gert Vegter

3 oktober

Twentse wiskunde-estafette

plaats Technische Universiteit Twente

info <http://www.math.utwente.nl/news/estafette/main.htm>

4 oktober

Signals in sequences

Seminar in het kader van het NWO Jaarthema Mathematische Biologie. Organisatie: Gert Vriend.

plaats Centrum voor Moleculaire en Biomoleculaire Informatica, Nijmegen

info stougie@cw.nl, verduyn@math.leidenuniv.nl

4–5 oktober

Mini-Workshop on Convolutional Codes

plaats Essen, Duitsland

info *ms. Birgit Bahr-Rieth of the IEM*
rieth@exp-math.uni-essen.de

6 oktober t/m 20 november

Tentoonstelling Gerard Caris

Een overzichtstentoonstelling van een door vijf hoeken gegrepen kunstenaar.

plaats Stedelijk Museum Amsterdam

info <http://www.stedelijk.nl>

7 oktober

Nationale Wetenschapsdag

Open dag op bijna alle nationale universiteiten, wetenschappelijke instellingen en onderzoeksinstituten.

plaats heel Nederland

info <http://www.weten.nl>

8–9 oktober

Model reduction

1st International MACSI-net workshop on model reduction.

plaats TU Eindhoven

info <http://www.macsinet.org>

10, 17, 23, 31 oktober en 7, 14, 21 november

Hoe wiskunde werkt: van natuur tot cognitie

Een lezingenserie voor algemeen publiek.

Sprekers: Robbert Dijkgraaf & Johan van Benthem

plaats Universiteit van Amsterdam

info <http://www.science.uva.nl/research/math/>

11 oktober

KUN docentendag

Bijeenkomst voor wiskundedocenten om kennis te maken met allerlei KUN-wiskundeonderwijsprojecten.

plaats Katholieke Universiteit Nijmegen

info <http://www.sci.kun.nl/math/docentendag.html>

12–13 oktober

BSS 2001

Jaarlijkse bijeenkomst van de Belgische Vereniging voor Statistiek

plaats Katholieke Universiteit Leuven

info <http://www.kuleuven.ac.be/ucs/BSS2001>

13 oktober

Kubusdag

Jaarlijkse bijeenkomst van de leden van de Nederlandse Kubus Club

plaats Veldhoven

info [Joop van der Vaart, \[plaataf@wanadoo.nl\]\(mailto:Joop.van.der.Vaart@wanadoo.nl\)](mailto:Joop.van.der.Vaart@wanadoo.nl)

15 oktober

Oratie prof. dr. N.P. Landsman

Locatie: Singel 411, Amsterdam (hoek Spui)

plaats Aula Universiteit van Amsterdam

info <http://www.science.uva.nl/research/math>

19 oktober

Systeemtheorie-dag

Ter ere van de zestigste verjaardag van Ruth Curtain. Locatie: zaal RC 250 van het Zernikecomplex.

plaats Rijksuniversiteit Groningen

Gelieve gegevens voor deze agenda door te geven aan onderstaand adres.

Please submit items for this calendar to the following address.

Nieuw Archief voor Wiskunde,
Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden,
Postbus 9512, 2300 RA Leiden.
Email: naw@math.leidenuniv.nl

22 oktober

□ **Oratie prof. dr. F. Beukers**

Titel van de oratie: 'Weg van getallen'.

plaats Academiegebouw Universiteit Utrecht

info <http://www.math.uu.nl>

29 oktober t/m 2 november

□ **The mathematics of stochastic networks**

Topics of this workshop: stability, instability and optimization in stochastic networks and Markov chains; asymptotic analysis of Markovian networks; long-range dependence and heavy tails.

plaats TU Eindhoven

info <http://www.eurandom.nl>

31 oktober

□ **Conferentie Tweede Fase HAVO/VWO**

Conferentie voor docenten wiskunde en natuurwetenschappen. Onder andere over de recente examens in de Tweede Fase, over de zebrablokken (wiskunde) en over het gebruik van ICT (binask).

plaats APS, Utrecht

info wiskunde@aps.nl

□ **Cursussen CANDiensten**

Inleiding economische data analyse: 21/09

Mathematica algemeen: 25–26/09

Algemene inleiding S-Plus: 02/10, 06/11, 11/12

Inl. programmeren in S-PLUS: 03/10, 07/11, 12/12

Inl. Mathematica: 10/10

Financieel modelleren met Mathematica: 16/10

Multivariate data exploratie met S-Plus: 24–25/10

Visualisation for the comp. sciences: 1–2/11

Quantitative financial risk management: 1–2/11

Mathematica Algemeen: 15/11, 19–20/12

Ruimtelijke statistiek (met S+SpatialStats): 30-11

De S-taal voor gevorderden: 13/12

info <http://www.candiensten.nl>

november 2001

6 november

□ **Vision: an inspiration for science**

plaats Image Sciences Institute, Utrecht

info Bart ter Haar Romeny

8–11 november

□ **12th Novembertagung on the history of mathematics**

plaats Nancy, Frankrijk

info Ralf.Kromer@clsh.univ-nancy2.fr

9 november

□ **Modeling, identification, and control in biology and medicine**

Organisatie: Jan van Schuppen en Lieke Schultze

plaats CWI, Amsterdam

info <http://www.cwi.nl/~peletier>

10 november

□ **Ars et Mathesis dag**

Jaarlijkse bijeenkomst van de Stichting Ars et Mathesis

plaats Utrecht

info <http://www.arsetmathesis.nl>

12–14 november

□ **Stochastics meeting Lunteren 2001**

Jaarlijkse bijeenkomst voor stochastici

plaats Congrescentrum De Blijde Wereld, Lunteren

info <http://www.cs.vu.nl/~lunteren/lunteren.html>

16 november

□ **EIDMA Seminar Coding, Crypto & Information Theory**

Locatie: Traversegebouw, Dorgelozaal

plaats TU Eindhoven

info <http://www.win.TU Eindhoven.nl/math/eidma/>

17 november

□ **Jaarvergadering en studiedag NVvW**

plaats Hogeschool Domstad, Utrecht

info <http://www.nvww.nl>

30 november

□ **From chemistry to life**

Organisatie: Rint P. Sijbesma en Leen Stougie

plaats Dutch Polymer Institute, Eindhoven

info r.p.sijbesma@TU Eindhoven.nl, l.stougie@TU Eindhoven.nl

december 2001

3–5 december

□ **Workshop Long Range Stochastic Dynamics**

Organisatie: Christian Maes, Ronald Meester, Frank Redig

plaats Eurandom, Eindhoven

info rmeester@cs.vu.nl, f.h.j.redig@TU Eindhoven.nl

17–19 december

□ **Winter school on Mathematical Finance**

Special Topics: Term Structure and Risk Measures

plaats Universiteit van Amsterdam

info <http://www.science.uva.nl/~spreij/stieltjes/winterschool.html>

17–19 december

□ **Winterschool Mathematics and Biology**

Organisatie: Mathisca de Gunst, Ritsert Jansen, Leen Stougie en Sjoerd Verduyn Lunel

plaats De Wageningse Berg, Wageningen

info <http://www.math.leidenuniv.nl/~verduyn>

januari 2002

19 of 26 januari

□ **Mathematische Modelleercompetitie Maastricht**

plaats Universiteit Maastricht

info frank@unimaas.nl

Nieuws

| News

Deze rubriek is een kroniek van wiskundige activiteiten in Nederland. Toekomstige activiteiten worden aangekondigd en van voorbije activiteiten wordt verslag gedaan.

Wilt u uw aankondiging of verslag in deze rubriek geplaatst zien? Stuur dan uw bijdrage ($\pm$ 350 woorden, zo mogelijk met illustratie) naar naw@math.leidenuniv.nl. De redactie behoudt zich het recht voor berichten te weigeren of in te korten.

Studiegroep Wiskunde met de Industrie

Van 18 tot 22 februari 2002 komt voor de vierde keer de *Studiegroep Wiskunde met de Industrie* bijeen. Zo'n vijftig hoofdzakelijk Nederlandse wiskundigen zullen zich storten op een aantal vraagstukken die door bedrijven zijn aangedragen. De Studiegroep wordt dit keer georganiseerd in Amsterdam, door het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) en de Universiteit van Amsterdam (UvA). In de drie eerdere edities zijn mooie successen geboekt bij het oplossen van de gestelde problemen, en werden nieuwe contacten gelegd tussen de industriële en academische wereld.

De Studiegroep reduceert het probleem tot zijn kern en zoekt vervolgens naar een manier om het wiskundig te modelleren. Nadat op de eerste dag de problemen geponeerd zijn, hebben de deelnemers drie dagen om in groepjes tot inzichten te komen. Op de laatste dag worden de resultaten gepresenteerd.

Op deze wijze wist de Studiegroep problemen van zeer uiteenlopen- de aard op te lossen zoals het doen verdwijnen van rimpels uit voortenten van caravans, het economischer omgaan met het dure cache-geheugen in een computernetwerk en het nauwkeurig bepalen van de positie van objecten in windtunnels.

De Studiegroep, in Europees verband de *42nd European Study Group with Industry* geheten, is een initiatief van ITW (werkgroep Industriële en Toegepaste Wiskunde) en ECMI (European Consortium for Mathematics in Industry). Ze wordt gesponsord door technologiestichting STW en NWO-Exakte Wetenschappen (NWO-EW). De locatie van de Studiegroep is deze keer het Roeterseilandcomplex van de UvA.

Met de Studiegroep profileren wiskundigen zich als een enthousiaste beroepsgroep die veel praktische problemen op een fundamentele en verrassende manier kan oplossen en met een exactheid die met geen andere achtergrond is te bereiken. Academische kennis en industriële problematiek worden zo op een effectieve en ongedwongen wijze samengebracht. Voor de deelnemende wiskundigen betekent de samenwerking met het bedrijfsleven een uitdaging om te laten zien dat ze met hun wiskunde ook wat in de 'echte' wereld kunnen.

Meer informatie: <http://www.cwi.nl/conferences/swiz002>

Aanmelding van problemen: Mark Peletier (mark.peletier@cwi.nl)

Misja Nuyens & Robert Planque

Verlichting of ontmanteling?

Tijdens de afgelopen zomervakantie zijn maatregelen gepubliceerd die grote gevolgen (kunnen) hebben voor het Nederlandse wiskundeonderwijs en met name dat in de tweede fase havo-vwo. De staatssecretaris heeft voorgesteld om de toetsing van de onderwerpen die door het Cevo zijn uitgesloten van het centraal examen ook niet te verplichten in het schoolexamen. De definitieve regeling komt inhoudelijk neer op het volgende:

1. Elke school mag zelf beslissen of de onderdelen die de CEVO heeft aangewezen als niet aan de orde komende in het centraal examen, wel of niet in het schoolexamen voorkomen. Kiest de school ervoor ze wél te handhaven in het schoolexamen, dan heeft de school de vrijheid om te bepalen op welke manier dat gebeurt.
2. De school kan zelf bepalen voor welke lichteningen dit geldt en kan zo nodig het schoolexamenreglement met terugwerkende kracht aanpassen tot en met 1-8-2000.
3. Het aantal verplichte praktische opdrachten is minimaal 1. De school mag kiezen voor meer praktische opdrachten. De weging is 20-40% (bij w1 havo 20-30%).

Wat zal dit in de praktijk betekenen? Een paar scenario's.

SCENARIO 1. Bijna alle scholen stellen zich op het standpunt: wat niet persé hoeft, doen we niet. We hebben het zwaar genoeg en anders de leerlingen wel. Dus vanaf heden wordt er op het vwo bij wiskunde b1(2) geen enkele aandacht besteed aan Continue Dynamische Modellen. Onderwerpen als analytische meetkunde, kegelsneden, sommeerbare rijen, limieten en irrationale getallen zijn 'definitief' verdwenen voor de leerlingen die wiskunde b1,2 doen. Bij Wiskunde A (vwo) verdwijnt het hele onderwerp matrices en grafen van het toneel. Eerder sneuvelde al onder andere periodieke functies, ruimtelijk objecten en (bij wia1) toetsen van hypothesen. Op de havo verdwijnt bij wiskunde a12 de binomiale verdeling en bij wiskunde b verdwijnen de periodieke functies. Zijn er daarna nog steeds klachten van docenten en/of leerlingen? Dan wordt er nog meer weggesneden!

SCENARIO 2. Afhankelijk van de situatie (aantal contacturen, taakopvatting van de wiskundesectie, ideeën van het management, machtsverhoudingen) gaat iedere school zijn eigen weg ('jezelf profileren'). Sommigen doen niets aan de niet verplichte onderwerpen, anderen een beetje, weer anderen maken van de gelegenheid gebruik om een of meerdere onderwerpen naar eigen inzichten aan de orde te laten komen en te toetsen (bijvoorbeeld met behulp van computeralgebra of andere vormen van ICT). Een vwo-diploma met wiskunde b1,2 van school P heeft dan een totaal andere waarde als dat van school Q. Zonder aanvullende informatie (examendossier?) zegt een diploma vwo of havo dan erg weinig.

Beide scenario's lijken niet aantrekkelijk. Is er een andere mogelijkheid? De discussie gaat voort in de WiskundeE-brief: <http://www.digischool.nl/wi/WiskundeE-brief>. Zie ook de website van de Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraren: <http://www.nvvw.nl>.

Gerard Koolstra, WiskundeE-brief

100ste geboortedag O. Bottema

Oene Bottema werd geboren op 25 december 1901 te Groningen. Hij hield zich vooral bezig met meetkunde. Het vakblad voor wiskundeleraren *Euclides* zal hier in het januarinummer van de 77e jaargang (te verschijnen in januari 2002) aandacht aan besteden. Bottema publiceerde in het tijdschrift *Euclides* gedurende een groot aantal jaren korte artikelen onder de titel *Verscheidenheden* (het eerste in 1945, *Euclides* 21, p.13–15).

Meetkunde staat mede in verband met de tweede fase van het voortgezet onderwijs weer volop in de belangstelling. De redactie van *Euclides* roept mensen op om een artikel te schrijven over Bottema, over een onderwerp gerelateerd aan het werk van Bottema of over meetkundige onderwerpen in het algemeen. Meer informatie: Dick Klingens (eindredacteur *Euclides*, dklingens@pandd.demon.nl). Derk Pik

Mythe en werkelijkheid in de relatie tussen wiskunde en kunst

"I use mathematics as a powerful aesthetic design language for vital archetypal images. My creative processes include the transfer of thought forms to physical materials. I respond to aesthetically motivated concepts embodied in mathematical languages of varying choices of abstraction." Dit zegt wiskundige en beeldhouwer Helaman Ferguson over zijn eigen werk. Hij verbeeldt concepten uit de wiskunde zoals knopen, wilde sferen en banenruimten van discrete groepswerkingen in een enorme reeks van sculpturen. Hiervoor gebruikt hij altijd natuurlijke materialen zoals oeroude gesteentes en marmer, en metalen als

brons. Met de grootste precisie, geholpen door vaak zelfgeschreven computerprogramma's, haalt hij de wiskundige vormen tevoorschijn uit de materie. In zijn lezing *Mathematics in Stone and Bronze* liet de Amerikaan dia's van zijn werk zien, vergezeld van uitleg door echtgenote Claire Ferguson en hemzelf. De lezing van Ferguson was de derde in een reeks van vier die onder de titel *Mythe en werkelijkheid in de relatie tussen wiskunde en kunst* dit voorjaar gehouden is, georganiseerd door het Studium Generale aan de universiteit Utrecht in samenwerking met het Wiskundig Genootschap. In de eerste twee lezingen, waarvan in het juninummer van NAW verslag is gedaan, werden enkele bestaande opvattingen over wiskunde in de kunst naar het rijk der mythen verwezen.

Net als de derde lezing liet ook de vierde lezing *Inspiratie uit de vierde dimensie* van Aad Goddijn een ander licht over de relatie wiskunde en kunst schijnen. Al gauw nadat in het begin van de twintigste eeuw de relativiteitstheorie bekend wordt, zien we op verschillende wijzen het idee van een vierde dimensie in de kunst opduiken. In de futuristische stroming komt de vierde dimensie als tijd terug. Bijvoorbeeld werden verschillende standen van een beweging net iets verschoven over elkaar heen gelegd. In kubistische werken zien we hoe een object van verschillende kanten tegelijk wordt afgebeeld; de vier dimensies zijn allemaal ruimtelijk. Ook bij de Stijl vinden we letterlijke verwijzingen naar de relativiteitstheorie en de vierde dimensie, bijvoorbeeld in dadaïstische gedichten, maar ook in een ontwerp van een villa is een uitbouw van een hyperkubus terug te vinden. De vele voorbeelden wisselde de spreker af met pogingen het publiek duidelijk te maken dat, zoals we vanuit de eerste dimensie door beweging de tweede dimensie kunnen voorstellen en vanuit de tweede, de derde dimensie, we dit kunnen voortzetten zodat we een idee kunnen krijgen van hogere dimensies.

De lezingenreeks, georganiseerd door Aad Goddijn en Eduard Looijenga, was een groot succes, zoals alleen al bleek uit het feit dat de zaal tot het einde van de vierde lezing vol bleef.

Barbara van den Berg



Helaman Ferguson: knoop, marmer

Perspectieven voor wiskunde in het HBO

Op vrijdag 18 mei 2001 werd in Utrecht het congres *Perspectieven voor de wiskunde in het HBO* georganiseerd door de Werkgroep-HBO van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (Nvvw). Deze werkgroep is opgericht op een eerder congres in januari 1999, waar de nodige zorgen werden geuit omtrent de rol en de toekomst van de wiskunde in het HBO. Op het congres van mei 2001 bleek dat de zorg was omgezet in diverse initiatieven om het wiskunde-onderwijs in het HBO te verbeteren.

Uit veel blijkt dat er vele perspectieven voor het wiskunde-onderwijs in het HBO zijn.

Er waren ruim honderd deelnemers, uit het hele land, van diverse hogescholen en opleidingen. De deelnemerslijst weerspiegelt de brede aandacht voor wiskunde in het HBO. Het technisch en economisch onderwijs was goed vertegenwoordigd; ook waren er onder meer deelnemers uit het agrarisch en nautisch onderwijs, van lerarenopleidingen wiskunde en van bedrijfswiskunde, en van diverse uitgevers.

Afgezien van de opening door dagvoorzitter Roel van Asselt, toelichting door Metha Kamminga namens de werkgroep HBO van de NVVW en inleiding door Marian Kollenveld als voorzitter van de NVVW, en na afloop de aftrap voor het project Wisnet HBO, bestond het inhoudelijke programma geheel uit workshops. In vier rondes van telkens drie kwartier konden de deelnemers telkens kiezen uit een zevental workshops. Deze workshops waren voor een groot deel ingedeeld in enkele thema's, afgeleid van actuele ontwikkelingen binnen het wiskunde-onderwijs in het HBO, namelijk: ICT-hulpmiddelen, zoals Virtual Classrooms (WebCT, Blackboard) en Computer Algebra (Mathematica, Maple, Derive) en Grafische Rekenmachines; Aansluiting van het HBO op de vooropleidingen 2e fase HAVO en BVE; Verschuiving van eindtermen/leerdoelen naar competentiegericht onderwijs.

De werkgroep HBO van de NVVW speelt een actieve rol bij het verbeteren van het wiskunde-onderwijs in het HBO. Te noemen zijn een beleidsnotitie (juni 2000) ter advisering aan het management van de HBO-opleidingen, en het project WISNET-HBO. Voor dit wiskundenetwerk voor het HBO werd op het congres de feestelijke aftrap verricht. Belangrijke aandachtspunten voor dit netwerk zijn de samenwerking van wiskundedocenten in het HBO met docenten van toegepaste vakken en het gebruik van ICT-hulpmiddelen.

Informatie over de werkgroep HBO van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars kunt u vinden op www.nvvw.nl/wg-hbo-nieuws.html

Klaas-Jan Wieringa

Emeritaat prof. dr. A.C.M. van Rooij

Op maandag 11 juni jl. werd prof. dr. A.C.M. van Rooij 65 jaar. Hij houdt niet van plichtplegingen en onnodige drukte en zou het liefst in stilte over deze drempel zijn gestapt. Maar anderen maakten gerucht. Immers, niet alleen hijzelf, maar ook de subfaculteit wiskunde van de Katholieke Universiteit Nijmegen staat hier aan het begin van het einde van een tijdvak en even omzien en vooruitkijken is onvermijdelijk. Arnoud kwam het willekeurig aantal, namelijk 37, jaar geleden naar Nijmegen en is sinds 1967 lector/hoogleraar in de analyse. Met schier onbegrensde energie heeft hij bergen werk verzet en werd hij steeds meer de spil waar alles om draaide. In zijn onderzoek beweegt hij zich met groot gemak op uiteenlopende gebieden als de harmonische analyse, de p-adische (functionaal-)analyse, de theorie van de geordende vectorruimten en de statistiek. Een rij boeken en een eindeloze lijst artikelen getuigen hiervan. Het lesgeven is zijn ziel en zaligheid en hij doet het met geduld en toewijding, of het nu gaat om eerstejaarsstudenten, of om gevorderde doctoraal-studenten, of om een van zijn talrijke promovendi. Hij beseft heel goed dat je een ander de taal van de wiskunde alleen kunt leren verstaan en hanteren wanneer je geen haast hebt en veel en goed weet te luisteren. Enkele fraaie uitgaven in de epsilon-reeks zijn blijvende monumenten van deze houding. Bijna aan één stuk door en in steeds wisselende omstandigheden droeg hij bestuurlijke verantwoordelijkheid, van de eerste tijd af. Het begon ermee dat hij het Mathematisch Instituut in 1973 door 'de bezetting' loodste.

Arnoud van Rooij geniet van elke vraag die je hem voorlegt en de enkele keer dat hij je niet voor is en je tegelijk met hem een antwoord vindt merkt hij vast iets op dat jij over het hoofd zag. Hij heeft geen andere ambitie dan mooie wiskunde uitdenken en anderen doen delen in de vreugde van deze bezigheid. Gelukkig lijkt het moment dat we het werkelijk zonder zijn gezelschap en scherpzinnigheid moeten doen nog ver weg. Ter gelegenheid van zijn verjaardag werd hem een bijzonder fraai verzorgd vriendenboek aangeboden (D. Beckers, O. van Gaans, W. Schikhof, S. Teerenstra (ed.), *Circumspice, Various papers in and around mathematics in honor of Arnoud van Rooij*, Subfaculteit Wiskunde, Katholieke Universiteit Nijmegen, 2001, ISBN 90-9014672-4).

Wim Veldman



Liber amicorum voor Arnoud van Rooij

Petsinis op het 32ste Poetry International

De Australische schrijver en dichter over wiskunde Tom Petsinis heeft onlangs Nederland bezocht om deel te nemen aan het Poetry International Festival, dat heeft plaatsgevonden van 16 juni tot en met 22 juni 2001. Een week later maakte hij een uitstapje naar de Rijksuniversiteit Groningen waar hij onder andere dit gedicht voorlas:

Circling the square

*For ages, ruled by geometry,
They played their Platonic roles
To please humanity,
Until he circle declared:
You're the meaning of my soul –
Let's consummate our affair.*

*Circumspect, the square sighed:
We'll never embrace –
Our forms, separated by,
Differ as the owl from the cat.
Admire my face –
Please, don't look beyond that.*

*The circle wasn't deterred:
Have faith in the infinite –
Your lines and my curve
Will met like a singer and song.
Love knows no limit
And proves geometry wrong.*

Petsinis' roman *The french mathematician* verscheen in 1998 by Walker and Company. Dit najaar zal er ook een Nederlandse vertaling komen.

Gerard Alberts

Ingenieurs verdienen beter dan andere academici

De salarissen van de universitaire ingenieurs (ir.'s) in Nederland zijn in de meeste gevallen hoger dan die van andere academici. Dit is een van de uitkomsten van de salarisenquête die het Koninklijk Instituut van Ingenieurs (KIVI) te Den Haag onder de ruim 16.000 leden heeft gehouden. Het onderzoek heeft betrekking op het jaar 2000. Verder is onder meer gekeken naar salarissen van (andere) beroepsgroepen in Nederland en in de ons omringende landen, en naar aspecten als secundaire arbeidsvoorwaarden en het pensioen.

In drie jaar stegen de salarissen van de universitaire ir.'s met ruim 15%, dat is reëel 8,7% ofwel gemiddeld 3% per jaar. Bij de jongere ingenieurs zijn de aanvangssalarissen meer dan gemiddeld gestegen en nog meer bij de informatica-ir.'s. Het bruto mediaan inkomen van alle actieve ingenieurs was in 2000 DFL. 120.000. De hoogte van het salaris hangt sterk samen met de leeftijd, ingenieurs boven de 55 jaar verdienen gemiddeld 2,5 keer zoveel als een ingenieur onder de 30 jaar. In het bedrijfsleven wordt in het algemeen 4% minder verdiend t.o.v. de non-profitsector. De best verdienende ingenieurs zijn de weg- en waterbouwkundigen en de chemici, bij de minder verdienende bevinden zich de informatici, de bedrijfskundigen en industrieel ontwerpers, maar dit zijn hoofdzakelijk jongeren.

Het aantal ingenieurs met een werkweek van minder dan 38 uur is met 4% toegenomen (1997: 14%; 2000: 18%). Verder heeft ongeveer 36% van de ingenieurs een auto van de zaak; dit is een stijging van 5% t.o.v. 1997. Vrijwel alle ingenieurs nemen deel aan een bedrijfspensioenregeling. De Nederlandse ingenieur verdient t.o.v. andere academici een concurrerend salaris. Bij de oudere ir. is het zelfs gemiddeld 20% meer. Vergeleken met de ing. (HBO-ingenieur) verdienen de ir.'s deels afhankelijk van de leeftijd, zo'n 20 tot 40% meer.

Het salaris van de Nederlandse ingenieur is voor zijn 35ste lager dan dat van zijn Engelse en Duitse collega. Daarna zijn de salarissen in Nederland gelijk tot hoger dan die van de Duitse en Engelse ingenieurs. Dit is omgerekend naar koopkrachtpariteit echter niet naar belastingen. De salarissen van de Belgische ir.'s komen vrijwel overeen met die van hun Nederlandse collega's. Niet alleen is techniek studeren leuk, het wordt ook beloond.

KIVI-persbericht

Schaal en Maat

Zaterdag 30 juni tot en met zondag 23 september is in Tytsjerk (Friesland) de tentoonstelling Schaal en Maat te bezichtigen. Zeventien beeldende kunstenaars uit Nederland, Frankrijk, Engeland en de Verenigde Staten exposeren kunst waarin wiskundige principes een grote rol spelen. De expositie wordt gehouden op het landgoed Vijversburg. Dit landgoed zal dit jaar in grootte worden verdubbeld en aan de exposanten is gevraagd een visie of een concreet ontwerp te leveren voor de inrichting van dit nieuwe stuk park.

Uitgangspunt bij de tentoonstelling is het beginsel van verhouding. Zowel in ontwerp als in realisatie van de kunstwerken komen allerlei wiskundige aspecten aan de orde. Het werk van Hanshan Roebbers is gebaseerd op het Plastische Getal (zie ook het Nieuw Archief nummer van maart 2001, bladzijde 56). Fractale verhoudingen zijn te vinden in de installaties van Hubert Duprat en de sculpturen van Nat Friedman. Tjeerd Alkema wekt in fotografisch werk beeldillussies op met betrekking tot het perspectief. Verder is er werk te zien van Tjeerd Alkema, Arie Berkulin, Norman Dilworth, Patricia Fijneman, Geert Koevoets, Paul de Kort, Frank van der Linden, Piet van Mook, Rinus Roelofs, Luc Souren, Koos Verhoeff, Ids Willemsma, R.W. van de Wint en Frans de Wit. Er is een catalogus van de tentoongestelde werken samengesteld (prijs NLG 20,-).

Adres: Bos van Ypeij (Park Vijversberg), Swarteweisein 2, 9255 JB Tytsjerk. Openingstijden: dagelijks van 10.00 uur tot 18.00 uur. De toegang is gratis. Meer informatie: <http://www.sprezzatura.org>. Derk Pik



Piet van Mook, *Vijfvoudpiramide*, detail

Erratum juninummer 2001

In de beschrijving van het nieuwe programma wiskunde B1,2 voor het VWO in het vorige nummer van Het Nieuw Archief voor Wiskunde, juni 2001, blz. 148, is ten onrechte niet vermeld dat kansrekening en statistiek er deel van uitmaakt. De oplettende lezer had dat natuurlijk allang geconcludeerd aan de hand van het vermelde examen. Ook in de oratie van prof.dr. Sara van de Geer is dit niet juist vermeld. Voor de volledigheid volgt hier een opsomming van de subdomeinen van het programma:

- Functies en grafieken
- Discrete analyse
- Meetkunde
- Combinatoriek en kansrekening
- Differentiaal- en integraalrekening
- Continue dynamische modellen (niet in het Centraal Examen, wel in het schoolexamen)
- Goniometrische functies
- Normale verdeling en toetsen van hypothesen
- Voortgezette meetkunde (niet: beginselen van de analytische meetkunde, meetkundige plaatsen en kegelsneden)
- Voortgezette analyse (niet: irrationale getallen en limieten).

Bert Zwaneveld

R.A. Kortram

Katholieke Universiteit Nijmegen, Subfaculteit Wiskunde,
Toernooiveld, 6525 ED Nijmegen
kortram@sci.kun.nl

In memoriam

Cornelis Visser



Cornelis Visser (1910-2001)

Kees Visser werd geboren op 8 april 1910 te Sliedrecht als oudste in een gezin van vier kinderen. Daar bezocht hij de lagere school en de ULO. Zijn resultaten waren daar zo goed dat het hoofd der school er bij zijn ouders op aandrong hem naar de HBS in Dordrecht te sturen, en omdat in 1925 het hoofd van een school nog een gezaghebbend persoon was, geschiedde aldus. Ook daar ging het goed, zodat de geschiedenis zich herhaalde: de directeur van de HBS, de heer Prins, ontbood vader Visser en deelde hem mee, dat het zonde zou zijn als Kees niet zou gaan studeren. Dit advies werd in de familie besproken en ondanks de uitspraak van een van de grootvaders "Laat die jongen toch gewoon gaan werken" bleek er voldoende steun om Kees naar de universiteit te sturen.

In 1927 liet hij zich inschrijven aan de Rijksuniversiteit te Utrecht. Hier volgde hij (onder andere samen met Evert Beth) met grote belangstelling de colleges van Prof. dr. J. Wolff, en Prof. dr. J. Barrau. De studie verliep zeer voorspoedig. Al in 1931 verscheen een artikel van zijn hand over de angulaire afgeleide. Een onderwerp waar hij nog vaak op terug zou komen. Op dit gebied had zijn latere promotor J. Wolff belangrijke bijdragen geleverd; de stelling van Julia-Wolff-Carathéodory getuigt daarvan.

In 1932 verschenen nog twee artikelen over het randgedrag van analytische functies. Bovendien gaf hij in 1932 een bekroond antwoord op een prijsvraag van het Wiskundig

Genootschap. Zoals hij jaren later in zijn afscheidsrede opmerkte "brachten deze activiteiten wel enige vertraging te weeg in de studie voor het doctoraal examen". Hier blijkt uit welke hoge eisen hij aan zichzelf stelde. Tegenwoordig is (en ook in die tijd was) het een buitengewone prestatie al zo vroeg zulke belangrijke bijdragen geleverd te hebben.

Door de vervulling van de militaire dienstplicht van september 1932 tot augustus 1933 kwam er uiteraard nog meer vertraging in de studie. Visser heeft in die periode bij de bereiden artillerie echter wel veel kunnen nadenken over wiskundige problemen.

In het voorjaar van 1934 studeerde hij met lof af en zoals toen gebruikelijk was bereidde hij zich voor op het leraarsambt. Het schrijven van een proefschrift deed men in die tijd in de avonden nadat het gewone werk af was. In de periode 1934-1935 hospiteerde hij aan de Rijks HBS te Dordrecht; hij viel daar tegelijkertijd ook nog in voor een zieke collega. Ondanks deze drukke bezigheden verliep zijn promotie-onderzoek zeer voorspoedig. Op 23 september 1935 promoveerde hij aan de Rijksuniversiteit te Utrecht bij Prof. dr. J. Wolff, op het proefschrift: *Sur la Dérivée Angulaire des Fonctions Univalentes*.

Een paar dagen later, op 5 oktober 1935 vertrok Visser met een beurs van de 'Netherlands-America Foundation' naar Amerika. Het beursbedrag was genoeg om de reiskosten te betalen; in zijn levensonderhoud voorzag hij met het geld dat hij in Dordrecht

verdiend had met invallen voor de zieke collega. In Amerika werd hij door D.J. Struik opgevangen en in het Amerikaanse leven ingewijd. Hij vond woonruimte halverwege tussen het Massachusetts Institute of Technology (MIT) en Harvard en kreeg een werkkamer op het MIT. Struik bracht hem in contact met E. Hopf onder wiens leiding hij zich toelegde op 'ergodentheorie'. Gedurende zijn verblijf in de VS heeft hij ook contact gehad met M.H. Stone uit Harvard (seminaria over 'nieuwere maten en integraaltheorie', en de theorie der lineaire ruimten) en met J.D. Tamarkin van Brown University (Providence, Rhode Island). Daarnaast waren er ook wiskundige en sociale contacten met de toen nog jonge Lars Ahlfors en zijn vrouw Erna. Erna sprak vele jaren later nog lovend over "die charmante jongeman die zo goed bridge speelde". De drie laatste maanden van zijn Amerikaans verblijf bracht hij door aan de universiteit van Princeton. Op 5 juni 1936 keerde Visser terug naar Nederland.

Van 1936 tot 1946 was hij wiskundeleraar in Dordrecht. Deze periode is onderbroken geweest door de mobilisatie. Van augustus 1939 tot eind mei 1940 was hij gelegerd in de Peel; een periode waar hij later veel mooie verhalen over kon vertellen. In 1937 trad hij in het huwelijk met Arina Volker. Zij kenden elkaar al sinds de eerste klas van de lagere school. Zij kregen twee kinderen: een dochter Arien en een zoon Pim. Het overlijden van Pim in 1965 op 21 jarige leeftijd was een zware slag, die Visser eigenlijk nooit te boven is gekomen.

Aan het huwelijk kwam na haast 49 jaar een einde door het overlijden van Arina Volker in 1986.

Uit de tijd dat Visser wiskundeleraar was stammen de eerste contacten met Jaap Korevaar. In de al eerder genoemde afscheidsrede zegt Visser dat er een jongetje in de klas zat dat alle sommen kon. Dat jongetje was Jaap Korevaar; dankzij Visser's inspirerende lessen ging hij wiskunde studeren. In verband met de oorlog werd de Leidse universiteit in november 1940 gesloten; men studeerde thuis uit collegedictaten. In die tijd ging Korevaar verscheidene malen bij Visser op bezoek en ze spraken vaak over wiskunde. Visser gaf Korevaar problemen op en vertelde waar hij mee bezig was. Naast de analyseboeken uit de Borel-serie las hij *Moderne Algebra* en *Algebraïsche Meetkunde* van Van der Waerden, en bestudeerde hij ideaaltheorie. Deze bezoeken hielden op toen de ex-Leidse studenten in januari 1942 elders verder mochten studeren. Korevaar verhuisde toen naar Utrecht.

In de jaren voor de tweede wereldoorlog en ook nog geruime tijd daarna waren er overal in Nederland (kleine) gezelschappen van wiskundigen die in groepsverband de wiskunde beoefenden. Zo was er de 'Dordtse wiskundekring': mevrouw T. van Aardenne-Ehrenfest, S.C. van Veen, N.H. Kuiper en natuurlijk Visser. Later zijn J. Korevaar en N.G. de Bruijn er ook enkele keren bijgeweest. Men kwam bij elkaar bij mevrouw Van Aardenne-Ehrenfest om over wiskunde te praten. Deze bijeenkomsten hadden een culinair slot.

Van 1946 tot 1956 was Visser hoogleraar in de zuivere en toegepaste wiskunde en de theoretische mechanica aan de Technische Hogeschool Delft, en van 1956 tot 1976 hoogleeraar in de toegepaste wiskunde aan de Rijksuniversiteit Leiden. Hoewel zijn leeropdrachten ook betrekking hadden op de toegepaste wiskunde liggen vrijwel al Visser's publicaties op het gebied van de zuivere wiskunde. Een vluchtig blik op de lijst van zijn publicaties toont aan dat het publiceren voornamelijk plaats vond voor 1945. Bij al zijn artikelen, en algemener, bij alles wat hij op papier zette,

valt de bondige, precieze manier van formuleren op. Bij de artikelen merkt de lezer dat er veel aandacht is geschonken aan elegantie van de bewijzen. In een aantal der artikelen worden nieuwe eenvoudigere bewijzen van bekende en in die periode in de belangstelling staande stellingen gegeven. Het werk van de toen amper 22 jarige Visser op het gebied van het randgedrag van analytische functies was indertijd grensverleggend; in zijn artikel: *Randverhältnisse bei konformen Abbildungen* wordt een uitdrukking ingevoerd die nu bekend staat als het quotient van Visser-Ostrowski. Pommerenke verwijst in zijn boek over het randgedrag van analytische functies enkele keren naar het werk van Visser.

Het artikel *Note on linear operators* uit 1937 heeft een vaste plaats verkregen in de literatuur. Visser geeft daarin een eenvoudige constructie van de wortel uit een begrensde positieve zelf-geadjungeerde operator op een Hilbertruimte. Deze constructie staat onder andere in het standaardwerk van Riesz en SZ-Nagy. Zie ook het commentaar van M.A. Kaashoek in de bundel *Two Decades of Mathematics in the Netherlands* uitgegeven bij het tweehonderdjarig bestaan van het Wiskundig Genootschap in 1978.

In de jaren dat Visser hoogleraar was in Leiden richtte hij het grootste deel van zijn energie op het onderwijs. Hij gaf inspirerende colleges over zeer uiteenlopende onderwerpen; als na verloop van tijd een onderwerp voor de tweede keer aan bod kwam was de presentatie totaal anders dan de vorige keer. Het grootste genoegen dat het onderwijs hem bood waren de contacten met studenten en jonge promovendi: het opgeven van stimulerende problemen, het laten zien van verbanden tussen ogenschijnlijk verschillende zaken, of alleen al het samen nadenken over wiskunde vulden zijn werkdagen. Lange tijd heeft hij op deze wijze een stempel gedrukt op het Leidse Mathematisch Instituut.

Naast wiskunde had Kees Visser ook belangstelling voor veel andere zaken. Hij sprak veel talen en hij las zeer veel (hij had een uitgesproken voorkeur voor Russische en Franse literatuur). De liefde voor de poëzie (en de

H. Weigert, *Weierstrass's convergence test for series of complex terms* (1969)

R.A. Kortram, *Positieve harmonische functies* (1971)

D.J. van Riemsdijk, *Een minimeigen-schap van de kanonieke ontbinding van lineaire operatoren* (1971)

P.J. Kostense, *Minimal positive harmonic functions* (1978)

Promovendi van Cornelis Visser

kennis van vele gedichten) die al op de ULO gewekt was is tot op zeer hoge leeftijd gebleven. Daarnaast schilderde hij heel verdienstelijk en tot op hoge leeftijd was hij een sterke schaker. In zijn jeugd was hij een fervent schaatser en hij mocht ook graag een partijtje voetballen. Dit was voor E.W. Beth aanleiding de gebroeders Kees en Andries Visser in een van zijn vele boeken als figurant op te nemen. Kees Visser bracht grote delen van het jaar door in zijn tweede huis ergens in midden-Frankrijk. Promovendi die zijn advies zochten moesten maar naar Bétaille afreizen. In die streek bleek hij over veel meer capaciteiten te beschikken dan men in Leiden kon waarnemen. Hij was erg handig met gereedschap en zeer vindingrijk in het oplossen van praktische problemen in en om het huis. Enkele jaren na het overlijden van Arina Volker trad hij in het huwelijk met Andrea de Leeuw van Weenen. Zij heeft hem de laatste jaren gedurende zijn ziekte liefdevol verzorgd. Met zijn overlijden op 21 januari 2001 heeft Nederland een zeer markant wiskundige verloren. ☞

Dankbetuiging

Ik dank J. Korevaar voor zijn geweldige hulp bij het schrijven van dit stuk. De belangrijkste perioden die ik beschreven heb heeft hij persoonlijk meegemaakt en hij kon zich die zo levendig herinneren en erover vertellen, dat ik gaandeweg het gevoel kreeg er zelf bij te zijn geweest. Voorts dank ik mevrouw A. de Leeuw van Weenen; zij heeft mij steeds weer toegang verstrekt tot haar gedetailleerde archief.

Referenties

- 1 E.W. Beth, *Inleiding tot de Wijsbegeerte der Wiskunde*, Philosophische Bibliotheek (1940), Dekker & Van de Vegt, Nijmegen- Utrecht, p. 84.
- 2 E.M.J. Bertin, H.J.M. Bos, A.W. Grootendorst, *Two Decades of Mathematics in the Netherlands Mathematical Centre*, Amsterdam (1978).
- 3 Ch. Pommerenke, *Boundary Behaviour of Conformal Maps*, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften **299**, Springer Verlag (1992).
- 4 F. Riesz, B. SZ-Nagy, *Functional Analysis*, Fredrick Ungar Publishing Co., New York (1955).

N.G. de Bruijn

*Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
n.g.d.bruijn@tue.nl*

Jaap Seidel, a friend

On May 8th, 2001, Jaap Seidel died at the age of 81. On the occasion of his eightieth birthday, N.G. de Bruijn delivered the following talk at the symposium 'JAAP 80'. The symposium was a part of the EIDMA conference on Geometric and Algebraic Combinatorics, which took place in August 1999 in Oisterwijk. The full text can be found in [1].

This talk was announced as "Career of a mathematician", a very demanding title, which I will not make completely true. I mainly talk about the beginning of that career, connected with my personal memories. We have been friends for 62 years.

Only recently I learned that Jaap and I had almost met even 69 years ago. We had been in the same warm nest, though not simultaneously.

1930, Den Haag, Galvanistraat. Master-class, formed by the better pupils of five or six schools, intended as preparation for the entrance examinations of the harder variants of secondary education, the HBS and the Gymnasium. I remember the hard problems in applied arithmetic, about rowing boats in a flowing river. Mathematics of social interest, like our ministry of education now wants to introduce at the end of the secondary school curriculum, in order to have 'social mathemat-

ics' replacing so-called dry and formal mathematics. I left that class and the school in 1930. Jaap attended it in 1930–1931.

It was a very scientific neighbourhood, at least as far as the names of the streets were concerned. Jaap lived at a street named after Ampère, the school was at Galvanistraat, and in order to get there we had to go by the Archimedesstraat. Unfortunately, we learned about Archimedes only that he was a rich man who could afford a full bath in his tub every day, and not as the man who did the Riemann integral two millennia before Riemann.

Our class room was situated at the back of the school, with an exit in a street named after Snellius. Snellius (1580–1626) was (from 1613 onwards) professor of Mathematics at Leiden University, a position that Jaap and I never reached! Contributions to trigonometry and optics. Snellius was scientific advisor to the army of Prince Maurits in the war against Spain. That war lasted 80 years, and we know today how long that is! Snellius counted Tycho Brahe and Kepler among his friends. Stimulating environment for our school!

There is one important thing that I vividly remember about the time I left elementary school in the summer of 1930. It was that the Wall street crash, hardly half a year earlier, had made itself seriously felt in the Nether-

lands too. As a 12 year old boy I felt that we would not have much of a future.

Jaap lived in a slightly more protected area. Like so many other prominent Dutch scientists, he came from a family of teachers. Both his father and his mother were teachers. At birthday parties the young boy saw teachers all the time. He was educated in the idea that teaching was respectable.

Leiden

My first real meeting with Jaap was in 1937, when he entered Leiden University. I was a year ahead of him (and had got quite a different kind of upbringing). Jaap at once became a member of the little club of Leiden mathematics students living in The Hague, gathering weekly, usually at my home.

At two occasions we appeared as a singing group at social nights of the Leiden science faculty. It was called The Epsilon Boys, epsilon being for us the true symbol for mathematics. We were always in tune, within an epsilon.

Jaap was much more social than the others, certainly much more social than I was, and it always remained like that. At an early age already, Jaap had experience in what is now called Networking.

Why did Jaap go to Leiden? Quite recently

he asked: why not to Amsterdam, the Mecca of Mathematics, where the great Brouwer was?

Yet I think that in Leiden he was much better off. In Amsterdam he would have had hardly any contact with Brouwer, just with his assistant Freudenthal. Stimulating education anyway, in spite of the fact that it was not perfectly organized. But the main reason for preferring Leiden was, of course, that it was much cheaper. Times were hard. Living in the Hague, you could just stay with your parents, and travel up and down by train or tram, and if the weather was favourable even by a 90 minutes bike ride.

Leiden gave thorough, old-fashioned teaching by Van der Woude and Droste. For analysis this old-fashioned style was not bad at all: the standards were those introduced by Cauchy and Weierstrass. For geometry it was definitely out of date.

But there was also the much younger Kloosterman, with an open eye for what happened in the world. Along with his standard courses, Kloosterman had an extra topic each year, not for the curriculum, just for scientific interest. Examples of these were Abstract algebra (quite a novelty then), Hypercomplex systems, a magnificent course Linear operators in Hilbert space, Linear algebra, Stieltjes integrals and Spectral theory of self-adjoint operators. He did it for the needs of the theoretical physicists: quantum mechanics was a red-hot subject. He presented them perfectly, producing everything from scratch.

Jaap never stops telling me that it was me who urged him to attend that course of Kloosterman on linear operators, right in Jaap's first year. It was linear algebra, both with finite and infinite dimension. And linear algebra would be a main theme of Jaap's mathematical work all through his life. Wherever anything could be expressed in terms of eigenvalues, he would be there to do it.

'40-'45

Leiden university was closed in 1940 by the German occupational authorities, because of the students' protest against the dismissal of Jewish professors. For a time it was unclear whether this would be temporary or not. Students did not quite know what to do. At that time I ran a small class for some of those students, training them in algebra and number theory. I think it was Jaap's initiative to organize this. Later it became obvious that Leiden would not reopen at all, and most mathematics students decided to move to Amsterdam's Free University, where they could go on until,



Standing f.l.t.r.: J.J. Seidel, J.S. Mahler. Seated on the chairs f.l.t.r.: P.W.M. Boin, N.G. de Bruijn, J. Posthumus. On the ground: C.H.D. Steinmetz. The picture was taken on 11 December 1938. Only P.W.M. Boin and N.G. de Bruijn are still alive. Posthumus was a teacher at the VHMO. Seidel became a teacher in Amsterdam and later an instructor at the TH Delft and a full professor at the TH Eindhoven. De Bruijn first became an assistant at the TH Delft, employee of Philips NatLab and a full professor at the TH Delft, University of Amsterdam and the TH Eindhoven. Mahler, Boin and Steinmetz have been employees at Delft. Before they came there, they'd been a teacher in Den Helder, employee at the TH Bandung and teacher at the institute for higher education in Medan, respectively. Steinmetz worked in physics, the others in mathematics.

a few years later, all Dutch universities had to close.

In Amsterdam Jaap came under the direct influence of Haantjes, very stimulating in many areas of modern geometry, much more so than Van der Woude in Leiden ever was. Jaap learned a lot from Haantjes. After the war, he got his PhD under Haantjes, who had

moved, meanwhile, to Leiden. Unfortunately Haantjes died young, in 1956, at the age of 42.

Around the end of the war Jaap became a school teacher, at a prestigious school (Vossius Gymnasium). I believe he did very well there.

Delft

Towards the late forties Jaap became instructor at Delft, where I happened to be a young professor. I caused a little revolution there by putting Analytical Geometry on the basis of Linear Algebra, and had a group of instructors to run the exercises.

I remember that there was a little revolt among my instructors (the leader was Salet). The instructors did not agree with the order of the subjects in my course. But the tradition was that the professor was the absolute boss. This instructors revolt around 1950 was long before the students revolt of 1948. I lost the battle and had to give in. Jaap was one of these instructors. Kuiper was another one.

Linear algebra had to remain simple, and certainly avoided complete abstract formulation. During a vacation trip to Switzerland in 1949 I visited the great Heinz Hopf in Zürich. I had heard that he had started courses in modern linear algebra too, and I wanted to know how he did it. He assured me that he did it even more simple than I wanted to do it. In later years people Bourbakized the subject and made it terribly hard.

In 1954 Jaap worked for some months in Rome, together with Van der Ven. Bottema (an influential mathematician, at that time rector of the university) had objections. I suppose that Bottema felt that someone below the rank of a professor should not have ideas of his own. But others helped Jaap to let him spend a term in Rome.

Much later Bottema changed his attitude to Jaap. I remember that in the middle sixties Bottema was the chairman of a national committee for the mathematics on the university level. Jaap had been quite active in such matters, but at a certain moment his term in the committee ended according to schedule. At the last meeting where Jaap took part, Bottema gave a short speech to thank Jaap for his contributions, and ended by standing up, walking to Jaap's place at the end of the room and shaking hands with him. It struck me as unusual and very moving. It was as if he had always underestimated Jaap and his young institute at Eindhoven, but that he now wanted to show that he considered Jaap as his equal.

1954 had the International Congress of Mathematicians at Amsterdam. Jaap was leader of the entertainment committee. We got the idea to attach an Escher exhibition to the congress. It was a great success. A great thing for Escher too: having it in the prestigious Stedelijk Museum, it gave him recognition that he did not have before and it brought him into contact with scientists from all over the world, in particular with Coxeter and young Penrose. The effect on his work is easily seen: he had learned about the circle groups.

As I said, Haantjes died in Leiden in 1956. After his death Jaap was temporarily hired in Leiden to teach some of Haantjes' courses, in particular Linear algebra, but before that, Jaap already acted as a stand-in for Kloosterman (on leave for a year), and taught the so-called HocusPocus course. Mainly analysis for non-mathematicians. How-to-do-it without fully understanding it.

I think it is very important that Jaap gave both courses. The HocusPocus was mainly analysis, which never was Jaap's topic in particular. But it may have been the root of Jaap's idea of having in Eindhoven an integrated course in mathematics, not split up into subjects (like analysis, analytic geometry, etcetera). And Jaap had seen everything at all levels: the student's level, the one of the instructors, and the one of the professors.

His master's voice

It all was a wonderful preparation for his start as the first man in mathematics at the new Technological University at Eindhoven. Jaap organized the mathematical department and the mathematical curricula all by himself. It was really a one-man-show. He was a wonderful organizer, knew to attract quite a good group of professors and instructors, and let them do it the way he wanted it done. One of the professors who had to follow Jaap's scheme mockingly called his course "His Master's Voice".

Everything in Eindhoven was much more modern than it had been in Delft, and Jaap made full use of it. He at once used the possibility to prepare printed material for courses and exercises, and turned the mathematics

education in Eindhoven into a big, smoothly running factory. It was extremely successful, certainly the best one in the Netherlands.

Eindhoven's mathematics department was outstanding, not only because of the quality of teaching, but also scientifically. Around 1970 we had 4 members in the Netherlands Academy of Science, where the total number of mathematicians was 10.

Research

Jaap was a late starter, as far as his own scientific activities were concerned. For a long time most of his energy had gone into educational and organizational matters. It is really amazing that he picked up large scale research in 1966, at the age of 47, and that he became so productive in the years after that. It was of course connected with the fact that he resigned as head of the department: the machine was running so smoothly that he could leave the managing to others.

I think that 1966 was the first time that Jaap attended an international conference on combinatorics. It was at Varenna, in Northern Italy at the Lago di Como. A romantic place. Frank Harary was the organizer. We went together. I introduced Jaap to Harary, and Harary asked: "Is he your student?" I said at once: "No he is my boss!" That impressed Harary and changed his attitude.

By the way, Jaap and I went there with our wives. We usually travelled crammed in a small car, either our Volkswagen Beetle or their Renault 4, even smaller. We went to Paris that way in 1957, to the Edinburgh International Congress of Mathematicians in 1958, and let us not forget the pleasant sailing vacations with our full families in Friesland.

I mentioned Linear Algebra as a central theme in Jaap's life. But we should also stress Networks. In the mathematical sense: graphs, but also other kinds of networks. Connecting different branches of mathematics to each other. And getting people together and let them collaborate. The best example of a network in nature is a spider's web, so let us imagine Jaap as the spider sitting in a corner and abiding his time. 

References

- 1 N.G. de Bruijn, *Jaap Seidel 80*, Designs, Codes and Cryptography **21** (1999), 7–10.

Aart Blokhuis

Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
aartb@win.tue.nl

Jack van Lint

Faculteit Wiskunde en Informatica
Technische Universiteit Eindhoven
Postbus 513, 5600 MB Eindhoven
J.H.v.Lint@tue.nl



Johan Jacob Seidel (1919-2001)

In memoriam

Johan Jacob Seidel

Op 8 mei 2001 overleed Johan Jacob Seidel op de leeftijd van 81 jaar. Daarmee verloor de Technische Universiteit Eindhoven de grondlegger van de faculteit Wiskunde en Informatica en één van de grondleggers van de befaamde onderzoeksgroep in de discrete wiskunde. Wiskundig Nederland verloor een markante wiskundige die gedurende zijn hele loopbaan op vrijwel alle facetten van de wiskunde in Nederland een grote invloed heeft gehad.

Jaap Seidel werd op 19 augustus 1919 geboren in Den Haag. Hij legde er in 1937 het eindexamen Gymnasium β af aan het Stedelijk Gymnasium. In datzelfde jaar begon hij zijn studie in de Wis- en Natuurkunde aan de Rijksuniversiteit te Leiden; in 1940 legde hij in die faculteit het candidaatsexamen A af. Wegens de sluiting van de Leidse Universiteit zette hij in 1941 de studie voort aan de Vrije Universiteit te Amsterdam, waar hij in de zomer van 1946 het doctoraal examen, met hoofdvak wiskunde, aflegde. De studie had een forse onderbreking gehad doordat hij door de bezetter was gedwongen als arbeider in een fabriek in Berlijn te werken. Tijdens een korte vakantie zag hij kans naar Nederland te ontsnappen waarna hij tot het einde van de oorlog ondergedoken bleef.

Vanaf maart tot juli 1946 was hij leraar aan

de MTS voor bouwkunde te Amsterdam en van september 1946 tot september 1950 leraar aan het Vossius Gymnasium te Amsterdam. Ondertussen bereidde hij een proefschrift voor en promoveerde op 25 mei 1948 tot doctor in de Wis- en Natuurkunde aan de Rijksuniversiteit Leiden, waarbij prof. dr.J. Haantjes als promotor optrad. De titel van het proefschrift luidde *De congruentie-orde van het elliptische vlak*.

In 1950 werd hij benoemd als wetenschappelijk ambtenaar (instructeur) aan de Technische Hogeschool Delft en in 1955 volgde zijn bevordering tot hoofdambtenaar. In het voorjaar van 1955 vertoefde hij met studieverlof aan de universiteit van Rome, een mogelijkheid die niet vaak aan jonge medewerkers werd geboden. In het cursusjaar 1955–1956 gaf hij een cursus Infinitesimaalrekening aan de Rijksuniversiteit Leiden en vanaf 1 november 1955 nam hij de colleges Analytische Meetkunde II waar, die Haantjes wegens ziekte verhinderd was te geven.

Op 20 december 1955 werd Seidel voorgedragen als adviseur van de commissie De Quay, die de oprichting van de Technische Hogeschool Eindhoven voorbereidde en op 1 februari 1956 volgde zijn benoeming tot lid. Bij Koninklijk Besluit 53 van 5 november 1956 werd hij benoemd tot gewoon hoogleraar in de wiskunde aan de Technische Hogeschool

Eindhoven. Na een zeer gevarieerde voorbereiding begon daarmee een glansrijke periode van bijna een halve eeuw waarop we in meer detail ingaan. Voor meer bijzonderheden over de periode vóór Eindhoven verwijzen wij naar het artikel *Jaap Seidel, a friend* van N.G. de Bruijn, in dit nummer van het Nieuw Archief.

Opbouw

In de eerste tien jaren van het bestaan van de Technische Hogeschool Eindhoven heeft Seidel min of meer eigenhandig wat nu de Faculteit Wiskunde en Informatica heet opgebouwd. Hij wist een zeer goede staf aan te trekken om zijn visie op het wiskundeonderwijs aan een technische universiteit, gebaseerd op zijn Delftse ervaringen, te realiseren. Op vorm en inhoud van dat onderwijs heeft hij een duidelijk stempel gedrukt. De cursussen bestonden niet uit losse vakken maar de samenhang van allerlei gebieden werd benadrukt. Bovendien was er uniform onderwijs voor alle studierichtingen. De in die tijd gebruikte dictaten voor de studenten werden schertsend ‘His Master’s Voice’ genoemd. Zijn bezoeken aan andere universiteiten, op zoek naar uitbreiding van de Eindhovense staf, waren gevreesd. In Utrecht werd als grap verteld dat Freudenthal een spion op het NS station had die hem waarschuwde als Seidel uit de trein stapte. Prompt kreeg de

staf vrij om op Loosdrecht te gaan zeilen. Het heeft niet geholpen: van de wetenschappelijke staf anno 1960 kwam een derde deel uit Utrecht. De grootste stunt op dit gebied was dat hij N.G. de Bruijn overhaalde om Amsterdam voor Eindhoven te verwisselen. Voor de wetenschappelijke ontwikkeling van Eindhoven heeft dat grote invloed gehad.

Timmans idee om een opleiding tot wiskundig ingenieur in te richten sprak Seidel direct aan. Samen met G.W. Veltkamp oriënteerde hij zich bij de industrie, onder andere in de Verenigde Staten, naar gewenste eindtermen en al in september 1961 startte een dergelijke opleiding aan de Technische Hogeschool Eindhoven. De belangstelling voor deze opleiding aan de technische universiteiten is daarna zeer sterk gegroeid. Inmiddels zijn diverse klassieke wiskunde-opleidingen er ook toe overgegaan om varianten aan te bieden die opleiden voor functies in het bedrijfsleven.

Binnen de Technische Hogeschool Eindhoven bekleedde Seidel allerlei organisatorische functies, bijvoorbeeld in onderwijscommissies. In het jaar 1970–1971 was hij secretaris van de senaat. Niet onvermeld mag blijven dat hij, in een periode waarin in Eindhoven centralistisch werd gedacht, er in slaagde om het wiskundedeel van de centrale bibliotheek los te weken en in het mathematisch instituut te vestigen. In de loop der jaren heeft hij vele aanslagen op dit voor de faculteit zo kostbare bezit weten af te slaan. Het was de bibliothecaris van de Technische Hogeschool Eindhoven uiteraard een doorn in het oog dat deze bibliotheek onder leiding stond van een medewerker van de faculteit.

Het is moeilijk om recht te doen aan de landelijke bestuursactiviteiten van Seidel zonder vele bladzijden te vullen met namen van commissies. Zijn invloed in allerlei commissies was groot omdat men zeer snel zag dat hij het belang van de wiskunde of de wetenschap of het onderwijs zelf voorop stelde en niet handelde als een belangenbehartiger van Eindhoven.

Een flink deel van de Nederlandse universitaire wiskundigen wordt terecht verweten dat het te lang te weinig belangstelling had voor de wiskunde in het middelbaar onderwijs. Dit kan stellig niet van Seidel worden gezegd. Binnen de Technische Hogeschool Eindhoven vervulde hij een actieve rol bij het tot stand brengen van een aan de eisen van de tijd aangepaste opleiding tot het verkrijgen van de onderwijsbevoegdheid in de wiskunde. Daarnaast heeft hij gezorgd voor de totstandkoming binnen de faculteit van een

groep didactiek waarvan hij lang de leiding had.

Zijn belangstelling voor het VWO kwam verder tot uitdrukking door jarenlang lidmaatschap van de Commissie Modernisering Leerplan en de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde. Verder was hij bestuurslid van het Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs (IOWO) en lid van de Commissie Universitaire Leraren Opleiding van de Academische Raad.

Speciale vermelding verdient ook Seidels voorzitterschap van de Commissie Wiskunde en Informatica bij het Hoger Beroeps Onderwijs (WIHBO). Deze commissie werd in 1979 opgericht en Seidel bekleedde het voorzitterschap tijdens de belangrijke beginjaren. Hij wist velen te mobiliseren om een bijdrage te leveren aan de opzet en de ondersteuning van het informaticaonderwijs aan het HBO. Verder was hij voorzitter van de Eindhovense commissie voor de wetenschappelijke begeleiding van het Mollerinstituut (tweedegraads lerarenopleiding).

Een aantal activiteiten van Seidel kan men beschouwen als voorlopers van het ontstaan van een informatica opleiding. Al in 1959 was onder zijn leiding aan de Technische Hogeschool Eindhoven een opleiding tot wetenschappelijk rekenaar gestart. De eerste diploma's werden twee jaar later uitgereikt. Hij werd in 1964 lid van de adviescommissie voor rekenexamens van het Wiskundig Genootschap. Als uitvloeisel van deze activiteiten kwam onder zijn redacteurschap het boek *Computerwiskunde* tot stand (Spectrum 1969).

In 1963 werd Seidel lid van de Sectie Wiskunde van de Academische Raad (en later voorzitter). Tevens was hij binnen de Academische Raad lid van de commissie Doceren en Studeren en de Commissie Universitaire Lerarenopleiding.

Ook op het gebied van onderzoek had hij vele landelijke bestuursfuncties. Naast zijn lidmaatschap van de adviescommissie Exacte Wetenschappen van ZWO noemen wij zijn lidmaatschap van de raad van ZWO. In 1977 werd hij lid van de door de KNAW ingestelde Commissie voor de Wiskunde. Seidel behoorde tot de groep wiskundigen die het Mathematisch Centrum van groot belang achtten voor de wiskunde in Nederland. Hij nam aan diverse wetenschappelijke activiteiten deel (met onder andere als resultaat het boek *Colloquium Discrete Wiskunde* met P.C. Baayen en J.H. van Lint; Mathematisch Centrum 1968). Hij werd lid van de Adviescommissie Mathematisch Centrum en in 1978 curator. In die

functie slaagde hij er in P.C. Baayen er van te overtuigen dat deze met succes het Mathematisch Centrum kon leiden. Voor de overgang van Mathematisch Centrum naar Centrum voor Wiskunde en Informatica is dat een goede zet geweest.

Voor zijn vele verdiensten, ook op wetenschappelijk gebied (waarover hieronder) werd hij in 1975 benoemd tot Ridder in de Orde van de Nederlandse Leeuw. Men was even bang geweest dat hij een dergelijke onderscheiding niet op prijs zou stellen. Terecht zei hij echter deze te beschouwen als een blijk van waardering van de kant van de Technische Hogeschool Eindhoven en zijn collega's. Hij stelde hem juist daarom zeer op prijs. Bij besluit van de Algemene Ledenvergadering van het Wiskundig Genootschap op 17 april 1998 te Enschede werd hij benoemd tot erelid van het genootschap, weer op grond van zijn vele verdiensten voor de wiskunde!

Na bijna tien jaar lang gewerkt te hebben aan de opbouw van de Faculteit Wiskunde en Informatica van de Technische Hogeschool Eindhoven vond hij dat anderen de leiding over konden nemen. Op de leeftijd van 47 jaar begon hij opnieuw aan de beoefening van de wetenschap.

Opnieuw onderzoek

Kenmerkend voor de wiskundige activiteiten van Jaap Seidel zijn de breedte van zijn interesses, de invloed van zijn werk, en de interne samenhang. Hierbij is een van de belangrijkste kenmerken het samenspel tussen Combinatoriek, Algebra en Meetkunde.

Basis voor veel van zijn latere onderzoek ligt al in het onderwerp van zijn promotie in 1948, *De congruentie-orde van het elliptische vlak*. Dit onderwerp werd 18 jaar later weer opgepakt in het artikel *Equilateral point sets in elliptic geometry* (met J.H. van Lint) [2], een publicatie die gezien kan worden als het begin van zijn tweede wetenschappelijke periode.

In Euclidische termen gaat het om het bepalen van maximale stelsels gelijkhoekige rechten in de $\mathbf{R}^n$, zoals bijvoorbeeld de zes lichaamsdiagonalen van de icosaaëder. Als we op elke rechte uit zo'n stelsel een eenheidsvector kiezen, en vervolgens van dit stelsel de Grammatrix beschouwen, dan krijgen we een matrix met 1 op de diagonaal, en $\pm\alpha$ erbuiten, waarbij α de cosinus is van de betreffende hoek. Op deze manier wordt met het stelsel rechten een graaf geassocieerd. De punten van de graaf corresponderen met de rechten en twee punten zijn verbonden als de gekozen vectoren hoek van $\arccos \alpha$

met elkaar maken. Een andere keuze van eenheidsvectoren leidt tot een graaf die hiermee 'switching-equivalent' is. De notie switching, soms ook Seidel-switching genoemd, werd geïntroduceerd in [2]. Een graaf is switching-equivalent met een andere als deze ontstaat door de punten van de andere graaf te partitioneren in twee stukken en vervolgens de kanten (dus de verbindingen) tussen de verschillende delen te verwijderen en omgekeerd de niet-kanten als verbindingen toe te voegen. Bij de zes diagonalen van de icosaeëder hoort zo bijvoorbeeld de graaf bestaande uit een vijfhoek plus een geïsoleerd punt, in Eindhoven ook wel (schertsend) de 'Seidelgraaf' genoemd. Omgekeerd definieert een klasse van switching-equivalente grafen een stelsel gelijkhoekige rechten via de Grammatrix $I - \alpha A$, waarbij A de door Seidel geïntroduceerde $(0, -1, +1)$ verbindingsmatrix is en $1/\alpha$ de grootse eigenwaarde van deze matrix.

Een andere manier om zo'n equivalentieklasse te beschrijven is met het begrip 'two-graph'. Bij switchen verandert de pariteit van het aantal kanten tussen een drietal punten niet. Zo kunnen dus twee soorten drietallen onderscheiden worden, die met een even aantal, en die met een oneven aantal kanten. Verder geldt dat elk viertal punten een even aantal 'even tripels' bevat. Omgekeerd geldt voor elke collectie drietallen met de eigenschap dat elk viertal een even aantal ervan bevat, dat deze correspondeert met een 'two-graph', en dus met een equivalentieklasse van switching equivalente grafen.

Het verband tussen enerzijds meetkundige configuraties, en anderzijds grafen en het spectrum van hun verbindingsmatrix leidde vervolgens tot belangrijk onderzoek op het gebied van sterk reguliere grafen. Deze worden algebraïsch gekarakteriseerd door het feit dat de verbindingsmatrix precies drie eigenwaarden heeft (waarvan één multipliciteit één heeft en hoort bij de 'all-one vector'), en combinatorisch door de eigenschap dat elk punt hetzelfde aantal burens heeft (k), elk tweetal verbonden punten hetzelfde aantal gemeenschappelijke burens (λ), en elk tweetal niet verbonden punten ook (μ). Zo is bijvoorbeeld de Petersengraaf, met als punten de tien paren uit vijf, die verbonden worden als ze disjunct zijn, sterk regulier met $k = 3$, $\lambda = 0$ en $\mu = 1$.

Zijn werk in deze periode wordt gekenmerkt door intensieve samenwerking met buitenlandse collega's waarvan in het bijzonder J.-M. Goethals, Ph. Delsarte en P. Cameron vermeld dienen te worden. De karakterisering van grafen onder condities op het spectrum van de verbindingsmatrix leidde vervolgens tot connecties met wortelsystemen, een ontdekking waar hij zelf bijzonder mee was ingenomen. (Hij vertelde ons eens dat hij er zo vol van was dat hij een wildvreemde man in de trein het geheel een uur lang heeft uitgelegd.) Een ander uitvloeisel van deze onderzoeken was het werk van zijn eerste promovendus, Willem Haemers, wiens proefschrift *Eigenvalue techniques in Design and Graph Theory* een standaardwerk is geworden op dit gebied.

Eindige meetkunde

In nauw verband met het voorafgaande staan een groot aantal combinatorische structuren, die op een of andere manier gekenmerkt worden door kwadratische matrixvergelijkingen voor $(0, -1, +1)$ -matrices, zoals Hadamard matrices, Conferentie matrices, block designs, in het bijzonder quasi-symmetrische.

Voor veel van deze onderwerpen geldt, dat ze op een of andere manier samenhangen met objecten uit de Eindige Meetkunde (de studie van structuren in vectorruimten over eindige lichamen). In 1982 verzorgde Seidel op verzoek van de studenten een college over dit onderwerp. Dit was voor zijn tweede promovendus, A. Blokhuis, de eerste kennismaking met deze tak van de wiskunde. Het zou zijn toekomst blijvend beïnvloeden. Omdat een volledig overzicht van zijn publicaties over deze onderwerpen hier natuurlijk niet mogelijk is beperken we ons tot een laatste wezenlijke bijdrage, namelijk 'sferische designs'.

Een 'gewoon' $t - (v, k, \lambda)$ design is een collectie k -tallen (blokken genoemd) uit een verzameling ter grootte v , met de eigenschap dat elk t -tal bevat is in precies λ blokken. In zekere zin kunnen de blokken gezien worden als een representatieve deelcollectie van de verzameling van alle k -tallen. Een *sferisch t -design* is een collectie punten op de d -dimensionale bol met de eigenschap dat de (genormaliseerde) integraal van een polynoom van graad $\leq t$ over de bol gelijk is aan het gemiddelde van deze functie over de

punten van het design. Dat brengt ons weer terug bij de icosaeëder, de 12 hoekpunten hiervan vormen een sferisch 5-design. Hetzelfde geldt voor de 60 hoekpunten van de 'moderne' voetbal, wiskundig gezien een veelvlak bestaande uit 12 regelmatige vijfhoeken, omringd door in totaal 30 regelmatige zeshoeken. In een artikel [3] met J.-M. Goethals wordt aangetoond dat een kleine wijziging van deze configuratie (waardoor de zeshoeken 'half-regelmatig' worden) leidt tot een sferisch 9-design (met nog steeds 60 punten), en dus zonder twiifel tot een veel betere voetbal.

In een kort artikel als dit kan vanzelfsprekend geen recht gedaan worden aan de volle breedte en diepte van het werk van Jaap Seidel. Een betere indruk wordt gegeven in [1] waarin naast een volledige lijst van publicaties (tot 1990) een bloemlezing van 28 artikelen is opgenomen verdeeld over de categorieën Graphs and Designs, Lines with few angles, Matrices and Forms, en Non-Euclidean Geometry. Uit het voorwoord van dit boek halen we aan: "*Professor Seidel's love of mathematics and his enthusiasm as an expositor of mathematics have led to an international reputation as an ambassador of mathematics. He has been especially active in Eastern Europe and in Asia where he has contacted many mathematicians and introduced their work to the Western world. His encouragement and enthusiasm have been especially valuable to young mathematicians. Many of us have been warmly welcomed by Jaap and Ada into their home and into their family. Very quickly, mutual mathematical interests grew into a close personal friendship.*"

Tot op het laatst was Seidel zeer betrokken bij de wiskunde. Zijn laatste artikel, *Definitions for Spherical Designs* verscheen in mei 2001 in het *Journal of Statistical Planning and Inference*. Hij klaagde dat de ontwikkelingen in de Quantum-Coderingstheorie voor hem te laat waren gekomen. Herstellend van een gebroken heup woonde hij in augustus 1999 de internationale conferentie Geometric and Algebraic Combinatorics bij die zijn twee promovendi (of om met Seidel te spreken, zijn wetenschappelijke zonen), Willem Haemers en Aart Blokhuis ter ere van zijn tachtigste verjaardag hadden georganiseerd. ☞

Referenties

- 1 D.G. Corneil en R. Mathon, *Geometry and Combinatorics, Selected Works of J.J. Seidel*, Academic Press, Inc., 1991.
- 2 J.H. van Lint en J.J. Seidel, *Equilateral point sets in elliptic geometry*, Proc. Kon. Ned. Akad. v. Wet. Ser. A **69** (=Indag. Math. **28**) (1966), 335–348.
- 3 J.-M. Goethals en J.J. Seidel, *The football*, Nieuw Archief voor Wiskunde **29** (1981), 50–58.

Gerard Sierksma

Faculteit der Economische Wetenschappen

Universiteit Groningen

Postbus 800, 9700 AV Groningen

g.sierksma@eco.rug.nl

Inaugurele rede

Een kleine stap naar

Deze rede is op 20 maart 2001 uitgesproken door Gerard Sierksma bij zijn benoeming tot bijzonder hoogleraar Logistiek Management aan de Rijksuniversiteit Groningen.

Ruim driehonderd jaren geleden joeg de Zwitserse wiskundige Johann Bernoulli Groninger theologen en collega-wetenschappers in de gordijnen met zijn proefondervindelijke bewijzen van wat kortste afstanden zijn tussen locaties in de ruimte. De proeven deed hij vanaf de kansel van de Academiekerk, die ooit op de plaats stond van de huidige universiteitsbibliotheek. (Op dit moment dwarrelen vanaf de kansel papiersnippers naar beneden.) Natuurverschijnselen dienden volgens deze theologen en collega-wetenschappers niet verklaard of bewezen te worden; nee, achter die natuurverschijnselen diende men slechts de diepere bedoelingen van de goddelijke almacht nauwkeurig te analyseren en te doorgronden. De introductie door Bernoulli van deze zogeheten 'Philosophia Experimentalis' heeft de gemoederen zozeer in beroering gebracht, dat hij het na tien jaren Groningen voor gezien hield. In 1705 keerde Bernoulli terug naar Bazel.

Anderhalf jaar geleden verscheen in de *Annals of Science* een artikel met de titel 'De Grote Sprong naar het Oneindig Kleine'. De reden om het hier te vermelden is dat het werken aan mij veel intellectueel genoeg heeft gegeven, niet in de laatste plaats omdat ik het artikel heb geschreven samen met mijn broer Wybe en voor een groot deel thuis bij mijn moeder op het moment dat mijn vader

reeds uit ons leven aan het verdwijnen was. Het artikel behandelt de worsteling van Johann Bernoulli met het bestaan van oneindig kleine grootheden en zijn discussie daarover met Leibniz. In 1702, schrijft Leibniz in één van zijn brieven aan Bernoulli:

"[...] om [...] subtiële strijdvrage te vermijden volsta ik er mee het oneindige door het onvergelykbare te verklaren [...] Zo is bijvoorbeeld een deeltje van de magnetische materie dat door een glasplaat dringt niet vergelykbaar met een zandkorrel, deze weer niet met de aardbol, en de aardbol tenslotte weer niet met het universum [...]"

De grote sprong naar die oneindig kleine grootheden bracht mijzelf in een flits terug naar mijn jeugdige fascinatie voor het oneindig grote. En daarmee had ik het uitgangspunt te pakken voor mijn oratie, op een dag in een periode van mijn leven waarin het gezin, waarin ik ben opgegroeid, nog slechts een kleine stap verwijderd is van de afscherming van de ouders naar ons begin van het oneindige. Vandaag wil ik u iets vertellen over mijn fascinatie voor simpel lijkende problemen die transcendent, 'universum overschrijdend' moeilijk blijken te zijn.

De sprong naar het oneindig kleine

Het probleem van Bernoulli's kortste afstanden kan als volgt worden omschreven. Neem twee punten A en B in de ruimte, A is het hoogste en B het laagste punt, en stel je de vraag: wat is de vorm van de baan waarlangs een rollend voorwerp het snelst zich ver-

plaatst van A naar B ? Is dat een kaarsrechte baan tussen A en B ? Of eerst stijl naar beneden en dan min of meer vlak verder? Of iets er tussenin? Bernoulli bewees, en illustreerde dit met een apparaat, dat de snelste weg een kromme tussen beide uitersten in is. De vorm van de cycloïde bleek de kortste afstand te zijn. Hij gebruikte daarvoor de zogenaamde differentiaal- en integraalrekening. In deze theorie veronderstelde hij oneindig kleine entiteiten, de differentials. Bij de integraalrekening werden oneindig veel van die oneindig kleine entiteiten samengesteld, of te wel geïntegreerd, tot een eindige, een tast- en zichtbare grootheid. De theologen waren ontutst. De arrogante wetenschapper had zich op de troon van God gezet en schiep iets uit niets, namelijk uit oneindig kleine delen maakte de wetenschapper iets tast- en zichtbaars. Deze grote stap naar het oneindig kleine was baanbrekend en is nog steeds de basis van de wiskunde van astronomen, fysici en economen.

Bernoulli haalde de schouders op over de 'domkoppen', die zijn ideeën en proefondervindelijke bewijzen vanaf de preekstoel beschouwden als 'ontheiliging van de kerk', en antwoordde: "Al wie maar leutert dat de tempel Gods ontheiligd is geraakt door mijn experimenten, [...] is of niet toerekeningsvatbaar of laat op schandelijke wijze zijn vooringenomenheid en zijn boosaardigheid jegens mij en mijn werk zien [...] en dient beschouwd te worden als de meest stompzinige mensenhater." Tegen één van zijn studenten, Petrus Venhuijsen, die hem beschuldigde een 'ver-



Gerard Sierksma

het oneindig grote

derver der jeugd' en een 'godloosen Ketter' te zijn, antwoordde Bernoulli: "Laat die on-gehoorde praatjesmaker toch inzien dat hij er zelf zeer vreemde gedachten op na houdt, die via de buik en het toilet verwijderd moeten worden." De discussies waren fel en vaak werd er op de man gespeeld. Spannend was het dus zeker en wellicht ook inspirerend en motiverend. In ieder geval hadden de wiskundigen in de gaten bezig te zijn met iets belangwekkends, iets revolutionairs. En dat verklaart hun ambitie.

Drijfveren

Welke ambitie hebben wetenschappersheden ten dage? Wat brengt hen iedere dag zo opgewekt naar de werkplek? Nooit eerder verschenen er zoveel wetenschappelijke publicaties per jaar als in onze tijd. Wat bezielt hen? Welke ambitie drijft hen? Ik heb een aantal vooraanstaande Groningse geleerden deze vragen voorgelegd. Een kleine bloemlezing uit hun antwoorden wil ik u niet onthouden.

De wiskundige Floris Takens, één van de grondleggers van de chaos-theorie, voelt een onweerstaanbare drang om het chaotisch lijkende karakter van bijvoorbeeld hartsignalen te begrijpen: wanneer is een signaal van het hart zorgwekkend en wanneer is het goed? De econometrist Tom Wansbeek ziet wetenschap als 'sport waarin je zo nu en dan het jongensachtige genoeg smaakt van de overwinning een artikel gepubliceerd te zien en dat genoeg te delen met collega-wetenschappers. Het feit dat de wereldeconomie ieder jaar met een paar procentjes groeit is mede te dan-

ken aan de kennistoename en daar dragen econometristen hun steentje aan bij'. De historicus Dick de Boer ziet de bestudering van de geschiedenis als de 'derde dimensie in de strijd tegen vooroordelen'. Hij laat dat zien door de middeleeuwse normen en waarden te vergelijken met de huidige en 'voelt nog dagelijks de blijdschap' als hij de archieven uit die periode 'betraapt op 'moderne' vooroordelen'. De Boer noemt dit 'de fascinatie voor het andere en het eendere'. De atoomfysicus Reinhard Morgenstern is steeds op zoek naar probleemstellingen die relevant zijn voor wetenschappers uit andere vakgebieden, en die hijzelf met z'n groep kan oplossen, zodat men dan zegt: "kijk dat is Reinhard Morgenstern die dat beroemde probleem heeft opgelost." Zo is onlangs komen vast te staan dat een ijskoude komeet plotseling röntgenstraling kan uitzenden. Hij heeft aangetoond dat dat komt door botsing en heeft dergelijke botsingen kunnen nabootsen in zijn laboratorium.

"Het is toch prachtig als je hier beneden kunt verklaren wat daar hoog boven gebeurt!", aldus Morgenstern. Arjo Vanderjagt is in Groningen hoogleraar geschiedenis van de filosofie en houdt zich bezig met de literaire cultuur. Op mijn vraag wat het praktisch nut is van dat onderzoek reageert hij als door een wesp gestoken: "Dergelijke vragen vind ik apekool en ik kan me er soms woest over maken. Nee, mijn onderzoek heeft geen enkel praktisch nut." Vanderjagt heeft ontdekt dat de wortels van de Nederlandse staat niet in de 17e eeuw liggen, maar "dat die zich reeds in de 14e eeuw ontplooiën." Ziezo, dacht ik,

na Bernoulli eindelijk een wetenschapper die zich boos kan maken.

De lezing gaat dus over ambitie en fascinatie voor wetenschap. Over de wereld van het exponentieel grote. Over de oneindige moeilijkheid van simpel lijkende problemen.

Atoomontploffingen

Gedurende de Tweede Wereldoorlog verzamelden zich in Los Alamos in de Verenigde Staten een aantal grote wiskundigen en fysici, waaronder de ook in ons vak bekende John von Neumann. Zij waren daar om een wapen te ontwerpen dat definitief een einde zou maken aan de oorlog. Ik kan me nog heel goed de kinderlijke opwinding herinneren over de bom met de 'oneindig' harde knal en de 'oneindig' verwoesting. De uitleg van mijn natuurkundeleraar was indertijd voor mij volstrekt helder: ieder deeltje spat in tweeën uiteen en dat proces herhaalt zich, zoals het groene kroos op een vijver, van één deeltje naar twee, van twee naar vier, naar acht, naar zestien, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, en zo voort. Binnen de kortste keren hebben we te maken met giga grote getallen. Het kroos op een vijver groeit in het begin heel langzaam en het kan weken duren tot de helft van de vijver is bedekt. Maar dan de volgende ochtend in één laatste kleine stap, in één laatste explosie, is de hele vijver vol. Bij een atoomontploffing valt ieder materiedeeltje uit elkaar, en in een verwoestende knal wordt het laatste kruis verschoten en explodeert het als een supernova aan het einde van haar bestaan.

De reeks hierboven heet een exponentiële

Aantal tussenpunten	Aantal paden kortste-pad probleem	Aantal paden handelsreiziger probleem
1	2	1
2	5	2
3	16	6
4	65	24
5	326	120
6	1957	720
7	13700	5040
8	109601	40120
9	906410	362880
10	9864101	362880
11	108505112	39916800
12	1302061345	479001600
13	16926797486	6227020800
14	236975164805	87178291200
15	3554627472076	1307674368000
16	56874039553217	20922789888000
17	966858672404690	355687428096000
18	17403456103284421	6402373705728000
19	33066566592404000	121645100408832000
20	6613313319248080001	2432902008176640000

Tabel 1 Het totaal aantal paden van het kortste-pad probleem en van het handelsreiziger probleem bij toename van aantal tussenliggende locaties

reeks en wordt geschreven als 2^n waarbij n gelijk is aan $1, 2, 3, \dots$. Als kind schreven we schriften vol met nummers van autobussen die tijdens één of andere hoogtijdag ons kleine stadje verzadigden. Nummer na nummer schreven we op. Als middelbare-schoolpubers maakten we soms zelfs 's avonds laat onder de dekens lange exploderende exponentiële reeksen van getallen. En wat waren al die reeksen nog *peanuts* bij de super-exponentiële reeksen $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times \dots$ en $2 \times 4 \times 8 \times 16 \times 32 \times 64 \times 128 \times \dots$. Al was er geen verkettering, de spanning dat het zo 's avonds laat niet mocht joeg het tempo op tot duizelingwekkende getallen waarbij we de organische krachten van atombomontploffingen dachten te ervaren.

De fascinatie was het oneindige te kunnen bereiken in een paar kleine stappen. Om alles te kunnen omvatten en te begrijpen, op een Werner-von-Braunse-Münchhausen-raket, waarvan de snelheid zou toenemen volgens super-exponentiële reeksen, gaf de ultieme spanning dat aan de uiterste grenzen van het heelal de goddelijk almacht te bereiken zou zijn.

Kortste routes

Op de golven van de fascinatie zouden we ons verder kunnen laten meedrijven in hoogdravende bespiegelingen. Beter is het om terug te keren naar meer aardse zaken. Om kortste routes te bepalen dienen we vaak lange

wegen te gaan. Ieder vervoersbedrijf wil zijn vrachtwagens uitsluitend kortste of snelste routes laten rijden. Maar hoe bepaal je die? Zijn die altijd wel te bepalen? Is het moeilijk of gemakkelijk dergelijke routes te bepalen? Zijn er andere problemen die iets te maken hebben met kortste routes? Is een reorganisatieprobleem waarin je situatie A op een zo efficiënt mogelijke wijze wilt veranderen in een optimale situatie B een dergelijk ander probleem? Hoe zit het met de samenstelling van het ideale voetbalteam? En wat is eigenlijk optimaal? En wanneer is een probleem gemakkelijk of moeilijk? Het vakgebied der kwantitatieve logistiek probeert op deze vragen antwoorden te geven. Laat ons een aantal van deze problemen wat nader bestuderen.

Bij het zogenaamde *kortste-pad probleem* wordt gevraagd de kortste route van een vaste locatie A naar een vaste locatie B te vinden. Als er slechts één directe verbinding is tussen A en B is er maar één keuze en zijn we snel klaar. Stel dat we ook nog via een ander punt van A naar B kunnen reizen. Dan zijn er twee mogelijkheden: rechtstreeks, of via dat andere punt. De kortste route is dan één van deze twee. Stel nu dat er twee extra locaties tussen A en B zijn. Dan is het aantal mogelijkheden om van A naar B te gaan 5. Zijn er 10 tussenliggende locaties, dan is dit aantal opgelopen tot 9.864.101, bijna 10 miljoen dus. Met andere woorden, het aantal mogelijkheden waaruit we de kortste route moeten kiezen neemt

superexponentieel toe met het aantal tussenliggende punten.

Het zogenaamde *handelsreiziger probleem* wordt gegeven door het bepalen van de kortste route van A naar B bepaald worden, waarbij alle tussenlocaties tussen A en B bezocht dienen te worden. Ook bij dit probleem is de zoekruimte superexponentieel groot. Bijvoorbeeld als er, naast A en B , 10 andere locaties bezocht moeten worden, dan zijn er 3.628.800 mogelijke routes.

Voor beide problemen geldt dat één van die duizelingwekkende aantallen de kortste route is. Het is zoeken naar een speld in een hooiberg met evenwel de zekerheid dat die speld er in zit. We zoeken iets dat daadwerkelijk bestaat. Welke van beide problemen is het moeilijkst of zijn ze even moeilijk? Een maat voor de moeilijkheidsgraad zou de grootte van de zoekruimte kunnen zijn. Dat zou dan betekenen dat het kortste-pad probleem het moeilijkst is. In geval van 10 tussenliggende locaties hebben we voor het kortste-pad probleem maar liefst zo'n 6 miljoen meer mogelijkheden dan voor het handelsreiziger probleem. Het verschil is aanzienlijk en neemt toe naarmate het aantal tussenliggende locaties groeit. Sterker nog, zelfs dit verschil explodeert.

Moeilijke en makkelijke problemen

Voor het onderscheid tussen de begrippen gemakkelijk en moeilijk is in de zestiger jaren de zogenaamde complexiteitstheorie opgesteld. In 1953 ontwaren we echter al de eerste sporen van deze theorie in een artikel van de hand van John von Neuman, inderdaad dezelfde die aan de wieg heeft gestaan van de atoombom. Met deze theorie is het mogelijk om onderscheid te maken tussen gemakkelijk en moeilijke problemen.

Dit gaat ongeveer als volgt. Om alle problemen met elkaar te kunnen vergelijken worden ze eerst getransformeerd in problemen waarop het antwoord alleen 'ja' of 'nee' is. Kortste-pad problemen worden dan: Is er een route die niet langer is dan een vooraf gegeven afstand? Bijvoorbeeld, kun je van A naar B in niet meer dan, zeg, 100 kilometer? Volgens deze theorie heet een probleem gemakkelijk, in vakjargon een P-probleem [9], als er een rekenmethode is ontdekt waarmee een computer 'snel' het antwoord op de vraag kan berekenen. Het oplossen van deze problemen is meestal verre van eenvoudig, echter zodra een methode gevonden is, noemen we ze gemakkelijk. 'Snel' betekent in dit verband: binnen praktisch gezien redelijke tijdslimieten. Dit betekent dat, hoe de locaties ook liggen



Figuur 1 Johann Bernoulli (1667–1748) hoogleraar in de wiskunde te Groningen van 1695 tot 1705

en wat de vooraf gegeven afstanden tussen de locaties ook mogen zijn, het bepalen van het antwoord op de vraag en de correctheid ervan aantonen snel gaat. Dus niet alleen in best-case situaties, bijvoorbeeld alle punten op één lijn, maar ook in *worst-case* situaties, als alle locaties willekeurig verspreid liggen kan de gestelde vraag ‘gemakkelijk’ worden beantwoord.

Sommige problemen, die teruggebracht zijn tot ‘ja-nee’ problemen, hebben de eigenschap dat het vinden van een oplossing moeilijk is, maar dat het aantonen dat een voorgesteld antwoord correct is, gemakkelijk is. Hoe zit dat? Voor het kortste-pad probleem geldt het volgende. Als iemand beweert een route gevonden te hebben die niet langer is dan de gevraagde 100 kilometer, dan is het een koud kunstje om de correctheid van die bewering te controleren. In geval van het handelsreiziger probleem hoeven we van de aangeboden route alleen te controleren of alle locaties er op liggen en of de lengte inderdaad niet meer is dan de gevraagde 100 km. Dus voor beide problemen geldt dat het checken op correctheid gemakkelijk is. Dergelijke problemen heten in de complexiteitstheorie NP-problemen [10]. Duidelijk zal zijn dat ieder P-probleem volgens deze definitie ook een NP-probleem is.

Er is nog iets aan de hand. Binnen de klasse van NP-problemen bevindt zich nog een andere deelklasse van problemen, waarvan het onbekend is of ze gemakkelijk zijn. Dat zijn problemen waarvoor we een aangeboden oplossing snel op juistheid kunnen controleren, maar geen sterveling weet hoe het probleem zelf opgelost moet worden. Bovendien geldt dat als één van die problemen gemakkelijk

blijkt te zijn, dan alle NP-problemen gemakkelijk zijn. In dat geval geldt dus dat $P = NP$.

Het zijn dus kennelijk de zeer moeilijke problemen binnen de klasse der NP-problemen en ze heten in vakjargon NP-moeilijke problemen. Als dus voor één van de NP-moeilijke problemen is aangetoond dat het probleem gemakkelijk is, dan zijn in één klap al die andere, inmiddels meer dan duizend, NP-problemen ook gemakkelijk.

U zult begrijpen dat vele wetenschappers in de weer zijn geweest om één van die aller-moeilijkste problemen op te lossen. Dat zou toch prachtig zijn: in één nacht duizend problemen oplossen.

In 1959 werd door de Nederlandse wiskundige Edsger W. Dijkstra een algoritme ontwikkeld waarmee het kortste-pad probleem onder alle omstandigheden zeer snel kan worden opgelost. In termen van de complexiteitstheorie betekent dit dat het kortste-pad probleem dus gemakkelijk is. En dat is prettig te weten, want het is de basis van talrijke routeringsproblemen en wordt gebruikt in routeringscomputer-pakketten die koeriers en vrachtwagens tegenwoordig aan boord hebben. Ook het elektronische spoorboekje, waarmee conducteurs ons bij vertrageningen zo snel de snelste verbindingen verschaffen, gebruiken Dijkstra’s uitvinding.

Omdat de zoekruimte van het handelsreiziger probleem kleiner is, en wel — zoals we zagen — exponentieel veel kleiner, dan die van het kortste-pad probleem, zou u nu kunnen denken dat dit probleem ook gemakkelijk is. Helaas is dit probleem niet gemakkelijk: het handelsreiziger probleem is veel en veel moeilijker. Om precies te zijn: het is één van die zogenaamde NP-moeilijke problemen. Dit verklaart de grote belangstelling onder wetenschappers voor dit probleem. Degene die het oplost heeft bewezen dat $P = NP$.

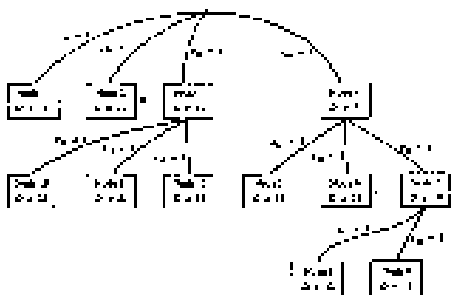
Gelovigen en ongelovigen

Waarom is een zo eenvoudig te formuleren probleem nu toch eigenlijk zo moeilijk? Hoe komt het dat na tientallen jaren onderzoek over de hele wereld een kortste route langs alle locaties nog steeds niet snel te bepalen is? Waarom is dit probleem nu zoveel moeilijker dan het kortste-pad probleem? Het antwoord is kort: we weten het niet. In de loop der jaren heeft zich echter wel de gedachte post gevat dat van moeilijke problemen nooit bewezen zal kunnen worden dat ze gemakkelijk zijn. Met andere woorden: het handelsreiziger probleem en alle andere NP-moeilijke problemen zijn in deze visie onoplosbaar en niemand zal ooit in staat zijn ze op te lossen.

Maar hier openbaart zich een dilemma: toch doorgaan met het zoeken naar een oplossing of iets anders gaan doen. En zie, wat zo vaak gebeurt bij controverses, is hier ook gebeurd. Wetenschappers die zich bezig houden met bovengenoemde problemen verdelen zich in twee groepen: de gelovigen en de ongelovigen. De ongelovigen zijn dik in de meerderheid. Zij geloven dat ooit bewezen zal worden dat NP-moeilijke problemen eeuwig moeilijk zullen blijven. De gelovigen daarentegen klampen zich vast aan de hoop dat er ooit een dag komt dat alle NP-moeilijke problemen, en daarmee dus ook alle andere NP-problemen, feitelijk gewoon gemakkelijk blijken te zijn.

Zo gemiddeld eens in de twee jaar klopt er een student, nog onwetend van het onderscheid tussen gelovigen en ongelovigen, aan mijn deur, die meent het probleem te hebben opgelost. Ook ik was ooit één van de degenen die schuchter heeft aangeklopt, opgewonden door de peilloze faalangst, die gepaard gaat met de vermeende ontdekking van de macht over het exponentieel grote, het gevoel van het uiteenspatten van jeugdig optimisme als de man van ‘kom binnen’ je uitlaat met een minzame grijns. Veel later, hoewel inmiddels lang geleden, bekeerde ook ik mij tot de categorie der ongelovigen. Dat was toen één van mijn kinderen de code van het cijferslot van zijn fiets weer eens kwijt was. Het bepalen van de juiste cijfercombinatie lijkt op een NP probleem. Immers controleren of een bepaalde cijfercombinatie het slot doet openspringen is simpel: gewoon de vermeend correcte code instellen en kijken of het slot opengaat. Zou er een slimmere manier bestaan om het slot open te krijgen, anders dan alle mogelijkheden bij langs te gaan en te hopen dat het niet pas bij de laatste combinatie openspringt? Ik bedacht en wist het zeker dat er slechts één keuze is: alle mogelijkheden systematisch afwerken. Sindsdien schreef ik de codes op en vond ze echter nooit weer terug. Het cijferslot probleem werd voor mij de metafoor die maakte dat ik definitief van mijn geloof viel en mij heb geschaard in de rijen van de veilige meerderheid van wetenschappers die geen pogingen meer doen het handelsreiziger probleem op te lossen.

De gelovigen daarentegen laten met enige regelmaat iets van zich horen. Op zich is dat niet zo erg, ware het niet dat hun verhalen vaak enige tientallen pagina’s dik zijn. De fout bevindt zich helaas vrijwel altijd op de laatste pagina, zodat uren speurwerk niet eerder kan leiden naar de ‘delete’ knop van mijn computer. Mijn advies met betrekking tot toekomstige



Figuur 2 Een 'branch-and-bound' boom

ge epistels in deze reeks: of een medegelovige de fout er uit laten halen of ogenblikkelijk het zaakje naar de prullenmand verwijzen.

Ondertussen mag 'de meerderheid' niet stilzitten. Talrijke moeilijke praktische problemen vragen om oplossingen. Weliswaar kan de wetenschap niet altijd optimale oplossingen garanderen maar wel oplossingen die wellicht de optimaliteit benaderen. Maar is dat zo erg? Bertrand Russell heeft ooit eens gezegd dat "alle exacte wetenschappen gedomineerd worden door de gedachte van benadering". Als een zo groot filosoof en wiskundige dit zegt hoeven wij ons niet te generen om de optimaliteit, als we niet weten hoe we die moeten bereiken, te benaderen. De melkophaalwagens moeten iedere dag hun routes maken langs de boerderijen, helikopters moeten dagelijks routes uitvliegen naar de olieboorplatforms op de Noordzee en veilig terugkeren op Schiphol, vorkheftrucks moeten routes rijden door grote distributiecentra, robots moeten iedere twintig seconden soms meer dan drieduizend gaatjes boren in printplaatjes voor elektronica-onderdelen, patrouilleboten moeten varende schepen controleren, en zo voort. Het NP-moeilijke handelsreiziger probleem moet in veel praktische situaties worden opgelost. Als het niet mogelijk is de optimale oplossing te vinden, dan moeten we maar proberen deze zo goed mogelijk te benaderen.

We doen dat tegenwoordig met, globaal gesproken, twee soorten methoden: op een slimme wijze alle exponentieel vele mogelijkheden bij langs gaan, in vaktaal *branch-and-bound* methoden genoemd, en vuistregel methoden, ook wel heuristieken genoemd.

De methoden uit de eerste klasse worden vaak gebruikt als er redelijk veel tijd beschikbaar is om een bruikbare oplossing uit te rekenen. Heuristieken daarentegen, zijn rekenmethoden die uit praktisch oogpunt voldoende snel werken en worden ontworpen door slim gebruik te maken van het specifieke in de structuur van het praktische probleem. De vraag die rijst is: hoe goed zijn dergelijke methoden? Kunnen we ons een idee vormen over

hoever we van de optimale oplossing afzitten?

Branch-and-bound methoden

Ik zal eerst iets vertellen over de *branch-and-bound* methoden voor moeilijke problemen. Een *branch-and-bound* methode vindt uiteindelijk de optimale oplossing maar dat kan in principe eeuwigduren. Waarom dan toch gebruik maken van zo'n techniek? Wel, daar zijn twee redenen voor. Ten eerste zijn er veel problemen waarvoor deze methode toch heel snel werkt, en ten tweede kunnen berekeningen onderbroken worden en kan de tot dan toe beste oplossing worden gebruikt. Zo kan men de computer gedurende de nacht laten rekenen, indien er verder geen activiteiten zijn en de resultaten pas in de vroege ochtend gebruikt hoeven te worden. Als de computer nog steeds niet is uitgepruteld, gebruikt men de tot dan toe gevonden beste oplossing. De methode ontwikkelt een boom die steeds groter en groter wordt en waarbij de bladeren van de boom oplossingen geven die steeds dicht bij de optimale oplossing liggen. Veel van die bladeren bevatten echter geen bruikbare oplossingen. De groei van de boom stopt zodra een optimale oplossing is gevonden. Dergelijke bomen kunnen dus exponentieel groot worden.

Zo'n vijf jaar geleden is een interessante ontdekking gedaan door mijn collega Boris Goldengorin. Zijn idee werkt, globaal gesproken, als volgt. Verander de input data van het oorspronkelijke moeilijke probleem zodanig dat een gemakkelijk probleem ontstaat. Verassend is dat de som van alle veranderingen, de correctie genaamd, een bovengrens is voor het verschil tussen de waarde van de oplossing van het gecorrigeerde probleem en de waarde van de optimale oplossing. Als deze data-correctie methode in een *branch-and-bound* boom wordt gestopt, komt er op elk blad van de boom een bruikbare oplossing en is bovendien bekend hoever je van de optimale oplossing verwijderd bent. Dat is een enorme winst boven de oude *branch-and-bound* techniek omdat nu gestopt kan worden zodra een oplossing is gevonden die dicht genoeg ligt bij de optimale oplossing. Merk op dat we op ieder moment dus weten hoever we maximaal van de optimale oplossing afzitten, zonder deze zelf te kennen. De kunst is om 'gemakkelijke' input data te vinden die dicht bij het oorspronkelijke moeilijke probleem ligt, omdat je dan dus maar kleine correcties hoeft aan te brengen en je dus vanaf het begin van de boom al dicht bij de optimale oplossing zit. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van de

expertise die we in de jaren vòòr Goldengorin in Groningen hebben ontwikkeld op het gebied van gemakkelijke speciale gevallen van het moeilijke handelsreiziger probleem. Met name het werk van René van Dal en Jack A.A. van der Veen heeft bijgedragen aan deze kennis. De meest recente resultaten met de data-correctie methode zijn veelbelovend. We hebben nog heel wat te ontdekken en te publiceren!

Heuristische methoden

Ik zal u nu iets vertellen over heuristieken voor het oplossen van logistieke problemen. Veel is er geschreven over de kwaliteit van heuristieken voor moeilijke problemen. Interessant is dat er veel heuristieken zijn die oplossingen geven die nooit meer dan 50 procent minder goed zijn dan de optimale oplossing. Merk op dat ook dit is bewezen zonder dat de optimale oplossing zelf bekend is. Er zijn echter ook heuristieken die in *worst-case* situaties oplossingen geven die een willekeurig veelvoud afdiggen van de optimale oplossing. "Het zal mij worst-kaas zijn", zei iemand onlangs. Niet bruikbare heuristieken, zou u geneigd zijn te kunnen denken.

Een bekend voorbeeld van een dergelijke slechte heuristiek is de zogenaamde *nearest neighbor* methode. Deze werkt als volgt. Stel dat we op een plattegrond twintig locaties hebben liggen en het probleem is een kortste route te maken langs deze locaties waarbij start en finish hetzelfde zijn. Hoe zou een hongerige muis zijn keuze maken uit alle 60.822.550.204.416.000 (een getal met 17 cijfers) mogelijkheden, als op iedere locatie een klein stukje kaas zou liggen? Worst mag ook. Wel, dat is uitgezocht. De muis kiest het dichtstbijzijnde stukje kaas zodra hij tevoorschijn komt uit zijn holletje, kijkt dan opnieuw om zich heen en neemt het vandaar uit dichtstbijgelegen stukje kaas. Nadat hij alle stukjes kaas op deze wijze heeft verschalkt verdwijnt hij weer in zijn holletje. Ziedaar, de muis volgt een *nearest neighbor* strategie. De



Figuur 3 Robotroute langs 3038 gaatjes

vraag rijst of de muis de snelst mogelijke route heeft gekozen? Het antwoord is nee. Maar hoe goed doet onze muis het nu eigenlijk?

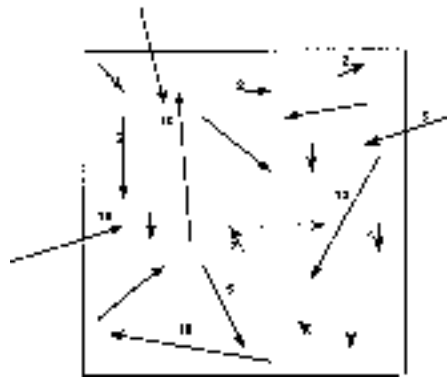
Dagelijks wordt op vele plaatsen in de wereld de *nearest neighbor* methode gebruikt voor het bepalen van robotroutes waarbij de robot een *laserpistool* bevat waarmee soms meer dan 3000 gaatjes geboord moeten worden in printplaatjes voor elektronische onderdelen. Let wel, de robot moet dus een route maken langs een gigantisch aantal locaties, een handelsreiziger route dus. Het aantal mogelijkheden waaruit de robot moet kiezen is een getal met meer dan 9000 cijfers. Als de *nearest neighbor* heuristiek in de praktijk zo intensief wordt gebruikt kan hij toch niet echt slecht zijn.

Maar wat is het geval? Het blijkt en het is zelfs wiskundig aangetoond dat naarmate de dichtheid van de locaties toeneemt, de kans dat de oplossing van de *nearest neighbor* heuristiek optimaal is steeds groter wordt. Dus als de locatiedichtheid oneindig groot wordt, dan wordt het verschil met de optimale oplossing oneindig klein.

Scheduling paradox

We zouden dus kunnen zeggen dat zich hier het volgende fenomeen openbaart. Zoals gezegd is het in het algemeen onmogelijk optimale oplossingen van NP- moeilijke problemen te bepalen. Als deze problemen nog gecompliceerder gemaakt worden, bijvoorbeeld door extra voorwaarden toe te voegen of de locatiedichtheid te laten toenemen, dan lijkt het er op dat steeds simpelere methoden steeds betere oplossingen geven. Met andere woorden: de volgende hypothese zou geformuleerd kunnen worden. Naarmate een reeds moeilijk probleem nog ingewikkelder wordt gemaakt, wordt het steeds gemakkelijker om er een goede oplossing voor te vinden. Populair gezegd: oneindig gecompliceerde problemen zijn gemakkelijk oplosbaar. Je zou kunnen spreken van een paradox. Ik heb het wel eens de *scheduling paradox* genoemd. Er gaat iets geruststellends van uit. In ieder geval laat de wiskunde, dankzij de paradox, de elektronica-industrie met een gerust hart de *nearest neighbor* methode gebruiken; veel is niet te verdienen met het zoeken naar betere robotroutes.

Ik geef u nog twee interessante voorbeelden. Het eerste is ontleend aan een onderzoek gedaan voor TNO ten tijde van de recente problemen in de Balkan. De Nederlandse marine had de opdracht in een bepaald zeegebied voor de kust van Joegoslavië zoveel mogelijk schepen te controleren in verband



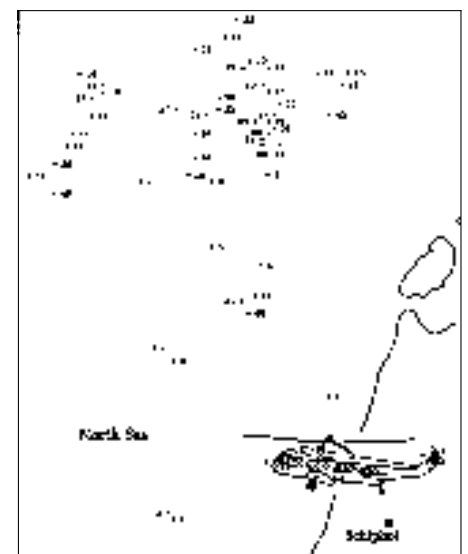
Figuur 4 Verdachte scheepsbewegingen

met de toen heersende boycot. De marine gebruikte daarvoor een fregat. Boven het gebied cirkelde een Hercules patrouillevliegtuig dat alle scheepsbewegingen doorseinde aan het fregat. Ieder schip kreeg een cijfer tussen 0 en 10: een 0 voor 'volstrekt niet verdacht', bijvoorbeeld een vissersboot, en een 10 voor 'zeer verdacht'. TNO was gevraagd om efficiënte en effectieve controleroutes te bepalen voor het fregat. Vervolgens vroeg TNO ons het probleem op te lossen. Wij zagen hier natuurlijk onmiddellijk een soort handelsreiziger probleem in met als grote complicatie het feit dat de locaties bewogen en niet allemaal even belangrijk waren. Je zou kunnen zeggen dat het probleem daarmee een oneindig grote zoekruimte heeft. We hebben het probleem zo geformuleerd dat het fregat elke dag een zo hoog mogelijke score (aantal gecontroleerde schepen maal de 'verdachtheids'-score) moest halen. Een student heeft vervolgens een aantal technieken toegepast die hij op het college Kwantitatieve Logistiek had geleerd. Bij vergelijking ervan bleek dat de meest simpele heuristiek de beste resultaten gaf, namelijk op ieder moment het dichtstbijzijnde schip controleren. Ook hier werd dus voor een ingewikkeld probleem een simpele oplossingsmethode gebruikt.

Als laatste probleem beschouw ik het routen van helikopters vanaf luchthaven Schiphol naar olieboorplatforms op het Nederlandse deel van de Noordzee. Het heuristiek, is uitgedacht door mijn collega Gert Tijssen en werkt als volgt. Vlieg eerst naar het verst weggelegen platform, voer daar alle vervangingen uit, kijk vervolgens naar nabijgelegen platforms en vervang daar zoveel als mogelijk is gezien de hoeveelheid nog voorhanden brandstof, en vlieg vervolgens terug waarbij eventueel op terugweg nog een platform bezocht kan worden. Deze procedure wordt herhaald totdat alle gevraagde omwisselingen zijn uitgevoerd. Tijssen heeft het onderzoek gedaan in samenwerking met studen-

ten en het bedrijf Hydrographic and Marine Consultants in Almere. Dagelijks vliegen Sykorski helikopters heen en weer om werknemers op de platforms te vervangen door verse krachten. Hoe worden de dagelijkse vluchtschema's bepaald? Er moet onder meer rekening worden gehouden met het feit dat een beperkte hoeveelheid brandstof kan worden meegenomen, zodat voorkomen wordt dat de computer helikopters zonder brandstof laat rondvliegen. Er zijn voor dergelijke *vehicle-routing* problemen in het verleden een aantal zeer geavanceerde oplossingstechnieken uitgedacht, die echter geen van alle geschikt zijn voor praktisch gebruik. Er is een veel simpeler rekenmethode die bovendien heel snel werkt en meestal zelfs kortere routes geeft dan alle andere methoden. Deze nieuwe methode, de zogenaamde *cluster-and-route* heuristiek is voor de zekerheid nog een aantal andere heuristieken vergeleken, maar na uitgebreid testen bleek zijn *cluster-and-route* superieur te zijn. Nu is vanzelfsprekend dit probleem veel gecompliceerder dan het kale handelsreiziger probleem, maar ook hier is de *scheduling-paradox* dus van toepassing: een zeer moeilijk probleem los je het beste op met een simpele rekenmethode.

Na deze voorbeelden rijst de vraag: onder welke voorwaarden geldt de *scheduling-paradox*? Ik denk dat het niet zinvol is om een wetenschappelijk verantwoord experiment op te zetten om deze paradox te toetsen. Beter lijkt het me de gedachte in het achterhoofd te houden om bij zeer gecompliceerde problemen niet altijd alle heil te verwachten van de meest geavanceerde technieken.



Figuur 5 Boorplatforms op het Nederlandse continentale plat van de Noordzee



Figuur 6 Het ideale voetbalelftal bepalen met een transportmodel

Voetbal

Dames en heren, U vraagt zich misschien af wat dit alles te maken heeft met voetbal. Welnu, niets. Maar het omgekeerde geldt des te meer. Het samenstellen van een ideaal team is ook een kwestie van logistiek. De zoekruimte is exponentieel groot. Als je de beste 11 spelers wilt kiezen uit zeg 26 selectiespelers, dan zijn er 308.403.583.488.000 mogelijkheden, een getal van 20 cijfers. Dit toch tamelijk gecompliceerde probleem hebben we gegoten in de vorm van een transportstroom probleem, waarbij 11 voertuigen door een netwerk vervoert dienen te worden vanuit één vaste locatie naar één vast verzamelpunt en waarbij de totale opbrengst (de relatieve waarde van een speler op een positie) zo groot mogelijk dient te zijn. Gewoon een logistiek probleem dus en zelfs één waarvan bewezen is dat het een P-probleem is. Het superexponentiële teamformatieprobleem blijkt op deze wijze een gemakkelijk probleem te zijn. Dus zijn we in staat om tijdens een voetbal-, ijshockey- of *American football*-wedstrijd razendsnel de gevolgen op de opstelling van een andere tactiek of blessure door te rekenen.

Meer dan praktische betekenis

Ik heb u uitgelegd waarom we het kortste-pad

probleem gemakkelijk noemen en het handelsreiziger probleem moeilijk, ondanks het feit dat de zoekruimte van het eerste probleem exponentieel veel groter is dan dat van het tweede probleem. Vorige week besprak ik dit met mijn collega Diptesh Ghosh en we vroegen ons af wat er gebeurt als je het aantal mogelijkheden in de zoekruimte van het kortste-pad probleem deelt door het aantal van het handelsreiziger probleem waarbij het aantal tussenlocaties in beide gevallen even groot is. Als we vervolgens het aantal tussenlocaties oneindig groot maken, dan blijkt dat deze ratio gelijk wordt aan het in de wiskunde beroemde transcendent getal e . Is dat interessant? Wat is het nut om dat in te zien of te weten? In ieder geval waren we verrast. In ontologische zin betekent transcendent datgene wat de eindige wereld oneindig ver overstijgt. En zouden we, om met Vanderjagt te spreken, niet 'woest worden' als iemand begon te 'zeuren over het praktisch nut' van deze vondst?

Het routeren van vliegtuigen, helikopters, boten en vrachtwagens, het maken van productieplannen, het ontwerpen van dienstroosters en spoorboekjes, en het samenstellen van teams zijn allemaal moeilijke, praktische en fascinerende problemen. Maar als je er 'diep in kijkt' zie je exponentiële reeksen die de oorzaak zijn van de onmogelijkheid om vele van deze problemen binnen redelijke tijdsgrenzen optimaal op te lossen. En soms is het gevolg van een zijdelingse blik op zo'n probleem de ontdekking van iets kleins en praktisch onbelangrijks, bijvoorbeeld het transcendent getal e . Het heeft niets te betekenen, het is er gewoon, het wil alleen even gezien worden. Het wil slechts een knipoog zijn naar het feit dat onderzoek naar praktische logistieke problemen, met soms oneindige moeilijkheidsgraad, momenten van transcendent contemplatie bevatten, waar

door oneindig klein en oneindig groot in elkaar overvloeien en simpele oplossingsmethoden vaak de beste resultaten geven. De ontdekking van de schoonheid van het nietige, van het onbetekenende, van het oneindig kleine, fascineert des te meer als zo'n nietige parel zich openbaart in een schelp die zich slechts laat ontsluiten door de logica van de logistiek op de golven van exponentieel exploderende reeksen, zonder geweld, maar met de liefde voor de wetenschap.

Snippers

Geachte toehoorders, ik weet dat u van mij verwacht dat ik Rita, mijn kinderen, mijn vriendinnen, vrienden en mijn ouders in een volgorde bedank, die hun belangrijkheid voor mij weerspiegelt. Al degenen die een rol in mijn leven spelen heb ik op het A4-tje geschreven dat hier versnipperd aan mijn voeten ligt. Wellicht ervaart u deze *Philosophia Experimentalis* als een Bernoulliaanse ontheiliging van deze plechtige zaal. Zou u echter de volgorde der namen willen reconstrueren, dan dient u het A4-tje te herstellen. Dat is een NP-moeilijk probleem. Immers het controleren of u de juiste oplossing hebt gevonden is makkelijk: de puzzel moet precies de vorm hebben van een A4-tje. De reconstructie zelf zal, naarmate de versnippering groter is, langer duren en wel met superexponentiële groei toenemen. Echter in de oneindige versnippering is het probleem om het A4-formaat te reconstrueren een *integraal* geworden, waarbij het oorspronkelijke A4-tje een oneindige som is van oneindig kleine delen. Of, zoals de tegenstanders van Bernoulli zouden zeggen, u zou iets uit het niets hebben gemaakt. De volgorde van de belangrijkheid van mijn liefde en genegenheid is ontslagen aan de oneindige versnippering van de materie, transcendent, met een onuitspreekbaar praktisch nut. Ik dank u voor uw aandacht.

Noten

- 1 E.L. Lawler, J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, and D.B. Smoys (eds.), *The Traveling Salesman Problem. A Guided Tour of Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons (1990)
- 2 Gerard Sierksma, *Johann Bernoulli (1667-1748): His Ten Turbulent Years in Groningen*, *The Mathematical Intelligencer* 14 No. 4 (1992) 22–31
- 3 René van Dal, Jack A.A. van der Veen, and Gerard Sierksma, *Small and Large TSP: Two Polynomially Solvable Cases of the Traveling Salesman Problem*, *European Journal of Operational Research* 69 (1993) 107–120
- 4 Gerard Sierksma and Gert A. Tijssen, *Routing Helicopters for Crew Exchanges on Off-shore Locations*, *Annals of Operations Research* 76 (1998) 261–286
- 5 Boris Goldengorin, Gerard Sierksma, Gert A. Tijssen, and Michael Tso, *The Data-correcting Algorithm for the Minimization of Supermodular Functions*, *Management Science* 45 Vol. 11 (1999) 1539–1551
- 6 Gerard Sierksma and Wybe Sierksma, *The Great Leap to the Infinitely Small. Johann Bernoulli: Mathematician and Philosopher*, *Annals of Science* 56 (1999) 433–449
- 7 Gerard Sierksma, *Het Beste Nederlandse Voetbalteam*, *Economisch Statistische Berichten* 4262 (2000) 525–527
- 8 Gerard Sierksma, *De Computer als Hulpmiddel bij Team-samenstelling*, *ITW-Nieuws* 10 Nr. 3 (2000) 13–17
- 9 De letter 'P' staat voor polynomiaal. Het betekent dat, als het aantal locaties n is, de oplossing van het probleem kan worden uitgerekend in een tijdsperiode met een lengte van de orde n^α met α een positief getal. Men zegt dan dat dergelijke problemen zijn op te lossen in polynominale tijd. Problemen waarvan niet bekend is of ze in polynominale tijd zijn op te lossen heten moeilijk.
- 10 De letters NP staan voor *Nondeterministic Polynomial*. Problemen die zowel moeilijk oplosbaar als moeilijk 'controleerbaar' zijn komen weinig voor. Een voorbeeld ervan is 'Wint wit?' uit de schaaksport.

Klaas Zuideveld

Pharsight Corporation
Argentum, 2 Queen Caroline Street
Hammersmith, London, W6 9DT, United Kingdom
kzuideveld@pharsight.com

Meindert Danhof

Leiden/Amsterdam Center for Drug Research
Sylvius Laboratorium, Leiden
m.danhof@LACDR.leidenuniv.nl

Bert Peletier

Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden
Postbus 9512, 2300 RA Leiden
peletier@math.leidenuniv.nl

Of Medicine and Math

Kinetische modellen zoals het compartimentenmodel worden in de geneeskunde al geruime tijd gebruikt. Het hier gepresenteerde model, dat het verloop van de lichaamstemperatuur na toediening van een medicijn beschrijft, gaat veel verder. Door toevoeging van een regelmechanisme wordt een model verkregen dat het werkelijke verloop van de temperatuur redelijk nauwkeurig voorspelt.

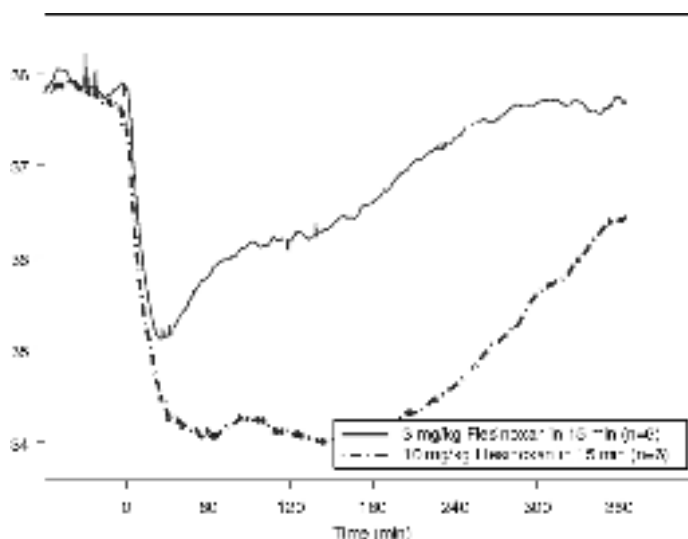
De *serotonine-1A* of 5-HT_{1A} receptor in de hersenen speelt een belangrijke rol in tal van aandoeningen, zoals depressie en verhoogde angstgevoelens. Om inzicht te krijgen in de dynamische respons van deze receptor op bepaalde medicijnen is een model ontwikkeld. Modellen van dit type hebben veelal twee componenten: een *farmacokinetische*, die de kinetiek beschrijft van de verwerking van het medicijn in het lichaam (opname, verdeling, eliminatie), en een *farmacodynamische*, die het dynamisch gedrag beschrijft van de interactie met de receptor en eventuele regelmechanismen in het lichaam, die uiteindelijk bepalend zijn voor het effect [2].

De 5-HT_{1A} receptor heeft behalve de bovengenoemde effecten ook invloed op de lichaamstemperatuur. Deze eigenschap maakt het mogelijk de lichaamstemperatuur te gebruiken als een marker bij experimenten. Bij ratten wordt een zendertje ingeplant, dat continu de lichaamstemperatuur meet en uitzendt. Bij proeven wordt gedurende 15 minuten een stof (b.v. Flesinoxan, een substituuut voor serotonine dat selectief is voor de 5-HT_{1A} receptor) toegediend en wordt vervolgens het verloop van de lichaamstemperatuur gemeten gedurende een periode van zes à zeven uur.

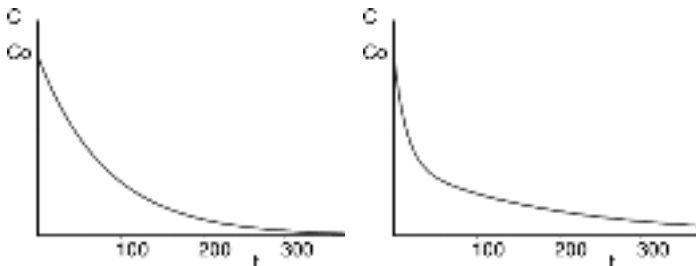
Bij deze proeven wordt een interessant verschijnsel waargenomen. Tijdens de toediening daalt de temperatuur, om vervolgens geleidelijk terug te keren naar de oorspronkelijke waarde. Wat opvalt is dat bij lage doses de temperatuur piekt (naar beneden) om daarna via een licht oscillerend traject weer te klimmen naar de normale waarde, en

bij hoge dosis blijft de temperatuur veel langer laag, en keert vervolgens min of meer monotoon — dus zonder oscillaties — terug naar de oorspronkelijke temperatuur. In figuur 1 zijn twee grafieken getekend, één werd gemeten bij een lage dosis van 3 mg/kg en één werd gemeten bij een hoge dosis van 10 mg/kg (massa van het medicijn gedeeld door massa van de rat).

Om dit kwalitatief verschil in dynamisch gedrag bij lage en hoge dosis te begrijpen werd in [3] een model opgesteld rondom de hypothese dat het medicijn dat aan de receptor bindt de inwendige *thermostaat* van het lichaam beïnvloedt, in die zin dat deze de evenwichts- of *insteltemperatuur* van het lichaam verlaagt bij toenemende dosis.



Figuur 1 Gemiddeld effect op het temperatuurverloop bij toediening van een lage (3 mg/kg) en een hoge (10 mg/kg) dosis Flesinoxan



Figuur 2 Verloop van de concentratie met de tijd, links in een model met één compartiment en rechts in een model met twee compartimenten

Als eerste stap volgen we het medicijn wanneer het wordt ingespoet. Het wordt in het bloed opgenomen en over het lichaam verspreid. Vanuit het bloed gaat het naar de lever en wordt het tenslotte afgevoerd via de nieren. We duiden de tijd aan met t en de concentratie van het medicijn in het bloed met $C(t)$. Wanneer we aannemen dat de afname van de concentratie in het bloed evenredig is met de concentratie in het bloed, dan leidt dat tot de volgende relatie:

$$\frac{dC}{dt} = -kC; \quad C(0) = C_0, \quad (1)$$

waarin k de evenredigheidsconstante is. Aan het einde van de toediening stellen we $t = 0$. De concentratie in het bloed op dat moment – de dosis – noemen we C_0 . De oplossing van (1) wordt gegeven door

$$C(t) = C_0 e^{-kt}, \quad t \geq 0. \quad (2)$$

Deze is grafisch weergegeven in de linkergrafiek van figuur 2.

In meer subtiële modellen waarin verschillende compartimenten in het lichaam worden onderscheiden, wordt de concentratie $C(t)$ weergegeven door een som van exponentiële functies (zie de rechtergrafiek van figuur 2).

In de volgende stap maken we een hypothese omtrent het effect van het medicijn op de insteltemperatuur T_i . Omdat het medicijn de temperatuur doet dalen schrijven we

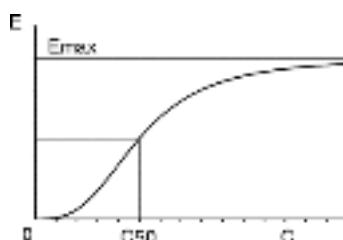
$$T_i(C) = T_0 \{1 - E(C)\}. \quad (3)$$

Hierin is T_0 de normale lichaamstemperatuur, zeg 38°C , en $T_0 E(C)$ de daling van de insteltemperatuur veroorzaakt door het medicijn. Voor de effectfunctie $E(C)$ wordt veelal de Hill functie gepostuleerd:

$$E(C) = E_{\max} \frac{C^n}{C_{50}^n + C^n}, \quad (4)$$

waarin $E_{\max}$ de maximale waarde van $E(C)$ aangeeft, en C_{50} de waarde van C waarvoor $E(C)$ de helft van zijn maximale waarde aanneemt (Zie figuur 3).

Uit de vergelijkingen (3) en (4) zien we dat wanneer de concentratie toeneemt, het effect toeneemt en de insteltemperatuur daalt.



Figuur 3 De effectfunctie $E(C)$

De lichaamstemperatuur T wordt op de insteltemperatuur T_i gehouden door middel van een regelmechanisme. Wanneer $T < T_i$ dan wordt er een – hypothetische – signaalstof X aangemaakt; is $T > T_i$ dan wordt deze afgebroken. We nemen aan dat dit gebeurt volgens de relatie

$$\frac{dX}{dt} = a(T_i - T), \quad (5)$$

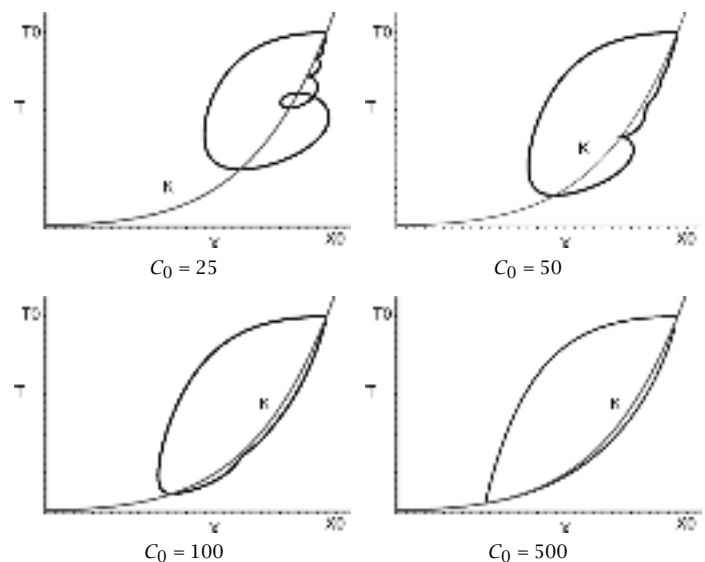
waarin a een positieve constante is.

De stof X beïnvloedt de temperatuur van het lichaam. Er zijn redenen om aan te nemen dat dit gebeurt via de afvoer van warmte. Mede op basis van ideeën in [1] schrijven we de warmtebalans van het lichaam als

$$\frac{dT}{dt} = k_{\text{in}} - k_{\text{out}} H(X) T. \quad (6a)$$

Hierin zijn k_{in} en k_{out} positieve constanten en H is een dalende functie van X . Ligt de temperatuur onder de insteltemperatuur, dan stijgt X en daalt $H(X)$, zodat de afkoeling afneemt. Anderzijds, ligt de temperatuur boven de insteltemperatuur, dan daalt X , stijgt H , en neemt de afkoeling toe. Een redelijke keuze voor de vorm van H blijkt te zijn [3]:

$$H(X) = X^{-\gamma}, \quad \gamma > 0. \quad (6b)$$



Figuur 4 Banen in het (X, T) -vlak bij oplopende doses C_0 . De variabele X geeft de concentratie van de signaalstof aan en T is de temperatuur.

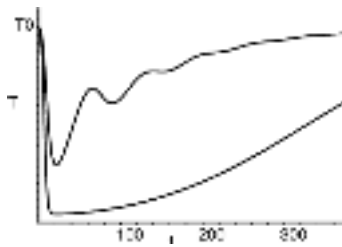
Wanneer we (3) in (5) substitueren en (6b) in (6a), dan ontstaat het niet-autonome stelsel

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = a \{T_0 [1 - E(C(t))] - T\} \\ \frac{dT}{dt} = k_{\text{in}} - k_{\text{out}} \frac{T}{X^\gamma} \end{cases} \quad (7)$$

Dit stelsel vergelijkingen, waarin de functie $C(t)$ wordt bepaald door Probleem (1), beschrijft het dynamisch gedrag van X en T .

Als startpunt kiezen we de evenwichtstoestand die bestaat vóór de toediening van het medicijn. Dus $T(0) = T_0$ en $X(0) = X_0$, waarin X_0 de waarde van X is waarbij opwarming en afkoeling in evenwicht zijn bij $T = T_0$:

$$k_{\text{in}} = k_{\text{out}} \frac{T_0}{X_0^\gamma} \quad \Rightarrow \quad X_0 = \left(\frac{k_{\text{out}} T_0}{k_{\text{in}}} \right)^{1/\gamma}. \quad (8)$$



Figuur 5 De temperatuur T als functie van de tijd voor de doses $C_0 = 25$ en $C_0 = 500$.

De kernvraag is:

Is het mogelijk de verschillende constanten, k_{in} , k_{out} , ... zó te kiezen dat de temperatuurkrommen van verschillende ratten bij verschillende ingespoten doses goed kunnen worden voorspeld?

Dat blijkt te kunnen. Om de overgang van oscillatoir naar monotoon gedrag te bestuderen is het interessant om naar de banen in het (X, T) -vlak te kijken. In figuur 4 zijn deze banen getekend voor vier oplopende waarden van de dosis C_0 . In deze figuren loopt het evenwichtspunt langs de isoclien $K = \{\frac{dT}{dt} = 0\}$ naar het punt (X_0, T_0) als de tijd verstrijkt. Voor geschikte waarden van de parameters spiraliseert de baan om het evenwichtspunt wanneer dit niet al te ver van (X_0, T_0) ligt. Daarentegen, wanneer het evenwichtspunt ver van (X_0, T_0) ligt is dit spiraliserende karakter afwezig, en gaat de baan het punt zonder omhaal binnen.

Bij lage dosis blijft de baan in de buurt van (X_0, T_0) en gaat spiraliseren, terwijl voor hoge dosis de baan het evenwichtspunt op grote afstand van (X_0, T_0) binnen gaat, en vervolgens door het evenwichts-

Schaling

Door de variabelen X en T te schalen met hun normale waarden X_0 en T_0 , en enkele constanten samen te voegen, kunnen we het stelsel (7) vereenvoudigen. Met de variabelen en constanten

$$x = \frac{X}{X_0}, \quad y = \frac{T}{T_0}, \quad A = \frac{aT_0}{X_0}, \quad B = \frac{k_{in}}{T_0}$$

kan (7) worden geschreven als

$$\frac{dx}{dt} = A\{[1 - E(C(t))] - y\}, \quad \frac{dy}{dt} = B\left(1 - \frac{y}{x^y}\right).$$

De banen in de figuren 4 en 5 komen overeen met de waarden $k = 0,01$; $A = 0,06$; $B = 0,026$; $E_{\max} = 1$; $C_{50} = 20$; $n = 1$ en $y = 6$.

punt wordt meegesleept naar (X_0, T_0) naarmate $C(t) \rightarrow 0$. In figuur 5 geven we grafieken voor de temperatuur voor de doses die horen bij de eerste en de laatste figuur van figuur 4. We zien de kwalitatieve eigenschappen van de krommen in figuur 1 weer terug. Een nauwkeurige statistische analyse (zie [3]) leidt tot parameterwaarden, die krommen geven met een redelijk voorspelbare waarde.

Het succes van deze gecombineerde farmacokinetische en farmacodynamische benadering bij de beschrijving van de thermische respons bij ratten op een 5-HT_{1A}-receptor agonist, zoals R-8-OH-DPAT, opent de weg voor de bestudering van de thermische respons op de toediening van meer dan één stof. Dit resulteert dan in een meer complexe kinetiek (zie [4] en [5]).

Referenties

- 1 N.L. Dayneka, V. Garg & W.J. Jusko, *Comparison of four basic models of indirect pharmacodynamic responses*, J. Pharmacokinet Biopharm 21 (1993) 457-478.
- 2 J. Gabrielson & D. Wiener, *Pharmacokinetic and pharmacodynamic data analysis, concepts & applications*, 3rd Edition, Swedish Pharmaceutical Press, 2000.
- 3 K.P. Zuideveld, H.J. Maas, N. Treijtel, J. Hulshof, P.H. van der Graaf, L.A. Peletier & M. Danhof, *A set-point model with oscillatory behaviour predicts the time-course of 8-OH-DPAT-induced hypothermia*, Report Leiden-Amsterdam Center for Drug Research, 2001; to appear in the American Journal of Physiology.
- 4 K.P. Zuideveld, N. Treijtel, J.M. Gubbens-Stibbe, H.J. Maas, L.A. Peletier, P.H. van der Graaf & M. Danhof, *A competitive interaction model predicts the effect of WAY-100,635 on the time course of 8-OH-DPAT-induced hypothermia*; to appear in the Journal of Pharmacology and Experimental Therapeutics.
- 5 K.P. Zuideveld, Jasna Rusić-Pavletić, H.J. Maas, L.A. Peletier, P.H. van der Graaf & M. Danhof, *Pharmacokinetic-pharmacodynamic modeling of the hypothermic effect induced by busperone and its metabolite 1-(2-Pyrimidinyl)-Piperazine*; in preparation.

Henk van Tilborg

Department of Mathematics and Computing Science
Eindhoven University of Technology
P.O. Box 513, 5600 MB Eindhoven
H.C.A.v.Tilborg@tue.nl

Overzichtsartikel

Elliptic curve cryptosystems;

Er bestaan vele publieke-sleutel cryptosystemen. Het vakgebied is sterk in beweging en wordt gekenmerkt door hevige controverses. Dat is logisch, want met het beveiligen van gegevens zijn grote commerciële belangen gemoeid. Op het Mathematisch Congres 2001 in Amsterdam presenteerde Eric Verheul (Pricewaterhouse Coopers) in een van de hoofdvoordrachten het cryptosysteem gebaseerd op de discrete logaritmie. Hij beweerde ondermeer dat cryptosystemen gebaseerd op elliptische krommen trager zijn en eigenlijk achterhaald. Henk van Tilborg geeft hier een andere visie.

An exponentiation, say the computation of 3^i , can be performed pretty efficiently by using the binary expansion of the exponent i . For instance, the binary expansion of $i = 2185$ is given by 100010001001 and results in:

$$3^{2185} = \left(\left(\left(\left(\left(3^{2^4} \right)^3 \right)^{2^4} \right)^3 \right)^{2^3} \right)^3.$$

Also *modular* exponentiation, say the computation of $3^{2185} \pmod{3583}$, can be done efficiently: after each squaring or after each multiplication by 3 reduce the result modulo 3583 and then continue. (The answer is 220.)

To solve $3^i \equiv 2217 \pmod{3583}$, i.e., to determine $\log_3 2217$ in $\mathbf{Z}_{3583}$, no method is known with a similar low complexity. This observation forms the basis of a modern public key cryptosystem: the discrete logarithm system (see [2]). The reason why it is easy to take a logarithm but not a modular/discrete logarithm may become clear by comparing the two pictures in Figure 1.

For the sake of completeness we mention that it is easy to solve $g^{2185} \equiv 2217 \pmod{3583}$. Indeed, 3583 is a prime number and so we know by a theorem of Fermat that $g^{3582} \equiv 1 \pmod{3583}$. It follows that if we raise both hands to the power 1741 (the

multiplicative inverse of 2185 modulo 3582) we find the solution $g = 2217^{1741} = 68$. However, if the modulus is the product of two primes, finding the solution becomes, in general, again infeasible for large moduli, simply because the factorization of large numbers is infeasible. The RSA cryptosystem makes use of this observation (see [11]).

Here, we shall discuss the Discrete Logarithm system. In the next section, we shall explain how this system can be used by two parties who can only communicate over a public channel (radio, telephone, internet; all with potential eavesdroppers), to agree on some secret number. This method is called the Diffie-Hellman key exchange [2]. The common, secret number can be used by them as a key in a conventional cryptosystem. In the same section, we shall give an idea what kind of techniques are available to take discrete logarithms. More importantly, the computational complexities of these methods will be given. This is relevant for the choice of the field $\mathbf{Z}_p$. If we take p sufficient large, even the fastest method to take discrete logarithms is no threat to the security of the Diffie-Hellman key exchange.

In 1985, Victor Miller (IBM, [9]) and Neil Koblitz (University of Washington) realized that the additive group associated with an elliptic curve can be used for a similar 'public' key-exchange method. In the same year, Scott Vanstone together with other re-

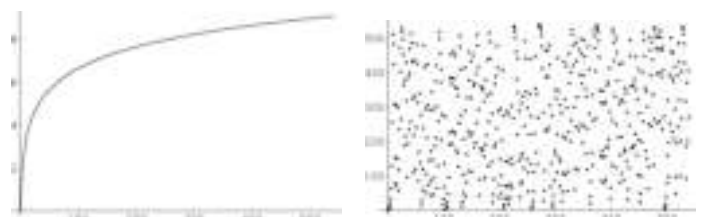


Figure 1 The function $\log_2 x$ over $\mathbf{R}$ and the discrete logarithm function $\log_2 x$ in $\mathbf{Z}_{541}$

too good to be true?

searchers of the University of Waterloo in Ontario, Canada, started a company called Mobius, later renamed into Certicom, to commercialize this idea. Now, about three hundred people are employed by Certicom. Apparently, the people around Vanstone realized that the invention by Miller and Kobitz was not just an interesting mathematical generalization of the original Diffie-Hellman idea, but that some aspects of it could lead to a very promising practical (read: commercial) alternative. We shall explain their idea in greater detail in the section *Elliptic curve systems* below. The crux of their observation is that the only methods to take discrete logarithms with subexponential complexity (time and memory) can not be generalized to the elliptic curve setting. So, only algorithms remain with exponential complexity. This allows the choice of much smaller prime numbers and thus more manageable parameters with the same level of security.

The discrete logarithm cryptosystem

Two people, say Alice and Bob, want to communicate privately over a connection that is not secure. They can use a *symmetric* or *secret key* cryptosystem to tackle this problem. In such a system, both parties need to know a common secret, called the *key*. In the Enigma, which was used by the Germans in WW-II, the key consisted of the choice and the starting positions of three rotors [5]. In modern secret key cryptosystems the key is a string of 128, 192 or even more bits. The problem is that Alice and Bob have never met before and do not have a common secret key. They use the Diffie-Hellman key exchange protocol to agree on this key. Note that their communication takes place over a public channel, where eavesdroppers may listen in.

Alice and Bob use a very large prime number p and an element g in $\mathbf{Z}_p$ of sufficiently large multiplicative order q (think of 128 bits long). In the sequel, we shall assume that q is prime (note

that q divides $p - 1$). Alice can choose the parameters p and g and tell them to Bob or they can use standard parameters given by the communication network. In all cases, an eavesdropper will also know these parameters.

Next, Alice and Bob each choose a random exponent less than q , say s_A and s_B . They compute $k_A = g^{s_A}$, resp. $k_B = g^{s_B}$ in $\mathbf{Z}_p$ and exchange these values over the public channel. They keep their exponent s_A resp. s_B secret. The common, secret value of Alice and Bob is given by

$$g^{s_A s_B} \text{ in } \mathbf{Z}_p,$$

which Alice can compute from $(k_B)^{s_A}$ and Bob from $(k_A)^{s_B}$.

There is a practical complication with this system. How does Alice know for sure that s_B is indeed Bob's public value? You can think of a public directory (like a telephone book) in which all these values are listed, but that is not a very practical solution. More likely, you want some trustworthy authority to sign each public value as authentic.

Clearly, the key exchange system, described above, is broken as soon as an eavesdropper can determine s_A from the known k_A (or s_B from k_B). This forces us to look at various techniques to solve

$$g^s \equiv k \pmod{p}, \quad (1)$$

where g, k , and p are known and s needs to be determined. The problem of how to solve (1) is called the *discrete logarithm* problem. For further reading on the techniques described below, we refer the reader to [8], an excellent handbook, or [14], a textbook with interactive cd-rom.

Ways to determine a discrete logarithm

A *brute-force* way to find s would be to try $s = 0, 1, 2, \dots$ until a solution is found or, alternately, to put $g^0, g^1, g^2, \dots$ in a table and

9	(4,6)	(5,5)	(1,7)	(7,5)	(0,0)	(5,3)	(1,8)	(3,5)	(8,4)	(7,9)
8	(1,8)	(2,2)	(6,5)	(9,9)	(9,6)	(2,0)	(4,4)	(6,1)	(2,3)	(9,1)
7	(7,9)	(1,0)	(2,4)	(2,3)	(4,8)	(0,3)	(3,7)	(8,2)	(4,2)	(6,5)
6	(9,9)	(0,6)	(1,5)	(8,5)	(7,3)	(8,4)	(9,5)	(4,3)	(3,8)	(1,3)
5	(4,2)	(9,9)	(7,8)	(4,8)	(3,1)	(5,1)	(9,7)	(1,9)	(3,7)	(6,9)
4	(1,2)	(0,4)	(7,6)	(6,4)	(0,5)	(1,6)	(8,7)	(5,7)	(1,7)	(5,8)
3	(0,2)	(5,0)	(0,9)	(4,9)	(2,6)	(3,3)	(7,3)	(5,0)	(8,7)	(6,9)
2	(3,9)	(1,8)	(5,5)	(4,7)	(0,1)	(4,7)	(0,1)	(4,8)	(3,7)	(0,6)
1	(1,1)	(2,2)	(7,9)	(8,5)	(5,1)	(4,6)	(8,7)	(5,2)	(1,6)	(5,3)
0	(3,1)	(3,2)	(0,6)	(4,3)	(0,2)	(1,7)	(5,4)	(7,9)	(0,1)	(9,5)
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Table 1 A random mapping f from $\{0, 1, \dots, 9\}^2$ to itself.

look for k . Either way, the complexity is p . If p consists of t bits, we can say that the complexity is given by 2^t , so the complexity grows exponentially in t .

A nice way to balance the time complexity with the available memory is the *baby-step giant-step* method. Suppose that one has enough memory available to store m elements of $\mathbf{Z}_p$. Compute $g^0, g^1, g^2, \dots, g^{m-1}$, sort these elements to facilitate an easy look-up and put them in a table. Note that the exponents increase by 1, the baby-steps. Next one checks if k is in the table, if not one checks if k/g^m is in the table, if not check k/g^{2m} , etcetera (the giant-steps). When k/g^{jm} is in the table, say it equals g^i , $0 \leq i \leq m-1$, one has found the unknown exponent: $s = jm + i$. The time complexity of the baby-step giant-step method is p/m , so the product of memory requirement and time complexity is still $p \approx 2^t$.

Two related techniques to determine the solution s of (1) are called the *Pollard- ρ* and the *Pollard- λ* method [10]. We shall only explain the first method. We still assume that g generates a subgroup of prime order q . We start with the following observation about random functions.

Let f be a random mapping from a finite set A to itself. Select a random element a_0 in S and define the sequence $\{a_i\}_{i \geq 0}$ recursively by $a_{i+1} = f(a_i)$. The sequence $\{a_i\}_{i \geq 0}$ will eventually cycle, because A is finite. The expected length of this cycle and the expected length of the beginning segment until the cycle starts are both given by $\sqrt{\pi|A|/8}$ (see [3]). This situation is depicted graphically by the ρ in Figure 2, where we have taken $A = \{0, 1, \dots, 9\} \times \{0, 1, \dots, 9\}$ and where $f(i, j)$ is given by the entry at place (i, j) in the rectangle given in Table 1.

Returning to the problem of finding the solution of (1) the idea now is to define a recursion on $\mathbf{Z}_p$. It turns out that we need to keep track of two additional parameters. We define the mapping $F : \mathbf{Z}_p \times \mathbf{Z}_q \times \mathbf{Z}_q \rightarrow \mathbf{Z}_p \times \mathbf{Z}_q \times \mathbf{Z}_q$ by

$$F(x, u, v) = \begin{cases} (x^2, 2u, 2v), & \text{if } x \equiv 0 \pmod{3}, \\ (kx, u, v+1), & \text{if } x \equiv 1 \pmod{3}, \\ (gx, u+1, v), & \text{if } x \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

The sequence $\{(x_i, u_i, v_i)\}_{i \geq 0}$ is defined recursively by

$$\begin{cases} (x_0, u_0, v_0) = (1, 0, 0), \\ (x_{i+1}, u_{i+1}, v_{i+1}) = F(x_i, u_i, v_i). \end{cases}$$

It is easy to verify with an induction argument that $x_i = g^{u_i} k^{v_i}$ for all $i \geq 0$. For instance, if $x \equiv 0 \pmod{3}$, one has $g^{u_{i+1}} k^{v_{i+1}} =$

$$g^{2u_i} k^{2v_i} = (g^{u_i} k^{v_i})^2 = (x_i)^2 = x_{i+1}.$$

We need to find indices $0 \leq i < j$ with $x_i = x_j$ but we want to avoid having to store all intermediate values $x_0, x_1, \dots$. To this end, we only compare the first coordinates of (x_i, u_i, v_i) and (x_{2i}, u_{2i}, v_{2i}) for $i > 0$. If $x_i \neq x_{2i}$, we calculate $(x_{i+1}, u_{i+1}, v_{i+1}) = F(x_i, u_i, v_i)$ and $(x_{2i+2}, u_{2i+2}, v_{2i+2}) = F(F(x_{2i}, u_{2i}, v_{2i}))$ and compare their first coordinates again.

When $x_i = x_{2i}$, $i > 0$, we have $g^{u_i} k^{v_i} = g^{u_{2i}} k^{v_{2i}}$, i.e., $g^{u_i} g^{s \cdot v_i} = g^{u_{2i}} g^{s \cdot v_{2i}}$. From this almost always the unknown exponent s can be calculated: $s = (u_{2i} - u_i) / (v_i - v_{2i}) \pmod{q-1}$. (In case that $\gcd(v_i - v_{2i}, p-1) \neq 1$, one can solve $kg^l \equiv g^{s+l} \pmod{p}$ with Pollard's method for $l = 1, 2, \dots$ until a solution is found.)

It follows from the ρ shape of the $\{x_i\}_{i \geq 0}$ -walk that the expected running time of this algorithm is $\sqrt{\pi p/2} \approx 2^{t/2}$, while the memory requirements are a very small constant.

As an example, we try to solve $121^s \equiv 3435 \pmod{4679}$. Note that 121 has multiplicative order $q = 2339$. Starting with $(x_0, u_0, v_0) = (1, 0, 0)$, we find that $x_{76} = x_{152}$ with $a_{76} = 84, b_{76} = 2191, a_{152} = 286, b_{152} = 915$. From this one can obtain $s \equiv (286 - 84) / (2191 - 915) \equiv 1111 \pmod{2339}$.

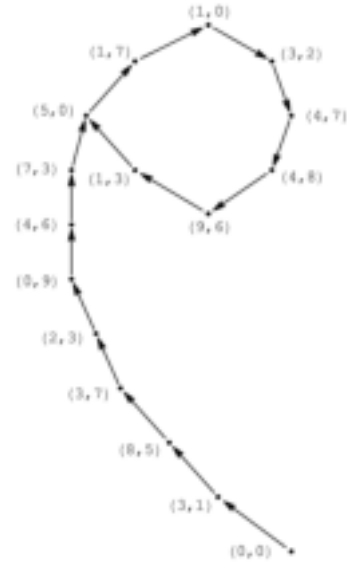


Figure 2 The ρ -shaped walk in $\{0, 1, \dots, 9\}^2$ starting in $(0, 0)$.

Index-calculus

We shall only give a typical example of this method. Suppose that one needs to solve:

$$11^k \equiv 3333 \pmod{4679}.$$

We start with a precalculation that is independent of the right-hand side 3333. We consider the set $\{2, 3, 5, 7, 11\}$, consisting of the first five prime numbers (this set is called a *factor base*) and try to solve the logarithm problem for all elements in the factor bases. In other words, we want to solve

$$11^{k_1} \equiv 2 \pmod{4679},$$

$$11^{k_2} \equiv 3 \pmod{4679},$$

$$11^{k_3} \equiv 5 \pmod{4679},$$

$$11^{k_4} \equiv 7 \pmod{4679},$$

$$11^{k_5} \equiv 11 \pmod{4679}.$$

At first glance, it may look like we have made the situation worse instead of better, but that is not true. Select a random exponent r , compute $11^r \pmod{4679}$, and check if the remainder can be factored completely by means of the factor base. For instance, $11^{2208} \equiv 4182 \pmod{4679}$ but $4182 = 2^1 \times 3^1 \times 697$ and 697 can not be factored further over $\{2, 3, 5, 7, 11\}$.

Note that we do not need to factor the righthand side, we only have to divide it by the elements in the factor base. Note also that the larger the factor base, the easier we find righthand sides that do completely factor with respect to the factor base, but the price we pay is having more unknowns k_i to determine. As soon as a right hand side does completely factor with respect to the factor base, we get a linear relation between the unknown k_i 's. For instance,

$$11^{1006} \equiv 315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \pmod{4679}$$

gives the relation

$$1006 \equiv 2 \cdot m_2 + m_3 + m_4 \pmod{4678}.$$

Collect enough linear relations to solve the unknown k_i 's. For instance, from

$$\begin{aligned} 11^{104} &\equiv 1280 = 2^8 \cdot 5 \pmod{4679}, \\ 11^{208} &\equiv 750 = 2 \cdot 3 \cdot 5^3 \pmod{4679}, \\ 11^{1006} &\equiv 315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \pmod{4679}, \\ 11^{2303} &\equiv 198 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \pmod{4679}, \\ 11^{3506} &\equiv 4050 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \pmod{4679}, \end{aligned}$$

we get the linear relations

$$\begin{aligned} 104 &\equiv 8k_1 + k_3, & \pmod{4678}, \\ 208 &\equiv k_1 + k_2 + 3k_3 & \pmod{4678}, \\ 1006 &\equiv 2k_2 + k_3 + k_4 & \pmod{4678}, \\ 2303 &\equiv k_1 + 2k_2 + k_5 & \pmod{4678}, \\ 3506 &\equiv k_1 + 4k_2 + 2k_3 & \pmod{4678}. \end{aligned}$$

The solution is given by $k_1 \equiv 352$, $k_2 \equiv 3314$, $k_3 \equiv 1966$, $k_4 \equiv 1768$, and $k_5 \equiv 1$, all modulo 4678.

We are now ready to solve the original problem: $11^k \equiv 3333 \pmod{4679}$. Pick a random exponent r and check if $3333 \times 11^r \pmod{4679}$ completely factors over the factor base. After a few tries we find that

$$3333 \times 11^{573} \equiv 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \pmod{4679}.$$

From this we get

$$k + 573 \equiv 2k_1 + 3k_2 + k_3 \pmod{4678}.$$

Since the k_i 's are now known, it is easy to determine k . One obtains the solution $k \equiv 2 \times 352 + 3 \times 3314 + 1 \times 1966 - 573 \equiv 2683 \pmod{4678}$. Indeed, $11^{2683} \equiv 3333 \pmod{4679}$.

The time complexity of the above method is given by $e^{1.923 t^{1/3} (\ln t)^{2/3}}$ (see [4]). The memory requirement typically equals the square root of this number. This makes the index calculus algorithm and its variations the only method for taking discrete logarithms with a subexponential complexity (see also Table 2).

	time	memory
Exhaustive key search	2^t	1
Baby-step Giant-step	$2^{t/m}$	m
Pollard	$2^{t/2}$	1
Index calculus	$e^{1.923 t^{1/3} (\ln t)^{2/3}}$	$e^{1.923 t^{1/3} (\ln t)^{2/3} / 2}$

Table 2 The complexity of different methods to take discrete logarithms for $p \approx 2^t$.

Elliptic curve cryptosystems

Although it is very natural to use the multiplicative group of a finite field to set up the discrete logarithm system, one may equally well use a (sufficient large) subgroup of it or even any other cyclic group. Victor Miller and Neil Koblitz proposed in 1985 a variation that makes use of the additive group associated with an elliptic curve. In our explanation, we restrict ourselves again to $\mathbf{Z}_p$ with p prime.

Definition 1. Let $a, b, c \in \mathbf{Z}_p$. The elliptic curve $\mathcal{E}$ over $\mathbf{Z}_p$ is the set of points (x, y) satisfying

$$y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c, \quad (2)$$

together with a point $\mathcal{O}$, called the point at infinity.

Two examples of elliptic curves over $\mathbf{R}$ are depicted in Figure 3. The point $\mathcal{O}$ can be best viewed as the intersection point at infinity of all vertical lines. Clearly, if the right hand side in (2) is positive for some value of x there will be two points on $\mathcal{E}$ with that x coordinate, one with a positive y -coordinate and its mirror image. If the right hand side is zero there is only a single value (being $y = 0$) and there is no solution if the right hand side is negative.

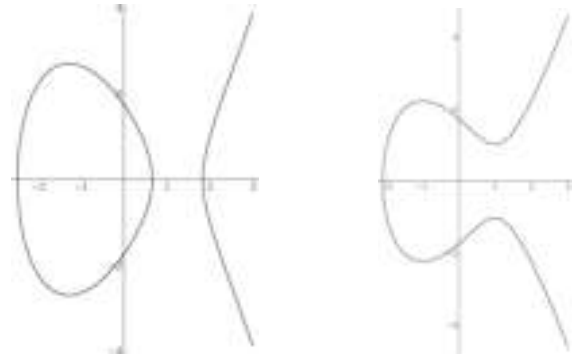


Figure 3 The EC-curves $y^2 = x^3 - 5x + 3$ and $y^2 = x^3 - 3x + 3$ over $\mathbf{R}$.

Over $\mathbf{Z}_p$ the situation is exactly the same: two solutions if $x^3 + ax^2 + bx + c$ is a quadratic residue modulo p , one solution if it is zero and no solution otherwise. There is no exact formula for the number of points on a EC-curve over $\mathbf{Z}_p$. In [13] one can find the following bound.

Theorem (Hasse) The number of points N on an elliptic curve over $\mathbf{Z}_p$ satisfies:

$$|N - (p + 1)| \leq 2\sqrt{p}.$$

Algorithms exist to count the number of points on a EC-curve precisely, e.g. [12]. However, these methods are not as efficient as one would like them to be and much research remains to be done in this area.

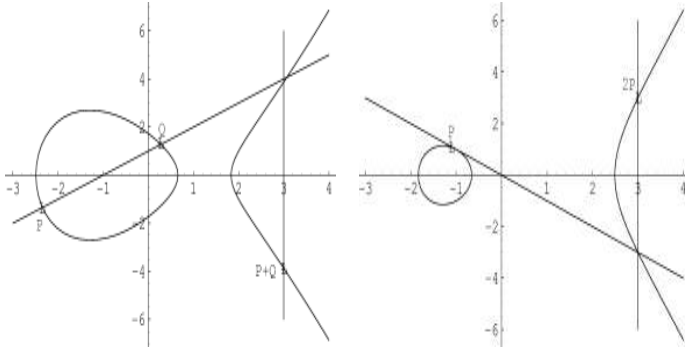


Figure 4 Addition over EC-curves

Elliptic curves have the nice property that any line through two points on $\mathcal{E}$ will intersect $\mathcal{E}$ in a third point (for a vertical line the point $\mathcal{O}$ plays that role). The same statement is true for a (double) tangent on $\mathcal{E}$. It will intersect $\mathcal{E}$ in a third point. The reason for this is simple. Let $y = mx + n$ be the equation of the line l through (x_1, y_1) and (x_2, y_2) both on $\mathcal{E}$. Substitution of $y = mx + n$ in (2) gives the third degree equation $(mx + n)^2 = x^3 + ax^2 + bx + c$. Since x_1 and x_2 are two of its roots, there must be a third one: x_3 . The point (x_3, y_3) , with $y_3 = mx_3 + n$, is the third point of intersection of l with $\mathcal{E}$. Other cases can be verified similarly.

We are now ready to define the group operation.

Definition 2. Addition on $\mathcal{E}$ is defined by:

1. $\mathcal{O} + \mathcal{P} = \mathcal{P} + \mathcal{O} = \mathcal{P}$,
2. if $\mathcal{P} = (x, y)$ then $-\mathcal{P} = (x, -y)$,
3. otherwise $\mathcal{P} + \mathcal{Q} = -\mathcal{R}$, where $\mathcal{R}$ is the third of intersection of the line through $\mathcal{P}$ and $\mathcal{Q}$.

In Figure 4, typical cases for this addition are depicted over $\mathbf{R}$. The reader should realize that the addition formulas do not involve complicated functions. Indeed, in the general case, $x_1 + x_2 + x_3$ is equal to minus the coefficient of x^2 in the third degree equation above.

Since addition on $\mathcal{E}$ is easy, it is also simple to compute a scalar multiple $s\mathcal{P}$. Again, the binary expansion of the scalar s helps. For instance, for $s = 2185$ with binary expansion 100010001001, one gets:

$$2185\mathcal{P} = 2(2(2(2(2(2(2(2\mathcal{P}))) + \mathcal{P}))) + \mathcal{P})) + \mathcal{P}.$$

When the order of $\mathcal{P}$ is sufficiently high, the opposite problem, i.e. to determine s such that $s\mathcal{P} = \mathcal{Q}$ for given $\mathcal{P}$ and $\mathcal{Q}$ on $\mathcal{E}$ is again, as with the discrete logarithm, intractable in general.

As an example, we consider the elliptic curve $\mathcal{E}$ given by $y^2 = x^3 + 100x^2 + 10x + 1$ over $\mathbf{Z}_{863}$. The point $\mathcal{P} = (121, 517)$ on $\mathcal{E}$ has order 432. Computing $300\mathcal{P}$ from $\mathcal{P}$ is straightforward, but to solve $s\mathcal{P} = \mathcal{Q}$ for $\mathcal{Q} = (101, 496)$ on $\mathcal{E}$ one can not do a lot better than to try $s = 1, 2, 3, \dots$

It is now easy to set up a Diffie-Hellman-like key exchange system on an elliptic curve (or to copy all later generalizations). Start with an elliptic curve $\mathcal{E}$ (not all are suitable, just like not all prime numbers are suitable in the original scheme) and a point $\mathcal{P}$ on $\mathcal{E}$ of sufficiently high (additive) order. Let this order be denoted by v .

Alice and Bob (and every other participant) choose a random coefficient, say s_A and s_B , respectively, both less than v . Alice

and Bob compute the scalar multiples $\mathcal{K}_A = s_A\mathcal{P}$ and $\mathcal{K}_B = s_B\mathcal{P}$, respectively, and make them public or exchange them in some public way. They can now both compute

$$\mathcal{S}_{A,B} = s_A s_B \mathcal{P} = s_A \mathcal{K}_B = s_B \mathcal{K}_A.$$

Indeed, Alice knows the public $\mathcal{K}_B$ of Bob and her own secret s_A and can compute $s_A \mathcal{K}_B = \mathcal{S}_{A,B}$. For Bob a similar situation holds. Since the x -coordinate of $\mathcal{S}_{A,B}$ determines the y -coordinate apart from a single bit (the sign), Alice and Bob should only use the x -coordinate as common secret key.

An overview of the Diffie-Hellman key exchange system over elliptic curves is given in Table 3. Note that an exponentiation in the original system translates into a scalar multiplication, just like a multiplication in the original system translates into an addition.

system parameters	elliptic curve $\mathcal{E}$ over $\mathbf{Z}_p$ point $\mathcal{P}$ on $\mathcal{E}$ of high order v
secret key of user U	$s_U, 0 < s_U < v$
public key of user U	the point $\mathcal{K}_U = s_U \mathcal{P}$
common key of Alice and Bob	the point $\mathcal{S}_{A,B} = s_A s_B \mathcal{P}$
Alice computes	$\mathcal{S}_{A,B} = s_A \mathcal{K}_B$
Bob computes	$\mathcal{S}_{A,B} = s_B \mathcal{K}_A$

Table 3 The Diffie-Hellman key exchange system over elliptic curves.

The importance of EC-cryptosystems

So, why is it interesting to generalize the Diffie-Hellman key exchange system to the elliptic curve setting? Maybe at the beginning, some sceptics may have thought that this was a generalization just for the sake of the generalization or that it was motivated by patent aspects. Both assumptions were incorrect, as it turned out that there was much more to it. To understand this, one has to look at the various methods to take discrete logarithms and see if they can be adapted to the elliptic curve setting.

Obviously, exhaustive search and baby-step giant step can be generalized. For instance, one can make a table of $\mathcal{O}, \mathcal{P}, 2\mathcal{P}, \dots, 9\mathcal{P}$ and then check if $\mathcal{Q}$ is in the table. If it is not, check if $\mathcal{Q} - 10\mathcal{P}$ is in the table, otherwise check if $\mathcal{Q} - 20\mathcal{P}$ is in the table, etcetera.

Also Pollard's method can be generalized very naturally (see [1]). The index calculus method has defeated any attempt to generalize it to the elliptic curve setting. The reason seems to lie in the fact that while one can define a 'natural' factor base in the set of integers (e.g. the first so many prime numbers) and then check quite easily if an integer factors completely over this factor base, a similar thing can not be done for the points on an elliptic curve. (In the ring of polynomials a natural factor base consists of a finite set of irreducible polynomials. This is relevant for the elliptic curve cryptosystems defined over finite fields.)

The above observation is extremely important and explains all the interest in EC-cryptosystems (ECC's). To keep the Diffie-Hellman key exchange over $\mathbf{Z}_p$ secure even the index-calculus method with its subexponential complexity should be infeasible. This forces the designers of the system to use very large prime numbers p (or, if the finite field $GF(q)$ is used instead of $\mathbf{Z}_p$, q has to be taken very large). With the Diffie-Hellman key exchange over an elliptic curve one does not have to worry about the index calculus method (or related techniques). This leaves the designer with Pollard's method which has an exponential running time. To see how these complexities compare, see Table 4. Quite clearly, much smaller prime numbers suffice when using elliptic curve

cryptosystems than when working over finite fields. This comparison is not completely fair. For instance, more constants need to be stored to describe an elliptic curve. To get an impression of the security of a cryptosystem we refer the reader to [6]. Depending on assumptions that one wants to make, like the expected increase of computer power per year and the number of years that the system has to remain secure, the program in [6] will calculate the necessary key lengths.

In the regular Diffie-Hellman key exchange some parameter choices are not safe. For instance, prime numbers p for which $p - 1$ only has small prime factors have to be avoided. A similar thing holds for elliptic curve cryptosystems. The strongest attack seems to be the MOV attack [7]. It reduces the logarithm problem over an elliptic curve to the regular logarithm problem over a finite field. The MOV attack can be applied to so-called singular and super-singular elliptic curves. This means that the subexponential algorithms can be applied again and that nothing can be gained by using cryptosystems over such curves! Luckily, it is quite easy to test and avoid these curves.

Only one worry remains among applied cryptographers: since elliptic curves have not been studied as intensively as the classical discrete logarithm problem over $\mathbf{Z}_p$ and much less than the factorization problem, new insights may make the whole idea of elliptic curve cryptosystems worthless (from an application point of view). Only the future can show if this worry is justified. On the other hand, with every year that elliptic curve cryptosystems are around such dramatic events seem less and less likely. For further reading, we refer the reader to [1].

As a final remark, we note that it is only natural to consider other group structures to set up a Diffie-Hellman-like key exchange system. However, all current proposals of this kind seem to lack an efficient implementation.

Applications

As was noted before, the security of elliptic curve based cryptosystems grows exponentially in its parameter, while alternative

# digits of p	Pollard	index calculus
100	$1.13 \cdot 10^{15}$	$6.79 \cdot 10^{15}$
150	$3.78 \cdot 10^{22}$	$1.03 \cdot 10^{19}$
200	$1.27 \cdot 10^{30}$	$4.05 \cdot 10^{21}$
250	$4.25 \cdot 10^{37}$	$6.87 \cdot 10^{23}$
300	$1.43 \cdot 10^{45}$	$6.49 \cdot 10^{25}$

Table 4 Pollard's method compared with the index calculus method.

systems as RSA have a subexponential security. To give another comparison: a 256 bits EC cryptosystem should be compared to a 3072 bits RSA modulus. The computational overhead of both systems grows like n^3 , where n is the key length in bits.

When implementing cryptosystems one often has to deal with practical constraints like memory requirement, processing time, or power consumption (for instance on smartcards). A fast growing application area is wireless communication. It is here that ECC compares very favorably with other systems. ECC's can be implemented on smartcards without mathematical coprocessor. Contactless smartcards only work with ECC because other systems require too much induction energy. Also for the wireless communication with or between handhelds, like the Palm Pilot, ECC offers advantages that other systems can not offer: a shorter key generation, a shorter handshaking protocol, etc. For this reason, one will very likely see ECC applied in future applications of e-commerce, for instance when people use their handheld to sign their business transactions. Already at this moment, there are many international standards involving ECC: ISO, ANSI, IEEE, and SECG. 

Acknowledgement

The author likes to thank Rene Struik for his valuable comments and input.

References

- 1 I. Blake, G. Seroussi, and N. Smart, *Elliptic Curves in Cryptography*, London Mathematical Society Lecture Note Series, Vol. 265, Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- 2 W. Diffie and M.E. Hellman, *New directions in cryptography*, IEEE Trans. Inf. Theory, IT-22, pp. 644–654, Nov. 1976.
- 3 P. Flajolet and A.M. Odlyzko, *Random mapping statistics*, in Advances in Cryptography: Proc. of Eurocrypt '89, J.-J. Quisquater and J. Vandewalle, Eds., Lecture Notes in Computer Science 434, Springer Verlag, Berlin etc., pp. 329–354, 1990.
- 4 D.M. Gordon, *Discrete logarithms in $GF(p)$ using the number field sieve*, SIAM Journal on Discrete Mathematics, 6, pp. 124–138, 1993.
- 5 A.G. Konheim, *Cryptography, a primer*, John Wiley & Sons, New York, etc., 1981.
- 6 A.K. Lenstra and E.R. Verheul, *Selecting Cryptographic Key Sizes*, <http://www.cryptosavvy.com/>
- 7 A. Menezes, T. Okamoto, and S. Vanstone, *Reducing elliptic curve logarithms to logarithms in a finite field*, IEEE Transactions on Information Theory, IT-39, pp. 1639–1646, 1993.
- 8 Menezes, A.J., P.C. van Oorschot, and S.A. Vanstone, *Handbook of Applied Cryptography*, CRC Press, Boca Raton, etc. 1997.
- 9 S. Miller, *Use of elliptic curves in cryptography*, abstract in Advances in Cryptography: Proc. of Crypto '85, H.C. Williams, Ed., Lecture Notes in Computer Science 218, Springer Verlag, Berlin etc., p. 417, 1986.
- 10 J.M. Pollard, *Monte Carlo methods for index computation (mod p)*, Math. Comp. 32, pp. 918–924, 1978.
- 11 R.L. Rivest, A. Shamir and L. Adleman, *A method for obtaining digital signatures and public key cryptosystems*, Comm. ACM, Vol. 21, pp. 120–126, Febr. 1978.
- 12 R. Schoof, *Counting points on elliptic curves over finite fields*, Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, 7, pp. 219–254, 1995.
- 13 J.H. Silverman, *The Arithmetic of Elliptic Curves*, Springer Verlag, Berlin, etc., 1986.
- 14 Henk C.A. van Tilborg, *Fundamentals of cryptology; A professional reference and interactive tutorial*, Kluwer Academic Publishers, Boston etc., 2000.



Afscheid van Dirk Struik

Honderdjaarslezing

Op 21 oktober 2000 overleed Dirk Struik in zijn huis in Belmont (Massachusetts). Een In Memoriam verscheen in het decembernummer van het Nieuw Archief. Ter afscheid van deze beroemde wetenschapper van Nederlandse afkomst publiceren we in dit nummer vijf artikelen over Dirk Struik. Het eerste artikel is van Struik zelf. In oktober 1994 organiseerde het CWI een symposium ter ere van de honderdste verjaardag van Dirk Struik. Ter afsluiting heeft Struik toen zelf de volgende redevoering gehouden, met als geheugensteun enkel wat aantekeningen op een veltje papier ter grootte van een briefkaart. De beknopt geannoteerde tekst is verzorgd door Teun Koetsier en Gerard Alberts.

Dames en heren, vrienden, collega's,

*In Rotterdam ben ik geboren,
dicht bij de oevers van de Maas.
Daar liep ik in mijn droom verloren,
temidden van het stadsgeraas.¹*

Daar was mijn vader onderwijzer aan een lagere school. Mijn goede moeder was . . . , wel, was een goede moeder. Ik had een broer, Anton, die ingenieur is geweest. Hij is in de nazitijd omgekomen. Ik had een zuster, Lena, die onderwijzeres is geworden en zich heel verdienstelijk heeft gemaakt in antroposofische

kringen. Zij ging een heel andere richting uit dan Anton en ik. Ik heb natuurlijk in die honderd jaar zoveel meegemaakt, dat ik in een paar kwartier dat niet allemaal kan vertellen. Ik zal een paar grepen doen uit mijn leven, mensen die me bijzonder hebben geboeid en gebeurtenissen die me hebben beïnvloed.

Mijn vroegste herinnering is aan de Boerenoorlog, omstreeks 1900.² Ik was een jaar of vijf, zes en vroeg aan mijn vader: "Vader, wat betekent toch dat woord oorlog?" — dat hoeft je tegenwoordig niet meer uit te leggen aan zesjarigen. De namen uit die tijd klinken me nog altijd in de oren, Mafeking, Ladysmith, Magersfontein, Spionkop. Ik weet niet of ze nog iets betekenen voor u, maar het waren grote namen voor ons; zoals voor een latere generatie Stalingrad.

Staatsexamen

Ik ben op de HBS geweest, de Hoogere Burgerschool, in Rotterdam. Voor de leraren daar heb ik altijd veel respect gehad. Een van hen was Ten Dam. Die heeft me geholpen om de universiteit te bereiken en om te weten te komen waar het in het socialisme om gaat. Op de HBS leerde je viertalen, Nederlands, Frans, Duits en Engels, maar geen Latijn en Grieks. Die oude talen, vereist voor de universiteit, leerde je alleen op het Gymnasium. En het Gymnasium was alleen voor hele nette jongelui en ik was wel net, maar niet zo net. Zo kwam het dat ik staatsexamen moest doen om op de universiteit te komen. Dat is pas in 1917 afgeschaft en het was 1911.

Toen heb ik een jaar lang samen met mijn

vriend Klaas Kooyman, de botanist die later bibliothecaris in Wageningen is geworden, Latijn en Grieks geleerd bij meneer De Vries in Den Haag. We gingen daarvoor op en neer met het elektrische spoortje van Rotterdam naar Den Haag. We hebben er alleen maar het eenvoudigste Latijn en Grieks geleerd, Herodotus, Caesar — De Bello Gallico: "Gallia divisa est in partes tres . . ." Dat heeft me heel weinig geholpen bij de studie van de wiskunde. Je kunt heel goed tensors doen zonder Latijn te kennen, hoewel het wel goed is om te weten dat tensor komt van tensie, strekking. Het begrip komt van oorsprong uit de kristallografie, waar Waldemar Feucht rond 1890 het woord tensor heeft ingevoerd. Dit woord is later door Einstein opgepakt om de calculus van Ricci³ te dopen. Ricci en Levi-Civita⁴ hebben immers nooit hun rekening tensor-calculus genoemd; ze noemden het absolute differentiaalrekening. Einstein heeft het tensorcalculus genoemd en dat is zo gebleven.

Levende mensen

Na het staatsexamen kwam ik in Leiden terecht in 1912. Eerst was ik spoorstudent, want we hadden geen geld om een kamer te huren. Na een paar jaar heb ik een beurs gekregen; dat was toen iets heel zeldzaams. Door bemiddeling van Kluyver⁵ en Ehrenfest⁶ kreeg ik die beurs en toen ben ik in Leiden gaan wonen. Gedurende de Eerste Wereldoorlog was ik in Leiden. Ik interesseerde me diep voor de oorzaken van die oorlog en heb me naar aanleiding daarvan verdiept in het socialisme en het marxisme. Ik heb dat altijd trachten te ver-

Foto links: Dirk Struik in Walden Pond bij de plek waar vroeger de boshut van Henry David Thoreau stond. Thoreau was een utopist en inspirator van onder meer Frederik van Eeden. Struik wandelde hier jaarlijks en vertelde dan over Thoreau. Foto: familiearchief Struik.



Dirk, Lena en Anton Struik met hun vader in 1920

foto: familiearchief Struik

enigen met mijn liefde voor de wetenschap, voor de wiskunde in het bijzonder. Dat heeft in de eerste plaats geleid tot mijn belangstelling voor de geschiedenis van de wiskunde.

Ik volgde colleges, speciaal van Lorentz⁷ en nog meer in het bijzonder van Ehrenfest. Ehrenfest was een buitengewone persoonlijkheid, niet alleen een groot geleerde, maar ook een buitengewone leraar. Zijn lessen zijn onvergetelijk geweest — en als u mij niet gelooft, vraag het dan maar aan Casimir,⁸ aan Tinbergen⁹ en al die anderen. Ehrenfest had een onvoorstelbaar overzicht over de natuurkunde, hij was een uitstekende wetenschapsman — zijn leer van de adiabatische invarianten heeft invloed uitgeoefend op de pasgeboren quantumtheorie — maar hij was er vooral knap in te vertellen wat nou eigenlijk de eigenlijke, eigenlijke, eigenlijke kern was van een theorie. Hij kon Einstein vertellen wat Einstein eigenlijk bedoelde. Dat wist Einstein ook en daarom kwam Einstein, die toen in Berlijn zat, vaak naar Ehrenfest toe.

Zo heb ik Einstein ook ontmoet als student. Ik was toen juist geëngageerd met een heel mooi meisje, dat later mijn vrouw is geworden. Ik ging haar voorstellen aan Ehrenfest. Zij kwam uit Praag. Wij stonden daar onderaan de trap van het Bosscha-laboratorium. Einstein die op bezoek was bij Ehrenfest, kwam juist die trap af. Ehrenfest riep hem terug: “Hai Albert, komm her. Hier ist der Struik und die Ramler, segne sie!” — hij dacht dat dat Hollands was. Einstein strekte inderdaad zijn beide handen boven onze hoofden uit en grinnikte. Of het een voorteken was ...

We zijn niet lang daarna getrouwd; dat was een heel belangrijke gebeurtenis in mijn leven. Met mijn vrouw Ruth ben ik zeventig jaar getrouwd geweest. Verleden jaar is ze overleden. Ze is 99 geworden, een welgevuld leven. Het is toch jammer dat ze hier niet is.

Ehrenfests lessen waren onvergetelijk. Als ik ooit een goede leraar ben geweest, goed onderwijs heb gegeven, dan is dat min of meer te danken aan het voorbeeld van Ehrenfest. Ik heb mij altijd voorgesteld hoe Ehrenfest het in de gegeven situatie zou aanpakken. Wat ik speciaal van Ehrenfest geleerd heb, is dit. Ik heb op school, op de HBS, wel heel wat wetenschap geleerd, maar dat was alles min of meer statisch. Wat er eenmaal in een leerboek staat, dat staat er, is statisch, beweegt niet meer. Van Ehrenfest heb ik, en hebben met mij vele studenten, geleerd, dat de wetenschap iets levends is. Wetenschap is nooit statisch, wordt gemaakt door levende mensen, die met elkaar kunnen praten, met elkaar kunnen twisten. Ehrenfest was mathematisch-fysicus; we leerden ook heel wat wiskunde van hem en dat was allemaal levende wiskunde, geen dode wiskunde. En mijn leven lang heb ik geprobeerd duidelijk te maken dat wiskunde iets levends is, niet iets wat eenvoudig vastgevroren zit in leerboeken.

Nadat ik in Leiden mijn doctoraalexamen had gedaan in 1916, ben ik eerst in Alkmaar een paar maanden leraar geweest. Daar waar ik nog altijd heel aardige herinneringen aan. Er is onlangs een boek verschenen waarin meneer Olink¹⁰ vertelt dat alle meisjes op

mij verliefd waren. Dat is niet waar, het was er maar één, ... en niet zo erg. Ik heb daar geen gebroken harten achtergelaten.

Tensorrekening

Door bemoeienis van Ehrenfest ben ik assistent bij Schouten¹¹ geworden, in Delft. Dat ben ik zeven jaar gebleven. Van Schouten heb ik ook een paar dingen geleerd, in de eerste plaats wat de methode van wetenschappelijk werk is. De discipline, de ijzeren discipline die je moet hebben om goed wetenschappelijk werk te doen, heb ik er opgestoken. Ja, sommigen doen het zonder erg veel discipline, maar voor mij was het nodig, want van nature ben ik een luiaard. In mijn hart ben ik altijd verwant geweest met die Spanjaarden die zeggen ‘hasta mañana’: stel tot morgen uit wat gij heden doen kunt. Ik heb daar altijd tegen moeten vechten. Van Schouten heb ik niet alleen zijn wetenschappelijke werkmethode, maar ook zijn wiskunde geleerd, namelijk zijn affinor-analyse. Die vreselijke affinor-analyse was een generalisatie van de vectormethode. Het vreselijke was dat wanneer je de vectormethode op de vectormanier, dat wil zeggen zonder coördinaten, generaliseert, dat je dan vreselijk veel tekens nodig hebt.

In de gewone vectoranalyse heb je er twee, een kruis en punt. Ga je naar meer dimensies, dan heb je haken en kruisen en cirkels en hakenkruiscirkels, ik weet al niet wat, alles heb je nodig om die verschillende combinaties te maken. Dus dat liep helemaal spaak. Ik heb mijn dissertatie, daar hebt u net over gehoord van dr. Singh Varma, in die notatie geschreven met het gevolg dat die dissertatie nooit gelezen is, behalve dan door mezelf, Schouten en Van der Woude,¹² die in Leiden mijn promotor was. Later heb ik dat verbeterd, want spoedig is Schouten tot de overtuiging gekomen dat deze aanpak eigenlijk een doodlopende weg was, die algemene generalisatie van vectors tot affinors en rotors en deviators en op-het-eind-ors. Toen heeft hij de veel makkelijkere notatie van de absolute differentiaalrekening overgenomen, zoals die door Ricci in 1884 voor het eerst was ingevoerd, en die dan later door Einstein tensorrekening werd genoemd. Zo zijn later, na 1922, alle publicaties van Schouten en mij, en zovele anderen, allemaal in de taal van de tensorrekening geschreven, waarvan we vanochtend een aantal voorbeelden hebben gezien. Nog steeds tamelijk afschrikwekkende voorbeelden, die lange dingen, maar die formules zijn niet allemaal zo lang en ingewikkeld en veel eenvoudiger dan die van de affinor-analyse. Schouten zelf was in zijn latere leven wel een beetje beschaamd

over die affinor-analyse. Hij placht te zeggen, in het Duits, want hij was een halve Duitser, zijn moeder was Duitse: “den Mann der das geschrieven hat, möchte ich erdrosseln” — de meneer die dat geschreven heeft, zou ik wel dood willen slaan. Er is overigens nu een nieuw boek verschenen over de geschiedenis van de tensorrekening.¹³ Geschreven door een Duitse professor, mevrouw Karin Reich. Een prachtig mooi boek, daar heb ik niets op aan te merken. De hele geschiedenis tot 1917 is er in beschreven. Maar één fout staat er in: er staat dat Hermann Weyl¹⁴ dat gezegd zou hebben, dat is niet waar. Weyl is onschuldig, Schouten wou Schouten zelf doodslaan.

Naar het buitenland

Van Schouten heb ik dus geleerd de wetenschappelijke methode en de differentiaalmeetkunde, die verdere generalisaties van de Ricci-methode waar ik jarenlang aan gewerkt heb. In die tijd, ik spreek nu over 1920, waren er maar weinig academische posities open in de wiskunde. Ik was assistent van Schouten en er was eigenlijk nooit enige mogelijkheid om verder in de academie door te gaan. De professoren, wiskundigen, behalve Galois en Abel, werden allemaal oud en, tja, dan moet je maar wachten tot zo’n meneer zich terugtrekt omdat hij 70 is geworden, of doodgaat en dat doen ze gewoon niet. Dus zei Ruth tegen me: “Ga toch bij die Schouten weg, je moet wat anders doen.” En toen is het me gelukt om op het congres in Delft, in 1924, dat Schouten, Biezeno¹⁵ en Burgers¹⁶ hadden georganiseerd, de aandacht te trekken van Courant¹⁷ en Levi-Civita. En zo kreeg ik van het pas opgerichte Rockefeller Fund in Amerika een goede toelage om eerst naar Rome, naar Levi-Civita, en later naar Göttingen, naar Hilbert en Courant te gaan. Dat heb ik gedaan van 1924 tot 1926; zo heb ik heel wat geleerd. Bij Levi-Civita, zoals je gehoord hebt, heb ik heel wat gedaan, maar daar heb ik ook voor de eerste keer de lust gekregen om de geschiedenis van de wiskunde te bestuderen. Dat gaat makkelijk in Italië, want de bodem van Italië is doordrenkt met geschiedenis, al vanaf 753 voor Christus, de stichting van Rome en de tijd van Pythagoras. Het is ook, naast China, het land waar de langste wiskundige traditie is. Die traditie gaat terug op Pythagoras, in Kroton. En als dat te ver terug is, dan kun je naar Leonardo van Pisa gaan. Dan ben je in de 13e eeuw. Van de 13e eeuw af tot in de tegenwoordige tijd is er in Italië een constante wetenschappelijke wiskundige traditie van heel hoog niveau. Al die tijd kon je daar heel wat wiskunde leren, zoals ik deed

bij Levi-Civita en al die andere mensen. Giovanni Vacca¹⁸ was de eerste die me eigenlijk ingeleid heeft in de geschiedenis van de wiskunde. Dan was er Etto Bartolotti in Bologna (die stad met die hoge torens); tussen die hoge torens zitten hopen manuscripten van 16e eeuwse Italiaanse algebristen die in Europa de traditie van de Griekse wiskunde voor het eerst doorbroken hebben. Bartolotti was daar aan het studeren, en die heeft mij toen een hele hoop van die manuscripten laten zien. Daar kreeg ik zo’n plezier in, dat mijn interesse in de geschiedenis van de wiskunde uit die tijd dateert. Dat was Italië.

Levi-Civita

Levi-Civita was een prachtige kerel en dat was Hilbert ook, toen ik in Göttingen kwam. Ze waren natuurlijk, zoals al die grote wiskundigen, buitengewone gedisciplineerde mannen, maar waar de atmosfeer in Rome heel vriendelijk was — de wiskundigen waren altijd erg beleefd — was er in Göttingen altijd de neiging om elkaar te plagen. Vandaag heeft David Rowe er al over gesproken dat de atmosfeer in Göttingen altijd een beetje ruw was, en dat het seminarie van Hilbert soms heel onplezierig kon worden voor de arme spreker, als die niet heel precies kon uitleggen wat hij eigenlijk wou. Ik heb ook een voordracht gehouden toen ik in Göttingen was over wat ik bij Levi-Civita gedaan had en ik kan met plezier zeggen dat Hilbert het wel aardig vond. Ik kreeg geen scherp judicium.

Ik zal van die twee grote wiskundigen, waar ik buitengewoon veel van geleerd heb, een paar anekdotes vertellen. Levi-Civita was zo precies en zo gedisciplineerd, dat als je iets van hem vroeg dan deed hij het direct als hij het kon. Zo tuit het nog altijd in mijn oren: ik vroeg hem eens een aanbevelingsbrief te schrijven voor een vriend van me. Hij zei: “ik schrijf hem onmiddellijk!” “Scrivo immediatamente” — het was een Italiaan hè — en hij deed het. Hoeveel van ons doen dat direct? ‘Hasta mañana!’ Er bestaat het verhaal dat Einstein eens werd gevraagd wat hem zo beviel in Italië. Zijn antwoord was: “Spaghetti en Levi-Civita.” En dat was ook mijn idee.

Göttingen

Ik heb al van het beroemde seminarie van Hilbert verteld, in Göttingen in die tijd. Ik spreek dan over ongeveer 1925. Dat was het Mekka van de wiskundigen, daar had je hele beroemde, knappe wiskundigen. Behalve Hilbert — Klein¹⁹ was net overleden — waren daar Herglotz en Courant. Dan was er Landau²⁰, die wiskunde bedreef net zoals Euclides dat deed, heel precies, en Emmy Noether²¹, die niet goed behandeld werd daar.²² Ik zie haar nog altijd op de Wenerstrasse wandelen. Ze was een tamelijk kleine vrouw en ze liep niet al te goed. Dan waren er twee sterke jonge mannen naast haar; dat waren de Unterterminanten. De ene Unterterminant was Grell,²³ die is nooit zo beroemd geworden. De andere was Van der Waerden²⁴ en dat



Dirk Struik als assistent bij Schouten aan zijn bureau in Delft (1920)

is natuurlijk een van onze grootste levende wiskundigen. Hij is nu emeritus. Emmy Noether is later naar Amerika gegaan; ze was jodin, en kon natuurlijk onder Hitler niet leven. Ze is in Amerika bij ons op visite geweest in Belmont²⁵ en ik ben er altijd een beetje beschaamd over geweest dat we haar geen aanstelling aan de faculteit hebben bezorgd. Het ging niet — waarschijnlijk omdat ze een vrouw was. Ze is toen naar Bryn Mawr College, Philadelphia gegaan, en daar is ze kort daarna gestorven. Maar ze was in die tijd ook een van de grootste levende wiskundigen. En bovendien de grootste vrouwelijke wiskundige die tot nu toe geleefd heeft.

Nu een grapje over Hilbert. Er praatte in zijn seminarium een meneer over een zeker theorema en Hilbert stond op en zei: “Ach, das ist schön, wunderbar. Wer hat das erdacht?” “Aber Herr Geheimrat, das haben Sie selbst erdacht!” — Maar mijnheer Hilbert, dat is uw eigen theorema. Dat was Hilbert. Hij had zoveel gedaan dat hij zelf niet meer wist wat voor belangrijke dingen hij allemaal gedaan had.

In Göttingen ben ik doorgegaan met de geschiedenis van de wiskunde. Ook daar was een prachtige bibliotheek met werken van 16e eeuwse wiskundigen. Zo hadden ze werk van mensen als Adam Riess²⁶ waar professor Wussing juist zo’n mooi boek over geschreven heeft.²⁷ Over al die 16e eeuwse mensen heb ik een hele hoop aantekeningen over gemaakt die me later heel goed geholpen hebben toen ik de geschiedenis van de wiskunde ging beschrijven.

Vanuit Göttingen ben ik daarna teruggegaan naar Nederland. Ik was daar eerst werke-

loos (hoewel ik een hoop werk te doen had) en ik had geen salaris. In die periode ben ik toen nog een tijdje leraar geweest aan het Vossiusgymnasium in Amsterdam.

Als ik daaraan denk word ik altijd een beetje weemoedig. Ik spreek nu over 1926. De meeste van die kinderen waren jodenkinderen, en natuurlijk zijn jaren later heel wat van die kinderen verdwenen. Dus denk altijd met een zekere weemoed aan die tijd, hoewel ik het in die tijd natuurlijk heel prettig vond om aan die vreselijk intelligente leerlingen wiskunde te doceren.

Wiener

Norbert Wiener²⁸ heb ik in Göttingen ontmoet. Dat was toen een jonge vent. Hij was al professor aan het M.I.T. en op zoek naar talent. Hij vertelde over het Massachusetts Institute of Technology, dat ze mij daar wel konden gebruiken en of ik wilde gaan. Ik zei: “Ja natuurlijk, ik kom.” In december 1926 was ik in Boston, aan het M.I.T. en ben er nog, nu als emeritus, sinds 1960. (Daar hoeft je niet om te lachen.) Ik had in 1960 nog wel een paar jaar door willen gaan, maar het was de tijd van McCarthy en mensen waren bang dat ik door mijn wiskunde-onderwijs de regering van de VS zou omverwerpen. Dus wilden ze me niet meer hebben. Ze wilden me trouwens toen nergens in de VS hebben. De wiskundige mensen waren altijd blij mij te hebben, maar de administratie zei: “Nee. Dat gaat niet, zo’n man.” Dus ben ik toen maar naar het buitenland gegaan, zelfs naar Puerto Rico, dat per slot van rekening tot de VS behoort, maar daar waren ze niet zo bang van me. Na 1960 heb ik op die manier heel wat tijdelijke benoe-

mingen gehad aan verschillende universiteiten. Ik heb ook nog wat rondgereisd met mijn vrouw: in Puerto Rico en in Costa Rica. Ik ben ook nog een jaar professor hier in Utrecht geweest van 1963 tot 1964, als opvolger van Dijksterhuis. Waarom maar een jaar? Welnu, in 1964 werd ik 70, en ik weet niet of dat nu nog zo is, maar in die tijd moest je als je 70 werd met emeritaat. Aan die tijd heb ik heel aangename herinneringen. Aan mensen als Van der Blij en Freudenthal denk ik met groot genoegen.

Ik kan heel wat vertellen over mijn ervaringen aan M.I.T. Toen ik naar M.I.T. kwam, was M.I.T. nog een soort lokale school. Het had nog niet de internationale reputatie en was voornamelijk een school voor ingenieurs. Tot er een nieuwe president kwam. De Amerikaanse universiteiten hebben allemaal presidenten en die hebben heel wat invloed. In 1934 werd Carl T. Compton president. Dat was de broer van de man die de Nobelprijs heeft gekregen,²⁹ maar waarom weten we niet. Ik bedoel: zijn broer kon hem net zo goed gekregen hebben. Carl T. Compton deed heel verdienstelijk werk in Princeton, in het begintijd van de electronica. Hij begreep dat in de tegenwoordige tijd een goede school voor ingenieurs ook een goede wetenschappelijke universiteit moet zijn. Zo begon hij mensen te benoemen die goede fysici waren, goede wiskundigen en goede chemici naast mensen die goede ingenieurs waren. Dat was het begin van M.I.T. als een internationaal instituut, waar we natuurlijk erg trots op zijn. Dat ben ik ook, al hebben ze me niet altijd goed behandeld.

Een van de voornaamste figuren was Norbert Wiener. Dat is ook weer een van die grote wiskundigen die ik het geluk heb gehad te leren kennen. Naast Schouten, Hilbert, Levi-Civita en verscheidene anderen was Norbert Wiener een van die mensen die een ongelooflijke hoeveelheid wiskunde kon behandelen, doordenken, en daarnaast de capaciteit had om de wiskunde waarover hij beschikte te verbinden met allerlei dingen uit de praktijk. Hij is de man die me geleerd heeft dat zelfs de meest abstracte wiskunde — laten we zeggen de theorie van Lebesgue — betekenis heeft voor de levende wereld, want hij paste die toe. Hij heeft zijn belangstelling, zijn creatieve belangstelling, gericht op niet alleen de zuivere wiskunde, maar ook op de fysica, de scheikunde, de ingenieurswetenschappen en zelfs op de geneeskunde. Dat was typisch voor Norbert Wiener. Aan de andere kant was hij een zeer onevenwichtig man. In sommige opzichten was hij net zo emotioneel als Ehrenfest,



foto: familiearchief Struik

Dirk Struik en Norbert Wiener voor het MIT, Boston, 1930

maar toch weer op een heel andere manier. Alle die mensen die emotioneel zijn doen dat allemaal op hun eigen manier. Wiener had zijn ups en downs. Hij was er nooit zeker van dat zijn werk goed was. Je moest hem altijd verzekeren dat hij werkelijk iets prachtigs had gedaan. Dat was vooral toen hij na de oorlog met zijn cybernetica aankwam. Hij ging rond bij zijn verschillende vrienden om te vragen of dat nou eigenlijk wel goed was. Natuurlijk was het goed.

Op het M.I.T. is er kortgeleden een symposium gehouden over Wiener.³⁰ Net zoals er hier vandaag een symposium is voor mij. Maar hier is het maar een dag, daar was het zes dagen! En dat is correct, want Wiener verdient dat. Waarom vallen die symposia bijna samen? Omdat Wiener, als hij nog geleefd had, ook 100 jaar zou zijn geweest. Hij was anderhalve maand jonger dan ik. Als je verder over Wiener wil lezen als mens, dan zijn er twee levensbeschrijvingen, autobiografieën, die hij heeft geschreven: *I am a mathematician*³¹ en *Ex-prodigy*³². Daarin vindt u een hoop over Wiener dat belangrijk is en een hoop dat niet erg belangrijk is. Onder andere vindt u een tocht van een week die hij en ik in 1927 in de White Mountains van New Hampshire hebben ondernomen. Wat ik me ervan herinner is behalve mijn verbazing (ik kom uit Nederland waar de hoogste berg 60 meter is en als je dan in Amerika komt, maken die werkelijk hoge bergen diepe indruk) is dat een van de belangrijkste dingen die er gebeurd is, is dat wij beiden onze haren lieten groeien. Wiener heeft die baard behouden en het beroemde portret van Wiener, dat je overal ziet, is op die tocht in de White Mountains ontstaan. Ik kwam zelf ook met een baard terug en toen had ik een probleem. Mijn vrienden en mijn vrouw vonden het maar matig en dus moest ik me afvragen: "Zal ik mijn baard verliezen of mijn vrouw?" Dat was het eind van mijn baard. Ik heb sedertdien nooit meer iets gehad, en ben verder geschoren gebleven, hoewel ik er wel eens aan denk hoe ik eruit zou hebben gezien als ik mijn baard zou hebben laten groeien. Als een oudtestamentische profeet!

Gedurende de Tweede Wereldoorlog zat ik in Amerika. Ik heb daar evenals voorafgaand aan de oorlog in de jaren '30 deelgenomen aan acties die nodig waren door de opkomst van het fascisme in Europa, eerst in Italië toen in Duitsland. Dat had zijn invloed in Amerika; er was oorlogsgevaar en we werkten voor collectieve veiligheid. Dat betekende dat de VS, Groot-Brittannië, Frankrijk met de Sovjet-Unie samen zouden moeten gaan om Hitler



Dirk en Ruth Struik, 1964

foto: familiearchief Struik

tegen te werken. Dat is nooit gelukt, want er waren eigenlijk teveel mensen die vonden dat Hitler tegen de Russen zou moeten optreden. Dat heeft hij ook gedaan, maar ze waren vergeten dat hij eerst Frankrijk, Engeland en Nederland zou opslokken.

En er was ook een heel sterke racistische beweging. Niet alleen tegen wat we negers plachten te noemen, de zwarte mensen, maar ook tegen joden in de VS. Daar was veel verzet tegen, een vereniging van kunstenaars, wetenschappers, die honderden leden telde, die niet alleen de vrede, maar ook de menselijke waardigheid wensten te behouden. Daar heb ik aan deelgenomen.

Toen kwam de oorlog, die we niet hebben kunnen verhinderen door twee dingen. In de Spaanse burgeroorlog hebben de grote mogendheden (VS, Frankrijk, Engeland) geweigerd om de loyalistische regering te steunen en die is toen door Franco verslagen. Toen kwam het verraad van München en was de Tweede Wereldoorlog onvermijdelijk.

De tweede wereldoorlog

Gedurende de Tweede Wereldoorlog heb ik heel wat werk gedaan. Ik was echt patriottisch natuurlijk; het ging tegen Hitler. En we hadden een Koningin Wilhelmina Fund. We verzamelden alle mogelijke dingen voor de Nederlanders. De Nederlanders konden niet bereikt worden maar de dames maakten wel wat dames in die tijd maakten: kousen, sweaters etcetera voor na de oorlog. Dat is ook in de eerste tijd na de oorlog allemaal naar Nederland gegaan. Ik zat ook in de Vereniging voor

Vriendschap met de Sovjet-Unie. Dat mocht toen want de Sovjet-Unie was een bondgenoot voor een paar jaar, dus het was respectabel in die tijd.

Na de oorlog was het niet meer respectabel, toen kreeg je de periode met McCarthy, daar hebt u al genoeg van gehoord. Vijf jaar was ik geschorst van M.I.T., maar ik kreeg mijn salaris, dus ik heb mijn martelaarschap heel makkelijk kunnen dragen. Toch was het erg onplezierig, want er was altijd de mogelijkheid dat ze me in de gevangenis zouden stoppen en dan had ik ook mijn baantje verloren. En ik hield en houd van mijn baantje.

Want als je me vraagt "Waar is je lange leven aan te danken?", dan weet ik geen antwoord. Maar een van die dingen is dat ik tot die gelukkige mensen behoor — en verscheidene van u ook — die een baantje hebben waar ze van houden en waar ze voor betaald worden. En dat is iets heel belangrijks voor een goed leven.

A concise history of mathematics

Nu nog een paar woorden over de geschiedenis van de wiskunde. Na de Tweede Wereldoorlog werd ik zo langzamerhand 60 jaar en heb ik me meer en meer toegelegd op de geschiedenis. Die scheppende wiskunde moet je doen als je jong bent, maar geschiedenis van de wiskunde kan je doen tot je 110 bent. Althans dat hoop ik. De eerste grote onderneming op dat gebied begon nadat ik een briefje kreeg van Praeger, professor aan Brown University in Providence, Rhode Island, met de vraag of ik voor de nieuwe



Dirk Struik bij Walden Pond

foto: familiearchief Struik

zaak van Dover een korte geschiedenis van de wiskunde wilde schrijven. Omdat ik al een hoop aantekeningen had, uit Göttingen, uit Italië en Nederland, heb ik ja gezegd. Toen heb ik een beknopte geschiedenis van de wiskunde geschreven, die is in 1948 in twee kleine deeltjes uitgegeven en dat bleek vanaf het begin een groot succes te zijn.³³ En nog altijd, zelfs de Nederlandse vertaling is nog overal te vinden. Daar ben ik erg trots op want er zijn niet zoveel boeken die na meer dan 50 jaar blijkbaar nog gewaardeerd worden. Toen heb ik me ook toegelegd op een ander gebied. Als ik in een land ben wil ik ook graag iets weten over de geschiedenis van een land, de bevolking van een land. Toen ik naar Amerika ging, wist ik eigenlijk niets van Amerika af. Ik wist alleen wat ik op de HBS geleerd had. Ik wist wat van een burgeroorlog, van president Lincoln die ze vermoord hebben, George Washington enzovoort. Ik weet niet hoe het nu is op de HBS, maar ik wist niet eens waar Massachusetts lag, toen ik daar een benoeming kreeg. Dus ik ging naar mijn atlas en keek eerst in het gebied van de Mississippi. Maar daar kon ik geen Massachusetts vinden; het bleek aan de Atlantische Oceaan te liggen, bij Boston.

Toen ik daar in New England was — want de zes staten in die buurt vormen samen New England — dacht ik, ik moet toch iets weten van dit land. Een van de beste manieren die ik daarvoor vond, was het bestuderen van de geschiedenis van de wetenschap in New England. Het bleek dat niemand dat ooit gedaan had. Er waren slechts monografieën over een

enkele persoon of over één universiteit. Toen heb ik zoveel mogelijk artikelen en boeken geraadpleegd en met mijn vrouw rondgereken in New England, naar oude fabrieken en de andere plaatsen waar de dingen gebeurd zijn en de mensen Yankees heetten. Want u moet niet vergeten dat het woord Yankees twee betekenissen heeft. De oorspronkelijke betekenis, en dat weten de Amerikanen heel goed, is mensen uit New England. Maar buiten de VS denken ze dat Yankee voor mensen uit de hele VS staat. Als je echter iemand uit South-Carolina een Yankee noemt, dan zegt hij hetzelfde wat Schouten van zichzelf heeft gezegd: Ich möchte Sie erdrosseln. “Damned yankee” zeggen ze. Dus ik heb het boek ‘Yankee science in the making’³⁴ genoemd en dat is in zoverre een succes geweest, dat het ook al lang alweer herdrukt is (door Dover).

De sociologische methode

Ik heb me toen meer en meer op de geschiedenis van de wiskunde toegelegd en de geschiedenis van de wetenschap. En dat is megevallen, want na de Tweede Wereldoorlog is de geschiedenis van de wetenschappen een respectabel academisch onderwerp geworden. Toen ik student was, was iemand die zich serieus bezig hield met de geschiedenis van de wiskunde of natuurkunde, iemand waar een beetje op werd neergezien. Dat deed je alleen als je oud was, of niet helemaal bevoegd. Dan ging je naar de bibliotheek en schreef je er een verhandeling over.

Maar na de Tweede Wereldoorlog, om redenen die natuurlijk van sociologische aard

zijn, werd de belangstelling voor de geschiedenis van de wetenschappen zo groot dat heel belangrijke geleerden zich erop gingen toeleggen. Zo is de geschiedenis van de wetenschappen en de wiskunde nu een buitengewoon respectabel onderwerp op een universiteit. En buitengewoon knappe mensen — geen oude heertjes, dames, maar hele knappe geniale jongelui — hebben zich op de geschiedenis van de wetenschap toegelegd. En dat is een grote vooruitgang. Daar heb ik ook natuurlijk een beetje aan kunnen meewerken.

Ik heb me altijd op twee manieren met de geschiedenis van de wiskunde beziggehouden. In de eerste plaats met de geschiedenis van de wiskunde als de geschiedenis van de wiskunde, dat betekent de interne ontwikkeling, de manier waarop de ene wiskundige de andere beïnvloed heeft. Dat is de zuiver wiskundige geschiedenis van de wiskunde. De andere manier is de sociologische manier. Ik trachtte uit te vinden wat de factoren zijn (niet alleen de inwendige, maar ook de uitwendige factoren) die op de wetenschap — en in dit bijzondere geval de wiskunde — hebben ingewerkt. En dat is in verschillende delen, in verschillende periodes van de geschiedenis van de mensheid heel verschillend geweest. In sommige gevallen kun je direct economische factoren aanwijzen, in andere gevallen moet je kijken naar de sterrenkunde, natuurkunde. Soms naar de godsdienst. Daar ben ik trouwens onder meer op gekomen in verband met de beroemde dissertatie van Robert Merton over de economische en sociale geschiedenis van de wetenschappen in 17e eeuw Engeland.³⁵ En speciaal de invloed van de puriteinse godsdienst op de ontwikkelende wetenschap.

Toen die dissertatie 50 jaar oud was zijn er een aantal artikelen geschreven over de houding die de godsdienst in de 17e eeuw in Nederland op de bevordering, of niet-bevordering, van de wetenschap heeft gehad. Ik heb mij speciaal beziggehouden met eens te kijken hoe de grote Vossius³⁶ in Utrecht zich verhielt ten opzichte van de wetenschap van die tijd.³⁷ Vossius was een van de stichters van de Utrechtse Universiteit in 1636. Hij heeft over alles geschreven, Vossius. Een verschrikkelijke schrijver was het. Het was wel leuk om te zien hoe hij schreef. Hij was niet bepaald onpartijdig. Hij kon schelden! O, wat kon die schelden, tegen Arminianen, katholieken, joden, tegen iedereen die niet van de zuivere calvinistische godsdienst was. Maar hij had ook heel verstandige dingen te vertellen. Zijn positie ten opzichte van de wetenschap van zijn tijd — in Utrecht was in die tijd

heel wat wetenschap aan de gang — was dat het prachtig was zolang de wetenschap niet in strijd was met de schrift. Dat was het. Daarom was hij volkomen bereid om het bestaan van heksen aan te nemen, want dat staat in de Bijbel. Als je in de Bijbel gelooft, geloof je in heksen. Maar verder was hij wel voor de bevordering van de natuurwetenschap in Utrecht. Dat heb ik zo'n beetje uitgeplozen om te laten zien (althans aan mezelf) dat het onderwerp dat Merton in zijn mooie dissertatie voor Engeland heeft behandeld, ook een onderwerp is dat wel interessant kan zijn voor Nederland.

Brazilië

Een van mijn laatste reizen was naar Brazilië om een paar voordrachten te geven. Ik dacht: Wat zal ik nou in Brazilië vertellen? Wat zullen die Brazilianen interessant vinden? Omdat de Nederlanders in het midden van de 17e eeuw een deel van Brazilië als een kolonie van de

West-Indische Maatschappij hadden, heb ik gepraat over Johan Maurits van Nassau, die daar gouverneur was. Dat is heel interessant want het is ook een stukje geschiedenis van de wetenschap. Johan Maurits van Nassau, die een neef was van Frederik Hendrik, was soort maecenas met een hoop geld. Hoe hij eraan kwam, met die West-Indische Compagnie, zullen we maar niet vragen. Enfin, hij had een hoop geld toen hij gouverneur werd van Recife, Pernambuco, dat deel van Brazilië dat aan de noord-oostelijke kant ligt, aan de Atlantische Oceaan. Hij heeft daarheen een heel gezelschap van mensen van wetenschap en kunstenaars meegenomen. Onder de mensen van wetenschap bevonden zich twee mannen: een Duitser genaamd Markgraf³⁸ en een Amsterdamse dokter, die Piso heette. Die hebben toen ze terugkwamen een prachtig boek geschreven over de natuurlijke historie van Brazilië.³⁹ Oh, je moet dat boek zien. Een van de mooiste boeken die in de 17e eeuw

zijn uitgegeven. Prachtige platen van kunstenaars, zoals Pieter Post⁴⁰ en anderen. Dus dat is iets heel merkwaardigs, dat de Nederlanders daar in Brazilië van het standpunt van de geschiedenis van de wetenschappen zo'n belangrijke rol hebben gespeeld. Dat heb ik de Brazilianen dus verteld, maar dat wisten ze al. Al vonden ze het toch wel leuk om het van mij te horen.

Dankwoord

Vrienden, ik ben natuurlijk diep geroerd dat u zoveel belangstelling in mij heeft gesteld. Ik heb hier zoveel vrienden en kennissen gezien en ik hoop gemaakt. En ik dank u hartelijk voor uw belangstelling in mij en uw wensen — uitgesproken of misschien niet uitgesproken — dat ik nog wel een paar jaar langer zou kunnen leven. En ik ben van plan mijn best te doen om dat waar te maken. Dank u wel. 

Noten

- 1 Vergelijk met de eerste regels van het gedicht *De stad waar men kind is geweest* van Jan Prins (ps. C.L. Schepp (1876–1948)): *Te Rotterdam ben ik geboren, Onder den adem van de Maas. En liep ik, met mijne eigen stilte, Temidden van het straatgeraas. Van zwaarbespannen sleeperswagens, Ben ik er passagier geweest. Door heel de stad heb ik gezworven, Maar aan de kaden toch het meest.*
- 2 Tweede Boerenoorlog (1899–1902)
- 3 Gregorio Ricci-Curbastro (1853–1925)
- 4 Tulio Levi-Civita (1873–1941)
- 5 Jan Cornelis Kluyver (1860–1932)
- 6 Paul Ehrenfest (1880–1933)
- 7 Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928)
- 8 Hendrik Brugt Gerhard Casimir (1909–2000)
- 9 Jan Tinbergen (1903–1994)
- 10 Hans Olink, De vermoorde droom: drie Nederlandse idealisten in Sovjet-Rusland, Amsterdam, Nijgh & Van Ditmar 1993
- 11 Jan Arnoldus Schouten (1883–1971)
- 12 Willem van der Woude (1876–1974)
- 13 Karin Reich, Die Entwicklung des Tensorkalküls: vom absoluten Differentialkalkül zur Relativitätstheorie, Basel [etc]: Birkhäuser 1994
- 14 Hermann Weyl (1885–1955)
- 15 Cornelis B. Biezeno (1888–1975)
- 16 Jan M. Burgers (1895–1981)

- 17 Richard Courant (1888–1972)
- 18 Giovanni Vacca (1872–1953)
- 19 Felix Klein (1849–1925)
- 20 Edmund G.H. Landau (1877–1938)
- 21 Emmy A. Noether (1882–1935)
- 22 Omdat ze vrouw was kon ze pas in 1919 'habilitieren' nadat de val van het keizerrijk een wetswijziging mogelijk maakte. Ondanks haar grote kwaliteiten is ze in Göttingen nooit gewoon hoogleraar geworden.
- 23 Friedrich August Heinrich Grell (1903–?)
- 24 Bartel Leendert van der Waerden (1903–1996)
- 25 Tot aan zijn dood heeft Dirk Struik in Belmont, Massachusetts gewoond.
- 26 Adam Riess (1492–1559), Duits rekenmeester.
- 27 Hans Wussing, Adam Ries, Leipzig: B.G. Teubner, 1989.
- 28 Norbert Wiener (1894–1964)
- 29 Arthur Holly Compton (1892–1962): Nobelprijs voor natuurkunde in 1927 voor de ontdekking van het 'Compton-effekt'.
- 30 Zie David Jerison e.a. (eds.), Proceedings of symposia in pure mathematics vol. 60, The legacy of Norbert Wiener a centennial symposium in honor of the 100th anniversary of Norbert Wiener's birth, October 8–14, 1994, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, Providence, R.I. American Mathematical Society 1997.

- 31 Norbert Wiener, I am a mathematician, the later life of a prodigy, an autobiographical account of the mature years and career of Norbert Wiener, Cambridge, Mass. [etc.]: The M.I.T. Press 1973.
- 32 Norbert Wiener, Ex-prodigy, my childhood and youth, Cambridge, Mass.: The M.I.T. Press 1979.
- 33 Dirk Jan Struik, A Concise History of Mathematics. Two volumes, New York, Dover Publications, 1948.
- 34 Dirk Jan Struik, Yankee Science in the Making, Boston: Little, Brown and Co 1948.
- 35 Robert K. Merton, Science, Technology and Society in seventeenth century England, Bruges (Belgium), 1938.
- 36 Gerardus Johannis Vossius (1577–1649)
- 37 Vermoedelijk: Dirk J. Struik, 'Thoughts on Merton in Context', Science in Context 8, No. 1, 1989, pp. 227–238.
- 38 Georg Marcgrav von Liebstadt (1610–1644)
- 39 Willem Piso, Georgius Marggravius, Historia naturalis Brasiliae, ... in qua non tantum plantae et animalia, sed et indigenarum morbi, ingenia et mores describuntur et iconibus supra quingentas illustrantur, Lugdun. Batavorum: apud Franciscus Hackium, et Amstelodami, apud Lud. Elzevirum 1648.
- 40 Pieter Post (1608–1669), architect en schilder. Vermoedelijk bedoelde Struik diens broer Frans Post (1612–1680), die er wel is geweest. Zie Charles R. Boxer, De Nederlanders in Brazilië 1624–1654, Uitgeverij Atlas, Amsterdam/Antwerpen, 1977.

Ger Harmsen

*Ds Veenweg 58**8456 HS De Knipe*

Afscheid van Dirk Struik

Vooraan in de communis

Dirk Struik was heel zijn leven socialist. Zijn werkzame leven omvat zelfs de periode van het communisme, onder deze naam, als politieke macht (1918-1989). Wie zich als communist manifesteerde stak zijn nek uit. Struik dwong respect af voor incasseringsvermogen waarmee hij, temidden van de anticomunistische heksenjacht van McCarthy in de VS kort na de Tweede Wereldoorlog, zijn overtuiging staande hield. Ger Harmsen schetst de groei van Struiks overtuiging. Hij beschrijft de opkomst van het communisme als revolutionair socialisme in Nederland in het begin van de twintigste eeuw en Struiks betrokkenheid bij de opbouw van deze beweging.

Al voor het uitbreken van de Eerste Wereldoorlog kwam Dirk Struik, geboren in 1894, in de hoogste klas van de HBS te Rotterdam in nauwer contact met de wiskundeleraar G.W. ten Dam die hem niet alleen privé meer wiskunde bijbracht dan de schoolstof omvatte, maar ook kennis liet maken met het socialisme. Ten Dam, een Delftse ingenieur, had op zijn beurt de invloed ondergaan van prof. B.H. Pekelharing die onder studenten aan de Delftse Technische Hogeschool met hart en ziel colleges over socialistische theorieën gaf.

Ten Dam maakte in Rotterdam deel uit van een kring rond Dr. Willem van Ravesteyn, historicus en mede-oprichter van de Sociaal-Democratische Partij (SDP) die opgericht was nadat een deel van de marxistische linker-vleugel onder leiding van David Wijnkoop in 1909 uit de Sociaal-Democratische Arbeiders Partij (SDAP) gezet was. Van dit piepkleine partijtje was ook Ten Dam lid. In de kring rond Van Ravesteyn, waartoe overigens geen enkele arbeider behoorde, kwam Struik in aanraking met aanhangers van het historisch materialisme, de maatschappijtheorie van Marx. Zelf zegt hij hiervan: "Dit contact met het marxisme opende een nieuwe wereld, zoals het dat voor zoveel anderen heeft gedaan, nog doet en nog lang zal doen. Het gaf je een gevoel van richting; in de beweging kon je werken aan een betere maatschappij verbonden met de krachten die de maatschappij zelf onophoudelijk voortbracht, werken voor een visioen, maar een dat de werkelijkheid omvatte. Het intellectueel perspectief was breed en duidelijk, de geschiedenis kreeg zin."¹

Op grond van zijn marxistisch inzicht had Van Ravesteyn voorspeld dat "de gewapende vrede" niet eindeloos zou voortduren en de imperialistische grootmachten met elkaar in

oorlog zouden geraken. Voor vele mensen, die meenden dat Europa daar te beschaafd voor geworden was, een absurde gedachte.²

De Eerste Wereldoorlog

Toen deze voorspelling in augustus 1914 echter toch uitkwam, was voor de jonge wetenschapper Struik de juistheid van de marxistische analyse van het wereldgebeuren bewezen en dit bepaalde zijn verdere intellectuele en wetenschappelijke leven. Het vermogen van het historisch materialisme tot analyse, diagnose en prognose was overtuigend gebleken en voor de rest van zijn lange leven hield Struik hier aan vast.

Pas in augustus 1915 sloot Struik zich, bijna 21 jaar oud, aan bij de SDP, de genoemde afsplitsing van de SDAP. Deze keerde zich onvoorwaardelijk tegen de bewapening en de vaderlandsverdediging. Volgens de aanhangers der marxistische imperialisme-theorie had de arbeidersklasse bij deze oorlog alleen maar te verliezen en niets te winnen. Het ging om grondstoffen, afzetmarkten, koloniën en gebiedsuitbreiding. De werkelijke vijand stond in eigen land. In Nederland bleef dit gelukkig een puur theoretisch debat, maar hoe zat het dan met België dat daadwerkelijk door

tische jeugdbeweging

de Duitse legers onder de voet gelopen werd? Anders dan de SDP, kondigden de leidingen van SDAP en het Nederlandse Verbond van Vakverenigingen (NVV) de klassenvrede, de 'godsvrede', af en schortten de klassenstrijd voor de duur van de oorlog op. Niet de gehele eigen aanhang hield zich hier echter aan en NVV-bonden vochten in deze oorlogsjaren nog menige staking uit.

Hoewel Nederland buiten de oorlog bleef, kwam Struik wel degelijk rechtstreeks met de gevolgen van de oorlog in aanraking. Al direct stroomden Belgische vluchtelingen in grote aantallen naar Nederland. Maar ook kwamen duizenden politieke vluchtelingen en deserteurs uit Duitsland, Polen en Rusland naar Nederland. Dit leverde veel politieke contacten op. Met de terugkeer na de oorlog had ook Struik bemoeienis. De meeste problemen leverden enige duizenden Russen op die door de Nederlandse regering, uit angst voor revolutionaire propaganda, voor een deel in kampen werden opgesloten. Aangezien de regering elk contact met het nieuwe bolsjewistische bewind vermeed, was het bijna onmogelijk de repatriëring te regelen. Bovendien wilde de regering de mannen dienst laten nemen in de geallieerde legers die het sovjet-bewind

ten val moesten brengen. Wijnkoop interpeleerde in de Tweede Kamer. In zijn memoires schrijft Struik:

"De kampen werden evenwel na enige tijd opgeheven en verscheidene van de opgesloten konden de grenzen overschrijden. Zoals ik zei, er was enig (illegaal uit Sovjet-Rusland gekregen) geld beschikbaar en een paar maanden lang kregen sommigen van ons in Amsterdam en Rotterdam bezoek van personen die wat reisgeld wilden hebben. Het was een karwei om uit te zoeken wie dat geld nodig hadden en wie niet. Mijn vader en zijn huishoudster moeten vaak raar opgekeken hebben als ze de zonderlinge klanten zagen die Anton [zijn broer] en ik in ons partijwerk hadden opgepikt, armzalig geklede personen die op de meest onverwachte uren kwamen opdagen en in gebroken Nederlands om geld kwamen vragen. Maar we konden althans een aantal serieuze socialisten helpen, al ben ik bang dat we ook wel eens door nietsnutten bedrogen werden." (memoires, p. 230–231)

De Zaaier

In zijn studietijd te Leiden hoorde Struik tal van vooraanstaande socialisten spreken voor

de Leidse *Studenten-Vereeniging tot Studie van het Socialisme* die in 1914 opgericht was. Daarbij speelde vooral het napraten een grote rol. Na afloop in het café "onderhielden we ons vol respekt met de rustige Pannekoek, de dynamische Wijnkoop, de ironische Van Ravesteyn, de ernstige Van der Waerden, de pessimistische Bongor of de geestige Mannoury." (memoires, p. 207) Struik was het meest onder de indruk van Henriëtte Roland Holst en zou later in het Engels aan haar en haar levensovertuiging een prachtige levensschets wijden. In zijn memoires typeerde hij haar als volgt: "Mevrouw Holst was niet bepaald de beste spreekster, met haar soms meisjesachtige bewegingen en enigszins hese stem, maar je vergat dat allemaal als je eenmaal meegesleept was door de inspiratie van haar totale toewijding aan de beweging, sprekend van hart tot hart, van geest tot geest, oproepend tot studie en actie — een zeldzame combinatie van intellectuele helderheid en beheerste emotie bij deze dichteres." (memoires, p. 207)

Struik werd niet alleen lid van de SDP, maar ook van de revolutionair-socialistische jeugdbond *De Zaaier*. Eerst iets over de voor geschiedenis van deze jeugdbond. De Zaa-

er was op 10 mei 1901 door SDAP'ers opgericht met als hoofdtak de strijd tegen het militarisme te voeren. De naam, een bijbelse metafoor, stamde van Roland Holst, op haar beurt geïnspireerd door Multatuli. Op het Brusselse congres der Socialistische Internationale in 1900 hadden de aangesloten nationale partijen de opdracht gekregen antimilitaristische socialistische jeugdbonden te stichten. De SDAP-leiding kweet zich met weinig enthousiasme van deze taak, want aan de opstandige jongerenclubs waar ze in hun jonge jaren in de oude beweging van Domela Nieuwenhuis mee te maken hadden gehad of zelfs lid van geweest waren, dachten ze met weinig geestdrift terug.

Henriette Roland Holst was echter de drijvende kracht en wist ook door te zetten dat De Zaaier een politiek en organisatorisch zelfstandige jeugdbond werd. Dat was en bleef een strijdpunt: moesten jongeren onder leiding van ouderen politiek opgevoed worden en zich het partijstandpunt eigen maken zonder zelf met eventueel een afwijkende mening aan de politieke discussie deel te mogen nemen, of: mochten de jongeren zonder inmenging van ouderen een eigen socialistisch standpunt innemen en eigenmachtig actie voeren? Roland Holst verdedigde levenslang de politieke en organisatorische zelfstandigheid van de socialistische jeugdbeweging en deed dit ook op de jeugdconferentie die aansluitend op het congres der Socialistische Internationale in 1907 te Stuttgart werd gehouden. Hier werd een Internationaal Jeugdbureau ingesteld. Behalve Roland Holst hielden Karl Liebknecht en Hendrik de Man op deze internationale jeugdconferentie de inleidingen.

Roland Holst, die gedurende haar lange leven het contact met jongeren zou blijven zoeken, onderhield een nauwe band met De Zaaier. In het gelijknamige blad vinden we tal van artikelen van haar hand. Toch zegvierde de SDAP-leiding inclusief Wijnkoop — dit speelde zich nog af voor zijn roeyement in 1909 — in zoverre dat het voeren van anti-militaristische actie plaats maakte voor socialistische ontwikkeling en opvoeding, maar het door het SDAP-bestuur gevraagde volwassenen-toezicht kwam er niet.

Een ingewikkelde situatie ontstond toen in 1909 verschillende leiders van de linkse oppositie binnen de SDAP buiten de deur gezet werden en de SDP oprichtten. De Zaaier probeerde geen partij te kiezen maar de SDAP-leiding maakte dit onmogelijk en stichtte ten slotte een eigen, door volwassenen geleide jeugdorganisatie die er geen eigen mening op na mocht houden.

De Zaaier leidde daardoor een kwijnend bestaan en dat deze niet overleed was te danken aan de inzet van Andries van Gool, die namens de SDP zitting nam in het bestuur van De Zaaier, en aan de voorzichtige steun van de Vlaamse Jonge Garde.³ De Zaaier miste echter de steun van Roland Holst die nog enige jaren in de SDAP bleef en De Zaaier kon zich moeilijk onttrekken aan de opgedrongen liefde van de dogmatische SDP.⁴

In deze jeugdorganisatie ging het dooernstig toe. Van naar buiten trekken, van de natuur genieten, van musiceren of naar een concert gaan was weinig of geen sprake, laat staan van frivoler vormen van amusement, zoals dansen of sportbeoefening. Het bleef bij een enkele picknick. Er werd gecolporteerd, gekalkt, actie gevoerd en voor alles vergaderd en gediscussieerd. Pas bij het uitbreken van de Eerste Wereldoorlog kwam De Zaaier door het afwijzen van de landsverdediging lijnrecht tegenover de SDAP te staan en schaarde zich daardoor ook politiek aan de zijde van de SDP. Zo was de stand van zaken toen Dirk Struik lid werd. Hoewel vanuit zijn aanleg geneigd tot studie en het intellectuele debat, schuwde hij anders dan de meeste van zijn socialistische medestudenten de directe omgang met jonge arbeiders in De Zaaier niet en nam aan hun acties deel.

Nadat in 1917 De Zaaier eerst *Revolutionair-Socialistische Jeugdbond* aan haar naam toevoegde en in 1918 *Communistische Jeugdbond*, kwam Struik al snel naar voren. Uiteenlopende figuren als Van Ravesteyn en Van Gool lieten zich lovend over hem uit. In een brief aan Wijnkoop van 12 augustus 1919 merkte Van Gool vaderlijk op dat "Struik nog niet zoo aan alle kanten de boel overziet, al moet ik zeggen, dat het een leerling van me is, waar ik trots op kan zijn".

Het Verbond van Revolutionair-Socialistische Jongeren, onder de indruk van de Russische Revolutie uit de blauwe vrije jeugdbeweging voortgekomen, werkte samen met De Zaaier in een Jeugdcomité. De vertegenwoordigers van dit Verbond in het Comité stelden voor om Andries van Gool, die zeker niet meer tot de jongeren gerekend kon worden, te vervangen door Dirk Struik. In De Zaaier rees hier tegen fel verzet, maar Van Gool kalmeerde de gemoederen. Hij vond van zichzelf dat hij te zeer een exponent van de tot CPH omgedoopte SDP was en daarbij ondertussen bijna 37 jaar oud. Struik nam zijn plaats in als vertegenwoordiger van De Zaaier. Zo kwam Struik in contact met Jacq Engels, Jan Maurits en Koos van Geelen, allen afkomstig uit de Jongelieden Geheel Onthouders Bond, deel van

de vrije jeugdbeweging.

Bewust schoof Van Gool bij verschillende gelegenheden Struik naar voren om zelf wat op de achtergrond te kunnen blijven. Hij zette Struik ook aan het schrijven, maar, volgens zijn zeggen tegen Wijnkoop, hield hij daarbij wel diens hand vast. Toen Van Gool kort daarna, in oktober 1919, overleed, schreef Struik voor *De Nieuwe Tijd* een in memoriam vol respect en bewondering. Van Gool was, hoewel sterk dogmatisch ingesteld en met een optreden dat aan dat van een ouderwetse dominee deed denken, in de praktijk vaak heel soepel uit de overtuiging dat zijn opvatting toch zou zegevieren. Daarbij had hij de voor een oudere jeugdleider zeldzame eigenschap noch zichzelf te zoeken noch te willen domineren. Hierdoor wist hij kader te vormen en onder zijn leiding kwamen opmerkelijke figuren naar voren als Dirk Struik, Willem Dolleman, Brecht Willemse en Leen de Jong.

Russische Revolutie

Struik is in emotioneel opzicht diepgaand gevormd door de Russische Revolutie van 1917. De socioloog Karl Mannheim spreekt in dit verband van een 'Polarerlebnis' dat voor een bepaalde generatie bepalend is voor de rest van het leven en waardoor alle latere ervaringen, als door een magneetpool gericht, gekleurd worden. Door de verschrikkingen van de Eerste Wereldoorlog kreeg de hoopvolle verwachting dat de Russische Revolutie in 1917 een nieuw tijdperk in de geschiedenis van de mensheid inluidde, een overheersende betekenis. Struik herhaalde in zijn memoires de woorden van Hegel over de Franse Revolutie: "Ze was een prachtige zonsopgang — alle denkende menselijke wezens hebben meegedaan om deze epoche te verheerlijken" en voegde hier in zijn eigen woorden aan toe: "De revolutie bracht nieuwe hoop na het bloedige bankroet van het kapitalisme, ze bood uitzicht op een nieuwe mensheid, en toonde de macht van de marxistische gedachte." (memoires, p. 218) Deze verwachting deelde hij met een groot aantal jongeren uit de vrije jeugdbeweging (Jacq Engels en Jan Maurits), met studiegenoten verenigd in de Revolutionair-Socialistische Studenten Bond (Jan en Annie Romein, Alex de Leeuw, J. Valkhoff), met kunstenaars en intellectuelen die elkaar gevonden hadden in de Bond van Revolutionair-Socialistische Intellectuelen (geleerden als Daniël de Lange, de schrijvers Kees Kelk en Augusta de Wit, de schilder Peter Alma, de beeldhouwer Hildo Krop, de architecten H.P. Berlage, J.F. Staal en H.Th. Wijdeveld). De dichter Jan Slauerhoff gaf er uiting

aan in zijn poëzie:

*Vermolmde staten wanklen — De Commune
zal rijzen uit de roeste ruïne
En zal een rijk zijn van de gansche aarde;
Herberg voor volkeren, verlost van wallen...*

De eerste positieve Nederlandse publikatie over de Oktober-revolutie is de door Struik uit het Duits vertaalde en bewerkte Zwitserse brochure *De overwinning der Bolsjewiki in september 1918*. Struik schrijft: "Het Russische proletariaat heeft de politieke macht in handen genomen en voert door zijn diktatuur de wil uit der massa's van arbeiders en boeren." Vol overtuiging verdedigde ook Struik net als zijn partijgenoten — Roland Holst inbegrepen — de rode terreur en de volgens hen historisch noodzakelijke vervolging van politieke tegenstanders, gelijk de sociaal-revolutionairen in de Sovjet-Unie, en de zware vonnissen die nog onder het bewind van Lenin in 1922 tijdens het eerste politieke proces gevelde werden.⁵

Communistische Jeugdinternationale

Struik onderhield contact met de Communistische Jeugdinternationale. Deze was tijdens de Eerste Wereldoorlog voorbereid en in 1919 opgericht. Struik rekende Van Gool tot de wegbereiders en grondleggers van deze mondiale organisatie.⁶ De correspondentie tussen Van Gool en Willy Münzenberg, die zich waarschijnlijk in Moskou bevindt, zou dit kunnen uitwijzen. Toch raakte Struik ook wel eens in tegenspraak met de Communistische Jeugdinternationale. Bijvoorbeeld op het punt van de communistische opvoeding — een thema waarover ook Roland Holst in *De Jonge Socialisten* lappen van artikelen schreef. Met het vernietigen van de kapitalistische en het scheppen van een socialistische 'onderbouw' stond naar hun mening niet vanzelf een humane 'bovenbouw'. In navolging van Tom Anderson in Engeland⁷ en in het voetspoor van Van Gool in Nederland pleitte Struik voor communistische zondagsscholen die de aangeboren zachtheid en goedheid van het kinderlijk gemoed — Dirk Struik had toen zelf nog geen kinderen — in bescherming dienden te nemen tegen de ruwheid van de kapitalistische maatschappij. "Geregeld worden op de school [in Engeland] uitgezochte passages behandeld van klassieke werken: Morgan, Marx, de Bijbel. Mogen we sommige trekken uit het onderwijs minder waardeeren, (zoo laat Anderson zijn kinderen de Tien proleta-rische geboden uit het hoofd leeren) over het geheel moet er van zulk een onderwijs veel



Meest rechts met hoed Struik tijdens het CPH-congres te Groningen, 1919. Op de voorgrond David Wijnkoop, Tweede-Kamerlid en redacteur bij de Tribune.

invloed uitgaan. [...] Wij hopen, dat ook wel dra in Holland Tom Anderson's voorbeeld gevolgd zal worden."⁸ Volgens Struik moet de dienst op de zondagsscholen kort zijn en een liturgisch karakter dragen. Onderwijzers, leraren en predikanten dienen dit werk ter hand nemen. Struik wijdde ook nog een speciale brochure aan de politieke opvoeding van kinderen maar in Nederland kwam het er niet van. De Zaaier was te zwak. De zondagsscholen die elders wel bestonden en een meer stichtelijk dan strijdbaar karakter hadden, konden bij de CJl dan ook geen genade vinden. Ze werden omgebouwd tot een strijdorganisatie met schoolcellen als organisatorische eenheid. Struik verweet de

CPH-leiding een aan onverschilligheid grenzend gebrek aan interesse voor *De Zaaier*. Tegelijk was er voor de jeugdorganisatie maar één juiste houding: "de volkomen zelfstandigheid in organisatie en in actie, doch innige samenwerking op alle terreinen, die aan jeugdbeweging en oudere partij gemeen zijn. De proletarische jeugd moet, vooral in deze tijden, leeren zelf te handelen, zelf na te denken, zonder dat van te voren een leuze door een partijleiding is gegeven."⁹ Dit was geheel in de lijn van de opvatting van Roland Holst en van de Zaaier-traditie over de noodzaak van een zelfstandige jeugdbeweging. In de tijd van Van Gool was hier echter tijdelijk geen sprake van.



Annie Romein-Verschoor (meest rechts) met leden van de Revolutionaire Studentenorganisatie. Geheel achteraan in het midden van de deuropening staat Dirk Struik.

foto: Internationaal Instituut voor Sociale Geschiedenis

Iedere stap en ieder initiatief werd door Van Gool met Wijnkoop doorgesproken. Een lange rij brieven getuigt hiervan. Van Gool wilde zelfs dat Wijnkoop — niet bepaald een jongere meer — De Zaaier op de Zwitserse internationale jeugdconferentie die in 1915 gehouden werd, vertegenwoordigen zou. Wijnkoop vond zichzelf hier niet te oud voor, maar weigerde om politieke redenen.

Een vertrouwelijke missie

Tevens speelde Struik een vertrouwelijke, bescheiden rol bij het fuseren van de Belgische communistische partijen. De oppositie binnen en buiten de Belgische Werkers Partij van uiteenlopende groepen jongeren en volwassenen had geleid tot twee communistische partijen die respectievelijk onder leiding stonden van Joseph Jacquemotte en War van Overstraeten. Voor een goed begrip van de missie van Struik is het nodig kort op de situatie in de Belgische arbeidersbeweging in te gaan.¹⁰

De houding van de Belgische Werkers Partij werd bepaald door de verschrikkingen van de oorlog, de wijze waarop de Duitse legers huishielden, ook onder de burgerbevolking en de jarenlange onderdrukking van de Vlaamse soldaten door Waalse officieren in de loopgraven van het IJzerfront. De BWP weigerde dan ook naar de door Troelstra georganiseerde sociaaldemocratische vredesconferentie in Stockholm te gaan, daarvoor was de haat tegen de Duitsers en de behoefte aan wraak te groot.

Niettemin ontstond er een oppositie binnen de BWP die tegenover degenen die vasthielden aan de nationale saamhorigheid, de strijd tussen kapitaal en arbeid propageerde. Deze oppositie gaf vanaf 17 november 1918 het blad *L'Exploité* uit. Hoewel deze groep om het contact met de arbeidersklasse niet kwijt te raken, binnen de BWP haar standpunt wilde uitdragen, ontwikkelde zij zich steeds meer tot een partij binnen de partij en hield congressen en stichtte de Nationale Federatie van de groepen Amis de *L'Exploité*. Zij kwam op voor ontvoogding van het Vlaamse proletariaat, voor federalisme en terugkeer naar het revolutionaire klassestandpunt. Hoewel de leider Joseph Jacquemotte, een ervaren politicus, bleef aarzelen, dwongen zijn aanhangers hem met de BWP te breken en op 29 mei 1921 leidde dit tot de oprichting van de Parti Communiste de Belgique. Een tweede kern vormden de anti-oorlogsgroepen in Vlaanderen die aansluiting zochten bij het Vlaamse activisme en niets wilden weten van het hoogoplaaiende Belgische nationalisme en de volkseenheid-gedachte. Zij schaarden zich in 1917 rond het blad *De Nieuwe Tijd*. Met andere Vlaamse groepen verenigden zij zich, nadat zij door de BWP uitgesloten waren, in september 1919 rond het blad *De Internationale* en richtten in oktober 1919 de Kommunistische Partij Vlaamsche Federatie op. Van parlement en bestaande vakorganisatie wilde deze niet weten en ze naderde daarmee het radencommunistische standpunt van Pannekoek en Gorter. Een derde groep om-

vatte de afdeling Socialistische Jonge Wachters van het arrondissement Brussel die de BWP verliet en zich in 1920 de *Fédération Communiste de Wallonie* noemde, welke het blad *L'Ouvrier Communiste* uitgaf. In november 1920 werd de naam Parti Communiste de Belgique. Leider was de kunstschilder War van Overstraeten die in de geest van Gorter en Pannekoek een fel tegenstander was van parlementarisme en vakorganisatie. De Kommunistische Partij Vlaamsche Federatie sloot zich bij de geestverwante partij van Van Overstraeten aan, zodat er behalve wat losse groepen (onder andere een in Antwerpen) ten slotte twee communistische partijen overbleven.

Struik kreeg tot taak gesprekken te voeren met Van Overstraeten en Jacquemotte en hen over te halen naar Amsterdam te komen, waar het kortstondige West-Europese Bureau van de Comintern gevestigd was, om over fusie te praten. Jacquemotte was niet erg toeschietelijk en kwam niet. Behalve het taalprobleem kan ook het veronderstelde 'gauchisme' van de CPH een rol gespeeld hebben. Hoe het ook zij, op 3 en 4 september 1921 vond onder zware druk van de Executieve der Comintern het fusiecongres plaats. De naam werd: *Vereenigde Kommunistische Partij van België, sectie van de 3e Internationale*. Het standpunt van Struik ten aanzien van de Belgische socialistische arbeidersbeweging werd mede bepaald door de twee Nederlanders die in België werkten en opereerden: Abraham Soep (1874-1958) en de twintigjarige Paul de Groot (1899-1986), beide diamantslijpers. Soep stond met zijn radikalisme links van War van Overstraeten; De Groot, ondanks het grote gewicht dat hij aan de Vlaamse kwestie toekende, aan de kant van Jacquemotte.¹¹ Aanvankelijk liet Struik zich door Soep beïnvloeden. Dit blijkt uit een brief die hij op 10 maart 1920 aan Jacq Engels — deze was gevraagd als redacteur van *De Internationale*¹² — schreef en die interessant genoeg is om in zijn geheel te citeren, ook al omdat deze de heftige emoties in die jaren goed weergeeft:

"Beste Engels,

Pas op voor België. Ik weet er genoeg van om je van ganser harte te waarschuwen. België is, om allerlei redenen, een broeinest van karakterloze intellektueelen.¹³ Bij het morele débacle van het sociaal-patriottisme kroelt dat allemaal naar de Derde Internationale toe en maakt propaganda voor het Kommunisme lastiger dan ze toch al is. Het beste is, van te voren ieder Belgisch blad, en iedere Belg, te wantrouwen. Het klinkt hard, maar 't is noodig. Wat speciaal De Internationale be-

treft, ik geloof, dat de Tribune-schrijver (Soep) het bij het rechte eind heeft. Tot voor kort was van dit blad de leider (misschien nog wel) Jef de Combe, een hoogst onbetrouwbare figuur, die, naar mij gezegd is (maar dit weet ik niet zeker), nu al weer uit de communistische beweging verdwenen is.¹⁴ In ieder geval weet ik van dezen Jef genoeg om hem te wantrouwen, althans in zijn kritisch besef van het communisme, en om Soep gelijk te geven.

Voorloopig is het parool (niet alleen voor onervarenen in de Belgische beweging, maar ook voor hen, die zich wat met België bezighouden) wantrouw al het Vlaamsche, dat niet van Smets, wantrouw al het Waalsche, dat niet van Van Overstraeten komt. Er zijn nog andere goede figuren, maar die zijn niet zoo nog door ons beproefd na den oorlog. Maar het beste is: heb je iets met België uitstaande, wend je dan eerst tot mij of tot partijgenoot W.C. van Oordt, gemeente-ontvanger, Nijkerk (G.).¹⁵ Dan kun je eerst hooren of laten informeren, wie de persoon is, waar je in België mee te maken hebt.

Als je beslist voor de Belgen iets wil doen, stuur ze dan goede brosjures en kranten toe. Daar hebben ze hard behoefte aan. Daar kunnen ze genoeg kopie uit overnemen. Schrijf echter niet in Belgische kranten.

De zaak is deze, en het is daarom, dat ik je er uitvoerig over schrijf. Omgang met Belgische socialist en revolutionairen is voor iemand, die nog niet al te lang in de beweging is, buitengewoon gevaarlijk. Allicht word je door allerlei vriendschapsbanden verbonden aan lui, die met allerlei bijbedoelingen rondloopen en word je, zonder dat je het weet, medepllichtige. Ik durf dit, al beschouw ik mezelf óók als groen in de beweging, te zeggen, omdat ik al wat heb meegemaakt in die Belgische zaken en door een paar ervaren Genossen in die dingen ben ingedrongen — Van Amstel was er een van: die knapte den laatsten tijd een boel Belgische zaakjes op.

Wil je soms van bepaalde personen, die je tegenkomt, naders hooren, dan wil je graag laten informeren. Dat zal me zelfs heel welkom zijn, en als we nieuws te weten komen, doen we er onze werkelijke kameraden in België ook nog een groot genoegen mee. Mocht je anderzijds documenten (kaarten, brieven en dergelijken) hebben, die voor derden leesbaar zijn, en die iets zeggen over Belgische Genossen, laat ze dan eens zien aan mij of stuur ze naar van Oordt. Dat is m.i. de beste dienst, die je aan de Belgische beweging bewijzen kunt.”

Blijkbaar is Struik snel op deze extreme mening teruggekomen. In ieder geval schrijft hij op 23 Augustus 1920:

“Waarde Engels,

Onlangs hadden we een briefwisseling over De Internationale, het Vlaamsche weekblad. Reeds toen kon ik je melden, dat mijn wantrouwen tegen dit blad ongegrond was.¹⁶ Naar wat ik nu weet en zie, kan ik ondersteuning van dit blad slechts aanbevelen. Aan de Jeugdbeweging wijdt het ook vrij wat ruimte, meest stukken uit Tribune, nu ook Jonge Socialist. Als je dus eens iets ervoor schrijven wilt, kan ik het slechts toejuichen. Vergeet echter natuurlijk één ding niet: dat je per slot van rekening alleen dan met vrucht er in schrijven kunt, als je van de Antwerpsche toestanden wat weet, zoodat je de zwakke plekken kent. Maar als je de geest in je voelt, kun je misschien ook met eenig succes over Niet-Belgische toestanden schrijven.”

Deels laat deze standpointsverandering zich verklaren uit de scherpe afwijzing van het ‘gauchisme’ door Lenin in zijn rond deze tijd verschenen brochure De Linkse Stroming, een kinderziekte van het communisme waarin het standpunt van Pannekoek en Gorter scherp veroordeeld werd. De CPH-leiding sloot zich bij deze veroordeling aan en dit leidde tot een afwijzing van de politieke conceptie van Pannekoek en Gorter. Struik viel overigens de partijleiding niet direkt bij. Blijkens een brief aan Van Ravesteyn van 6 april 1920 kreeg Struik “meer en meer de indruk [...] dat Gorter, ook al slaat hij door, zuiver voelt en op menig punt gelijk heeft. Een opvatting die door tal van partijgenooten, geen zoogenaamde ‘oppositie’-leden maar ‘goede’ partijgenoo-

ten, gedeeld wordt en die zich met name bij mij meer gaat vestigen sinds ik de internationale kommunistische pers wat meer lees.”

Volgens een brief aan Van Ravesteyn op 28 augustus 1920 stak er nog steeds volgens Struik wel iets waars in de kritiek van Gorter op de kijk van Lenin ten aanzien van West-Europa, maar de stellingname van Pannekoek kan hij niet bewonderen. Struik vraagt om een intelligentere en kameraadschappelijke argumentatie tegen Gorter, want er zijn nog al wat intellectuelen en half-intellectuelen die wel wat zien in het standpunt van Gorter en Pannekoek. Bovendien spellen volgens Struik de Brusselse jongelui van L'Ouvrier Communiste de Nederlandse bladen *De Tribune* en *De Nieuwe Tijd*. Van een later artikel tegen Pannekoek zei Struik dat het demagogisch was en niet argumenteerde. Pannekoek werd door de partijleiding verweten de Britse Labour Party een stelletje reactionaire bureaucraten genoemd te hebben. Maar nog geen half jaar daarvoor was op een Amsterdamse conferentie iedereen met uitzondering van Van Leuven om precies dezelfde reden tegen aansluiting bij de Britse Communistische Partij aan de Labour-party geweest.¹⁷ Op deze manier worden de Pannekoek-aanhangers, onder wie vele jongeren — Struik rekent zich ook tot de jongeren, hoewel hij meent dat Wijnkoop c.s. het bij het goede eind hebben — niet van diens ongelijk overtuigd. Zeker is dat Struik contact had met De Groot die onder de naam Paul van der Schilde in Antwerpen werkte.¹⁸ Er is een brief bewaard gebleven die De Groot hem op 5 januari 1921 geschreven had in antwoord op een brief van Struik van 13 december 1920, maar het contact moet al eerder gelegd zijn. De Groot betuigde Struik zijn erkentelijkheid voor de raad en de steun die hij van



Dirk en Anton Struik op familiebezoek in Lochem bij tante Dieke, 1934. Dirk heeft twee dochters bij zich

hem en Engels ondervond. Hij keerde zich met grote felheid tegen het gauchisme van Soep en ontwikkelde zijn ideeën over de Vlaamse kwestie. Hij stond ondanks reserves aan de zijde van Jacquemotte. Deze brieven duiden erop dat Struik contacten in Vlaanderen onderhield en als raadsman optrad.

Bemoeienis met de CPN

In zijn herinneringen schrijft Struik dat hij na zijn doktoraalexamen in 1916 een tijd lang op het redactie bureau van De Tribune, dat toen net een dagblad geworden was, gewerkt heeft. Daardoor zal hij de CPH veel meer van binnen uit hebben leren kennen, maar waarschijnlijk niet tot zijn genoegen. Hij schreef wel stukken in De Tribune, maar een veel-schrijver was Struik nooit. Als gedelegeerde namens De Zaaier in het bestuur van de CPH en als zodanig aanwezig op het partijcongres in 1919, schreef hij in De Nieuwe Tijd een verslag. Drie punten vallen hierin op. Ten eerste hoezeer Struik een hekel heeft aan geklets over details waarbij de hoofdzaken uit het zicht verdwijnen:

“De afgevaardigden weten de behandeling van hun bezwaren en opmerkingen maar in enkele gevallen te tayloriseren. De een had opmerkingen over de advertenties, een tweede over den gedragen toon, een derde over niet beantwoorde brieven, een vierde, een vijfde, een zesde, een zevende over het nut van Sneevliet, een achtste, een negende, een tiende, een elfde over de droevige gebreken van De Tribune en de financiële stroppen, die dit geliefde kind des huizes zijn familie bezorgt.”

Een tweede punt is de doorslaggevende betekenis die Struik toekende aan de resolutie over de centrale plaats van de arbeidersraden in de proletarische revolutie die op de agenda van de geschiedenis staat. De breuk met het radencommunisme van Pannekoek en Gorter heeft zich nog niet voltrokken. Een derde punt dat opvalt in het congresverslag is de nauwelijks verbloemde kritiek op de partijleiding. Deze is volgens Struik alom in de partij hoorbaar:

“Wij kunnen noch willen onzen partij-Olympus onderzoeken, wij moeten alleen slechts aanstippen, dat het soms den schijn heeft, dat er een verdorrende werking plaats heeft in stede van een opwekkende. Het kon overdreven zijn, was het echter niet een van de redenen van den val van Napoleon, dat hij allen, die zich om hem groepeerden, speciaal de ouderen en niet-direkte geestverwanten, zelfs zij, die van

werklust voor zijn zaak tintelden, nooit geheel zonder wantrouwen heeft gehouden.”

De hartelijke verhouding met Van Ravesteyn bekoelde. Deze gaf duidelijk van zijn misnoegen blijk en vond dat mathematici als Pannekoek, Mannoury en Struik teveel Euclides in hun Marx mengden. Zij zouden, met andere woorden, sociale kwesties dusdanig vereenvoudigen dat het rekensommen werden. De kritiek van Struik ging echter niet over de theorie maar over het interne partijleven.

Er vormde zich binnen de CPN een nieuwe oppositie waar Struik toe behoorde en behalve hij ook Jacques de Kadt, Jacques Engels en Roland Holst deel van uitmaakten. Vooral met De Kadt trok Struik veel op.¹⁹ Later schreef De Kadt in zijn memoires lovend over Struik en wist hem en zijn leefwijze treffend te typeren:

“[Struik] was altijd ‘ernstig’ (al had hij vrij veel gevoel voor humor), met zijn verwonderde ogen, die vanachter dikke brilleglazen de wereld inkeken, met zijn uiterlijk, toen al, van ‘verstrooide professor’, wat dus betekende dat zijn haren wild en verward naar alle kanten piekten en zijn kleren er meestal uitzagen of hij in de klassenstrijd knopen had verloren en winkelhaken had opgelopen.

Er was in zijn redeneringen altijd iets abstracts en wereldvreemds, maar hij was ook exact en beslist en in staat snel tot de kern van een vraagstuk door te dringen en helder te formuleren [...]. Zowel als spreker als in zijn artikelen miste hij iedere kleur en alles wat boeiend kon maken; alleen in gesprekken kon hij soms grappig en zelfs geestig zijn.

Ik mocht hem graag omdat aan de zuiverheid van zijn bedoelingen niet getwijfeld kon worden, hij was open en oprecht en trouwhartig, en daarbij van een grote intelligentie en een zeer uitgebreide kennis. Blijkbaar mocht hij mij toen ook heel erg, want hij kwam herhaaldelijk bij me praten, nodigde me uit als ik in Rotterdam moest spreken om mee naar zijn kamer te gaan, waar hij mij verbaasde door het gemak waarmee hij een boek of een document wist te vinden uit hele stapels die overal in zijn kamer lagen. Soms dook hij onder een divan en haalde daar een boek vandaan.”²⁰

De opposanten besloten in de loop van 1921 zich rechtstreeks tot de Executieve van de Comintern te wenden en Struik stelde een uitvoerig schrijven op dat in handschrift bewaard is gebleven.²¹ Het politieke bezwaar tegen Wijnkoop c.s. was dat zij een zigzagkoers voeren: het ene moment de leuze van alle macht aan de raden en het andere mo-

ment de leuze van een eenheidsfront met de SDAP. Interessant is het veroordelen van de breuk met de SDAP in 1909 waar de SDP uit voortkwam. Wijnkoop c.s. hadden alles moeten doen om in de SDAP te blijven in plaats van zich te isoleren in een eigen sektarisch partijtje zonder enige band met de massa. De poging van de Socialistische Internationale om beide partijen te verzoenen en de breuk ongedaan te maken, had Wijnkoop botweg afgewezen. Verder richtte het verslag zich rechtstreeks tegen het optreden van Wijnkoop, terwijl Van Ravesteyn gespaard werd. Wijnkoop oefende een diktatuur in de partij uit en iedereen met een afwijkende opvatting werd als spion of agent geroyeerd. Op die wijze werd iedere discussie monddood gemaakt. De Executieve werd gevraagd ten gunste van de nieuwe oppositie te interveniëren maar voegde Struik er aan toe, voor het geval de Executieve de oppositie veroordeelde, zou deze zich onvoorwaardelijk bij deze uitspraak neerleggen. Henriette Roland Holst schrijft, na een gesprek dat zij tijdens het CPN-congres in 1921 te Groningen met Dirk Struik had, op 20 november 1921 aan haar politieke vrouweling Daniël de Lange over “deze jonge en zeer intelligente partijgenoot”. Hij behoort dan ook tot degenen die de eer te beurt valt met Pannekoek en Roland Holst zelf eind 1921 een bijdrage te leveren voor het laatste nummer van De Nieuwe Tijd. Een mild en diplomatiek stuk vergeleken met de scherpe brief aan de Executieve kort tevoren. Over de vervanging van de onafhankelijke De Nieuwe Tijd door een partijorgaan zegt Struik: “Overwegingen van piëteit en overwegingen van praktischen aard pleitten voor het behoud van den ouden naam voor het nieuwe tijdschrift, er bleken evenwel redenen te zijn om dien naam niet te bewaren. Mevrouw Roland Holst vreesde van een partijtijdschrift een grotere belemmering van de vrije meningsuiting, voor een wetenschappelijk blad een noodzakelijke eisch, Wijnkoop deelde die vrees niet.” Waarschijnlijk deelde Struik de vrees van Roland Holst wel. Roland Holst en Struik bevonden zich met hun vrees in ieder geval in het goede gezelschap van Friedrich Engels, die pleitte voor de relatieve autonomie van de theorievorming die organisatorisch tot uitdrukking moest komen in tijdschriften die onafhankelijk van de partijleiding waren.²²

Afscheid van de partijpolitiek

De twisten binnen de Nederlandse communistische partij gingen Struik steeds meer tegenstaan en zullen er toe bijgedragen hebben dat hij niet voor de partijpolitiek maar voor

de wetenschap koos. Tevergeefs probeerde De Kadt hem over te halen zich kandidaat te stellen voor het partijbestuur. Met een beroep op zijn persoonlijke omstandigheden wimpelde hij dit voorstel af. Alleen voor de partij-scholing bleef Struik nog korte tijd iets doen, maar hij schreef in zijn memoires op p. 246: "Ik was moe van de fraktiestrijd, waarvoor ik niet geschikt ben, en die niet veel uithaalde."

Noten

- 1 Dit is te vinden in zijn memoires, 'Mijn socialistische jaren in Nederland. Herinneringen uit 1914–1924', in: *Jaarboek voor de geschiedenis van socialisme en arbeidersbeweging in Nederland 1977*, Nijmegen: SUN 1977, p. 191–246. Het citaat is te vinden p. 196–197.
- 2 Van Ravesteyn vertaalde het boek van H.N. Brailsford, *Der oorlog van staal en goud; eene studie omtrent den gewapenden vrede* (1914) en bundelde zijn eigen opstellen in *Wereldoorlog* (1916), voorzien van een voorwoord door Henriette Roland Holst. Brailsford heeft door de vertaling van zijn op de politieke actualiteit inspelende boeken op beslissende momenten in de Nederlandse socialistische ideeëngeschiedenis een aanzienlijke rol gespeeld.
- 3 Over Van Gool (1882–1919) zie de fraaie levensschets van Henny Buiting in het *Biografisch woordenboek van het socialisme en de arbeidersbeweging*, deel 4, Amsterdam 1990, p. 66–68.
- 4 Ger Harmsen, *Blauwe en Rode Jeugd*, Assen 1961, p. 65.
- 5 Roland Holst in een brief van 19 juli 1922 aan D. de Lange: "Het is jammer dat de onvermijdelijke veroordeling der sociaal-revolutionairen weer aanleiding zal geven tot allerlei gehets, en de sympathieën weerverminderen." Jacques de Kadt "considered a death sentence to be necessary and legitimate, although he added that the communists had no desire at all to shed blood." in: Marc Jansen, *A show trial under Lenin. The trial of the Socialist Revolutionaries, Moscow 1922*, 1982, p. 164. De geëiste doodstraffen werden omgezet in gevangenisstraffen van vijf jaar.
- 6 'Holland' in: *Jugend der Revolution — Drei Jahre proletarische Jugendbewegung (1918–1920)*, Berlin z.j., p. 404

Politieke artikelen van Dirk Struik

- 1 'Enkele geestesstromingen in de studentenwereld', in: *De Nieuwe Tijd*, 1917, 264–271 (overgenomen uit het Leidse studentenblad Minerva).
- 2 *De overwinning der Bolsjewiki*. Naar de Zwitsersche Jeugdbrochure 'Kampf und Sieg der Bolschewiki' voor Holland bewerkt door Dirk Struik. Uitg. Revolutionair Socialistisch Jeugdkomitee. Den Haag, september 1918.
- 3 'Het Kommunisme en het opkomend geslacht', in: *De Nieuwe Tijd*, 1919, 23–28, 167–174, 594–602, 625–630.
- 4 'De Bolsjewiki, de openbare diplomatie en de radiotelegrafie', in: *De Nieuwe Tijd*, 1919, 85–86.
- 5 'Het Groningsch congres der communistische partij', in: *De Nieuwe Tijd*, 1919, 464–469.
- 6 'Andries van Gool overleden', in: *De Nieuwe Tijd*, 1919, 685–689.
- 7 Samen met Jan Romein, 'Friedrich Engels.

Zijn laatste politieke bijdragen — strijd bare recensies in de Communistische Gids — dateren van 1922. In 1925 volgden nog enige reisbrieven uit Italië, waar hij zijn wiskundestudie vervolgde. In 1926 aanvaardde hij een baan als wiskundige aan het Massachusetts Institute of Technology dat hem in 1949 tot gewoon hoogleraar benoemde. Uit de partijpolitiek trok hij zich radikaal terug. Wel schreef

hij nog in de jaren daarna artikelen voor marxistische en communistische periodieken en enige boeken voor de CPN-uitgeverij Pegasus van filosofische en wetenschapshistorische aard.

Dankwoord

Graag wil ik Jan Willem Stutje bedanken voor zijn waardevolle aanwijzingen.

- 7 Tom Anderson opende in 1894 de eerste socialistische zondagschool. In de meeste Engelse steden vond dit navolging.
- 8 *De Nieuwe Tijd*, 1919, p. 601–602.
- 9 *De jonge socialist*, juni 1920.
- 10 Zie van de historicus en militant der Belgische Communistische Partij, Leo Michielsens, *Geschiedenis van de Europese arbeidersbeweging*, deel III: *Tussen de wereldoorlogen. A. Na oorlogse ontredde en kapitalistisch herstel (1918–1929)*, 1980, p. 259 e.v.
- 11 Jan Willem Stutje, 'Abraham Soep (1874–1958). Portret van een bandeloze rebel', in: *Bulletin Nederlandse Arbeidersbeweging*, nr. 24, december 1991, p. 2–37.
- 12 Engels in: *Zestig jaar socialistische beweging*, 1979, p. 28: "Er was een groep intellectuelen in Brussel onder leiding van Jaquemotte en een groep handarbeiders in Antwerpen. De twee groepen 'lagen elkaar niet'. De Antwerpse groep ging een weekblad uitgeven en zocht een redacteur. Er waren in die groep mensen, die in de oorlogsjaren als militair geïnterneerd waren geweest in een kamp bij Amersfoort en daar had ik met ze kennis gemaakt. Nu vroegen ze mij redacteur te worden. Het was natuurlijk glad onmogelijk om vanuit Rotterdam een Antwerps blad te redigeren. Ik was dus wel bereid regelmatig mee te werken aan het blad, dat 'De Internationale' heette."
- 13 Engels tekent op de brief aan: "In Antwerpen hadden ze geen intellectueelen alleen arbeiders."
- 14 Stutje schrijft mij dat Jef de Combe uit de Natuurvriendenbeweging voortkwam en lid was van de 'Vlaamse Toeristenbond'. Zowel in de VTB als de Vlaamsche Jeugdherberg Centrale

- vinden we dezelfde mengeling van socialisme en flamingantisme.
- 15 Van Oort was belast met de partijbeveiliging en was ook behulpzaam bij illegale grensoverschrijdingen.
- 16 Deze brief of brieven zijn mij niet bekend.
- 17 De in 1906 gevormde Labour-partij was een overkoepelend orgaan van vakbonden en linkse partijen en groepen. Pas in 1918 aanvaardde de Labour-partij het door het echtpaar Webb geschreven socialistische programma.
- 18 Paul (Saul) de Groot (1899–1986), geboren te Amsterdam en zoon van een diamantbewerker, verhuisde met zijn ouders in 1901 naar Antwerpen, werkte hier als diamantbewerker, huwde met Sally Borzykowska, een Poolse, en werd vanwege zijn communistische activiteiten in 1923 uitgewezen. Na twee jaar in Frankrijk gewerkt te hebben, keerde hij eind 1925 naar Amsterdam terug.
- 19 Zie de levensschets van Jacques de Kadt (1897–1980), geschreven door Rob Havenaar in: *Biografisch woordenboek van het socialisme en de arbeidersbeweging*, deel 5, Amsterdam 1992, p. 141–145. De Kadt was ambtenaar bij de PTT en autodidact.
- 20 J. de Kadt, *Uit mijn communistentijd*, Amsterdam, 1965, p. 199–200.
- 21 Aangezien in het memorandum *De Tribune* van 24 augustus 1921 geciteerd wordt, moet het na die datum geschreven zijn.
- 22 Brief van Engels aan Bebel, gedateerd 1 mei 1891.

- Een levensbeeld voor jonge arbeiders', in: *De Nieuwe Tijd*, 1920, 707–717. Voetnoot bij deze titel: "Eerste hoofdstuk van een bij de KJl in het Duitsch uit te brengen brochure. Een Hollandse vertaling is in bewerking en zal binnenkort verschijnen bij de uitgevers van dit tijdschrift."
- 8 D.K. Winter, 'Onze taktiek tegenover de partij der ouderen', in: *De Jonge Socialist*. Orgaan van den Revolutionair-Socialistischen Jeugdbond De Zaaier, juni 1920.
- 9 Anoniem, 'Holland', in: *Die Jugend der Revolution. Drei Jahre proletarische Jugendbewegung 1918–1920*. Berlin o.J., 395–410
- 10 D.K. Winter, 'Het twaalfde Congres der Communistische Partij', in: *De Nieuwe Tijd*, 1921, 743–756.
- 11 D.K. Winter, 'Boekbespreking: I. Wardin — Die sozialrevolutionären Mörder und die sozialdemokratischen Advokaten (Tatsachen und Beweise); J. Schafir — Die Ermordung der 26 Kommissare in Baku und die Partei der Sozial-

- revolutionäre; Ignatjew — Die Tätigkeit der Sozial-Revolutionäre in Archangelsk; L. Trotzki — Zwischen Imperialismus und Revolution. Die Grundfragen der Revolution an dem Einzelbeispiel Georgiens; C. Grünberg — Archiv für die Geschichte des Sozialismus und der Arbeiterbewegung', in: *Communistische Gids*, 1922, 744–747.
- 12 D.K. Winter, De communistische propaganda onder de kinderen, Rotterdam 1923.
- 13 D.K. Winter, 'Het heilige jaar. Indrukken uit Italië', in: *De Communistische Gids*, 1925, 226–229.
- 14 D.K. Winter, 'Brieven uit Italië. I: Uit den Senaat', in: *De Communistische Gids*, 1925, 327–331; 'II: Over het fascisme', in: *De Communistische Gids*, 1925, 450–453.

Simon Rozendaal

Burgemeester Meineszlaan 15,
3022 BA Rotterdam
s.rozendaal@ebi.nl

Afscheid van Dirk Struik

Ontmoeting met Dirk Struik

De wisselwerking tussen wetenschap en maatschappij is een belangrijk thema in het gedachtengoed van Struik. Voor journalist Simon Rozendaal ging er een wereld open toen hij 'Geschiedenis van de wiskunde' las. Later kreeg hij twee maal de kans Struik te interviewen. Een persoonlijk verslag.

Tijdens de roerige jaren zestig studeerde ik in Delft. Er was van alles in de samenleving aan de gang. De verbeelding kwam aan de macht, de literatuur maakte een bloei door, de culturele en seksuele revolutie van Nederland was in volle gang, maar Delft was even saai, technetisch en wereldvreemd als altijd. Op een gegeven moment kreeg ik de Aula-pocket *Geschiedenis van de wiskunde* in handen. Er ging een wereld voor me open. Achter x , y , z en cosinus bleek het echte leven schuil te gaan. Een leven van slavernij en koopmanshuizen, geleefd door echte mensen. Mensen als Evariste Galois, die op zijn eenentwintigste in een duel werd gedood en aan de vooravond van dat duel koortsachtig een van de grootste prestaties uit de geschiedenis van de wiskunde neerzette. De aantekeningen van Galois werden pas decennia later doorgrond en vormden de basis voor de groepentheorie. Om kort te gaan, Dirk Struik opende voor mij een maatschappelijk en menselijk perspectief op de wetenschap.

A man for all seasons

Marxisme is tegenwoordig minder dan een vloek geworden, het is vergane glorie. Toch is de gangbare visie op de ontwikkeling

van wetenschap sterk door datzelfde marxisme gekleurd. Dirk Struik, Robert Merton, Joseph Needham en J.D. Bernal lieten zien dat ideeën vergaand door materiële omstandigheden worden beïnvloed. Wetenschap ontwikkelt zich niet in platonische afzondering maar in wisselwerking met de maatschappij. Los van alle rimram over kapitalisme, materialisme en idealisme, werkt deze visie op de ontwikkeling van wetenschap nog steeds zeer verhelderend. Struik laat zien hoe zelfs de moeder van de exacte wetenschappen, de wiskunde, door de samenleving wordt beïnvloed: *"Wiskundigen denken ook zelf vaak dat wiskunde een vrije schepping van de geest is, maar dat is slechts betrekkelijk."*

In 1990, ik was inmiddels wetenschapsredacteur van Elsevier, vroeg ik me af of diezelfde Struik nog leefde. Het antwoord was: ja, en hoe! Ik ben hem op gaan zoeken, dacht een oude marxistische wiskundige aan te treffen, maar vond een springlevend, charmant iemand. 'A man for all seasons', die over tal van onderwerpen kon praten. Over wat er tegenwoordig op tv is, de strijd tussen Bush en Saddam, over Rotterdam, Jan en Annie Romein, over de schoonheid van de jonge studente Coretta Scott, de weduwe van Martin Luther King, en, inderdaad, ook over wiskunde en marxisme: *"Op de HBS en zelfs op de universiteit werd gedoceerd dat wiskunde er was. Toen ik later mijn leraar wiskunde op de HBS beter leerde kennen, bleek dat hij nog nooit van Euclides had gehoord. De leraren uit mijn tijd wisten niets van de geschiedenis*

van de wiskunde. De enige naam die ik kende na de HBS was Pythagoras. De man die mij in Leiden geleerd heeft dat de wetenschap niet is, maar groeit, was Paul Ehrenfest. Die kende bijna alle werkende natuurkundigen persoonlijk. Kletste met hen, werkte met hen. Wij zagen in Leiden de wetenschap groeien als een levende wetenschap."

Struik vertelde me bij die gelegenheid hoe hij in zijn studententijd geboeid raakte door het socialisme en de behoefte voelde om ook zijn eigen vakgebied te overdenken in termen van dit gedachtengoed: *"Ik realiseerde me dat je met het marxisme een beter inzicht kon krijgen in de geschiedenis en de politiek. Maar ik vroeg me tegelijk af of dit ook mogelijk was bij literatuur, filosofie, natuurwetenschappen en wiskunde, bij muziek misschien? Hoe ver gaat het? Ik zag dat de marxistische leer met groot succes kon worden toegepast op de letterkunde door Mehring, Henriëtte Roland Holst en Gorter. Ik wist dat Pannekoek geschreven had over darwinisme. Engels had al enige opmerkingen gemaakt over het verband tussen de natuurwetenschappen en de maatschappij, maar dat was heel kort en hij had weinig aandacht besteed aan de wiskunde."*

Toch wordt zeker ook de wiskunde voortdurend beïnvloed door maatschappelijke ontwikkelingen. Indirect: *"Ontwikkelingen in de astronomie en de natuurwetenschappen hebben gevolgen voor de wiskunde en zo speelt ook de industrie een rol. De ontwikkeling van de fysica in de negentiende eeuw is heel sterk beïnvloed door de opkomst van het kapitalisme."* En direct: *"In de economische nood-*

zaak van het plaatsbepalen op zee — van groot belang voor de koopvaardij in de zeventiende eeuw — heeft het beroemde boek van Huygens over de slinger-uurwerken zijn oorsprong gevonden. Een ander voorbeeld zijn de rekenboeken die direct zijn voortgekomen uit de behoeften van de kooplui in Florence. Uit die rekenkunde is rechtstreeks een nieuwe algebra geboren.”

Slavenhandel

Struik zag dankzij zijn visie levende geschiedenis verschijnen en wil veertig jaar na het schrijven best een relativering aanbrengen bij een achteraf gezien nogal eenduidige verklaring voor het ontstaan van wiskundige activiteit. In Mesopotamië werd de echte wiskunde geboren. Ze komt voort uit alledaagse praktische problemen, zoals de vraag hoe sterk het brood en het bier moeten zijn, hoe graan moet worden bewaard, hoe de onberekenbare Eufrat en Tigris in bedwang kunnen worden gehouden. In het klassieke Griekenland kwam de jonge wiskunde tot volle wasdom.

In Struiks visie waren zowel het ontstaan van de moderne stad als de slavernij belangrijke factoren. De slavernij met name, omdat de Griekse slavenbezitter daardoor de tijd kreeg om van alledaagse rekenkundige problemen naar echte wiskundige vraagstukken over te schakelen.

Ruim veertig jaar na het schrijven vindt Struik dat hij de slavernij teveel eer heeft bewezen. “Er was slavernij in allerlei landen. In het Zuiden van de Verenigde Staten heeft de slavernij geen wiskunde opgeleverd, maar politieke ideeën. De slavenhouders daar waren politiek georganiseerd en daardoor zijn prachtige, maar ook hele slechte, politieke ideeën geproduceerd. Dus je moet meer hebben dan slavernij. Ik verklaar het ontstaan van de wiskunde nu helemaal uit de constructie van de stadstaat, de polis. Als we later in de geschiedenis opnieuw stadstaten krijgen, tijdens de renaissance in Florence, Genua, Siena, Venetië, ontstaat opnieuw een heel nieuwe cultuur waar de wiskunde wederom een grote rol in speelt.”

Een vervolg

Met zo’n levendige geest van gedachten te mogen wisselen is een uitzonderlijke belevenis; die roept om vervolg. Dat kwam in 1992. Bij de leiding van de VPRO-televisie ontstond het plan om onder de titel *Geleerd in augustus* vijf televisie-avonden aan prominente Nederlandse wetenschapsmensen te besteden. Ik was daarbij betrokken, aarzelde geen moment en suggereerde Struik. Vriend van



Jan en Annie Romein, wiskundige en marxist, daar had de VPRO-leiding wel oren naar. De leeftijd van Struik bracht hen echter aan het twifelen. Uiteindelijk werd besloten om twee mensen vooraf te sturen met een videocamera. Kees de Groot van Embden, die het uiteindelijke interview zou afnemen, en ikzelf. Om kort te gaan, het werd een succes. Roelof Kiers, de toenmalige directeur van de VPRO-

televisie, bekeek het fragment en zei: “Doen. Die man is niet alleen wiskundige, hij is een monument voor de Nederlandse cultuur.” En zo is het maar net.

Henk Bos

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht
Postbus 80010, 3508 TA Utrecht
bos@math.uu.nl

Afscheid van Dirk Struik

Uit de ivoren toren

Dirk Struik verwierf internationale bekendheid met het boek 'A concise history of mathematics'. In dit stuk legt Henk Bos uit dat Struiks historische werk draait om de bevrijding en de vrijheid van wiskunde.

De betekenis van Dirk Struik als historicus van de wiskunde kan eigenlijk heel kort omschreven worden: hij was het die, in de afgelopen halve eeuw, voor wiskundigen over de hele wereld het beeld bepaalde van de geschiedenis van hun vak. Dat deed hij met één boek, zijn *A concise history of mathematics* [12]. Het boek verscheen in 1948 voor het eerst en kreeg sindsdien, regelmatig bijgewerkt, in vele talen vertaald en aan het taalgebied aangepast, in steeds meer boekenkasten van wiskundigen en wiskundige instituten een vaste plaats.

Zijn betekenis kwam dus via het geschreven woord. En hij heeft veel geschreven. Zijn overlijden geeft een goede aanleiding om weer eens zijn bekende, en minder bekende werken over de geschiedenis van de wiskunde ter hand te nemen.¹ Ze zijn meeslepend, en ze roepen, zoals goede teksten doen, de vraag op wat het geheim van de auteur is dat hem in staat stelt zijn lezers mee te slepen.

Het geheim heeft natuurlijk met zijn persoonlijkheid te maken, maar ook met zijn ideeën over de wiskunde, haar plaats in de maatschappij en de functie van de studie van haar geschiedenis. In dit artikel wil ik naar dat geheim op zoek gaan — zonder het te vinden natuurlijk — hopen dat onderweg iets

duidelijk wordt over Struiks betekenis als historicus van de Wiskunde. Vanzelfsprekend zal ik daarbij vooral hemzelf aan het woord laten. Daarbij kies ik vooral teksten uit twee publicaties, uit 1980 [14] en 1986 [15], waarin hij zijn visie op de geschiedenis van de wiskunde uiteenzet.

Struik aan het woord

In het artikel uit 1980, *Why study the History of Mathematics?*, geeft hij een voorbeeld om aan te tonen hoe fascinerend de geschiedenis van de wiskunde is en dus hoezeer geschikt om leerlingen en studenten te boeien. Het voorbeeld is de geschiedenis van het decimale positiestelsel voor getalnotatie (zie [14], pp. 5-6. De vertalingen van de citaten zijn van mij, HB):

“Het ontstond in India in de eerste jaren van de Christelijke jaartelling, met of zonder (waarschijnlijk zonder) inspiratie vanuit China. Het reisde Oostwaarts naar Indochina, en naar het Westen, via karavaanroutes en verkeer langs de kust, naar de landen van de Islam. Daar schreef, omstreeks het jaar 825, een wiskundige genaamd Mohammed Al-Khwarizmi, of Mohammed van Chiwa, in het huidige Oezbekistan, een boek in het Arabisch over deze Indiase getallen, dat vertaald werd in het Latijn toen die getallen verder Westwaarts reisden naar Spanje en de Italiaanse steden van de Middeleeuwen. Daar schreef een Italiaanse handelaar-wiskundige, Leonardo van Pisa, een dik Latijns werk over het gebruik van de-

ze getallen en wat je ermee doen kunt. Hij is ook bekend als Zoon van een Goede Kerel, of Fibonacci, en de rij die naar hem genoemd is kan ook in dat werk gevonden worden, in verband met de voortplanting van cunicula, konijnen. Het jaartal van het boek is 1202. Door Leonardo, en andere handelslieden, leraren, en geleerden, en via de plaatsen waar Christendom en Islam elkaar ontmoetten, vond de opkomst van het decimale positiestelsel — nu met symbolen praktisch gelijk aan de onze — zijn weg over het Europa van handel en geleerdheid. Niet zonder enige tegenstand van degenen die de voorkeur gaven aan de traditionele rekenborden of abaci, waar je op lijnen werkte, met kiezelstenen of tellers, zoals je ze nu nog kunt zien aan babyboxen met balletjes op stangen. De resultaten van berekeningen werden genoteerd met Romeinse cijfers. De tegenstand had wel enige zin: je kunt makkelijk fouten maken, of zelfs bedriegen, met die Saraceense symbolen, een 1 veranderen in een 7, of een 0 in een 9. Wij treffen nog steeds maatregelen tegen zulke verwar- ring als we cheques uitschrijven. Op de lan- ge duur overwon het decimale positiestelsel en, tegen het eind van de 15e eeuw, toen de eerste gedrukte boeken over rekenen versche- nen, gebruikte men onze symbolen 0, 1, 2, ..., 9 met even groot gemak als wij.”

Meeslepend vind ik zo'n tekst, zelfs nauwe- lijks bij te houden. Terwijl ik nog nadenk of Chiwa inderdaad in Oezbekistan ligt en of dat wel klopt met die 'Goede Kerel', want ik meen

wel eens iets anders gelezen te hebben, ben ik al weer verder aan het lezen in Struiks staccato tempo en enigszins hijgend haal ik hem in aan het eind waar hij zegt dat men in de 15e eeuw onze getalsymbolen gebruikte. Struik bereikt zijn doel: ik ben geboeid, en meegesleept.

Niet alleen in de stijl maar ook in de thematiek is de tekst karakteristiek voor Struik. Ik kan er dus drie thema's mee inleiden die centraal staan in zijn historisch werk over wiskunde. Dat zijn:

- *Wiskunde leefde en leeft niet in een ivoren toren.* Integendeel: het vak reisde mee in karavanen en schepen, verbleef in handelshuizen, werd doorgegeven tussen de grote culturen, en het werd gebruikt.
- *Geschiedenis van de wiskunde wordt geschreven voor wiskundigen van nu.* Immers tot wie richt Struik zich? Tot *ons*, wiskundigen, die weten van de Fibonacci rij, en die wel benieuwd zijn hoe men vroe-

ger onze symbolen 0, 1, 2, ..., 9 gebruikte, met evenveel gemak als wij.

- *Geschiedenis van de wiskunde weerspiegelt de grote, globale ontwikkelingen van de mensheid.* Het is een letterlijk globaal verhaal, op wereldschaal, van Oost naar Noord en West bewegend over de continenten, door de eeuwen, meereizend met de grote culturen; op dat niveau: groots en meeslepend.

Ik werk die thema's hieronder uit.

De ivoren toren

Struik zelf vatte dat idee van wiskunde in een ivoren toren zo samen (zie [15], p. 287):

“[in 1942] was het nog mode om te denken dat wiskunde uit de Hemel kwam, of op z'n minst uit een zuivere, maatschappelijk onbezoedelde, Pythagoreïsche soort geest.”

Wiskunde is wel abstract, schrijft hij, maar dat wil niet zeggen dat het vak niets met de wereld

en de werkelijkheid te maken heeft (zie [15], p. 286):

“Het abstracte symboolgebruik kan ons blind maken voor de relatie die de wiskunde onderhoudt met de ervaringswereld. Wiskunde, die in die wereld ontstaan is, die bedreven wordt door bewoners van die wereld, met hun denkvermogen dat die wereld weerspiegelt, moet zekere aspecten ervan begrijpen — bijvoorbeeld een ‘getal’, dat verbanden uitdrukt tussen verzamelingen verschillende objecten; of een ‘lijn’, als de abstractie van een touw, of een speciaal soort rand, laan of weg. De stelling die jij ontdekt is niet tevoorschijn getrokken uit een schemerige wereld van ideeën, maar het is een verfijnde uitdrukking van een natuurkundige, biologische of maatschappelijke eigenschap.”

Struik heeft zich al heel vroeg verzet tegen de opvatting van wiskunde als zuiver, los-van-alles denken. Dat was aan het begin van ‘zijn’



Madison, Wisconsin, Institute of the History of Science, september 1957. Eerste rij, vijfde van links E.J. Dijksterhuis, achtste van links D.J. Struik.

eeuw, rond 1900, een vrij algemeen aanvaardde gedachte. In de jaren '10 en '20, toen hij in het socialisme een basis voor zijn wereldbeeld en politieke overtuiging vond, leverde de marxistische geschiedsopvatting hem een theoretische onderbouwing van zijn afwijzing van het ivoren toren idee: wiskunde, zoals al het andere abstracte, geestelijke, en culturele, vindt zijn oorsprong in de confrontatie van mensen, in gemeenschap, met de strijd om het bestaan, met de harde werkelijkheid van het in leven blijven, voedselvoorziening, handel, produktie.

Die visie op wiskunde en wetenschap kreeg in de jaren tussen de beide wereldoorlogen meer aandacht; met name in Engeland was er een aantal prominente (en publicitair zeer actieve) natuurwetenschappers, zoals Bernal, Hogben, en Needham, die vanuit dezelfde achtergrond als Struik de gedachte uitdroegen dat *science* een *social function* had en dat wetenschappers zich daarvan bewust zouden moeten worden. In die overtuiging werd ook een tijdschrift gesticht, *Science & Society*, waarin Struik publiceerde over de inbedding van wiskunde in de grote maatschappelijke ontwikkelingen; een onderwerp dat hij 'sociology of mathematics' noemde.

De Tweede Wereldoorlog legde op een veel abruptere manier verband tussen de natuurwetenschap en het maatschappelijk gebeuren dan de genoemde schrijvers op het oog hadden; het militair-industrieel complex kreeg vorm, het succes van de oorlogvoerende landen bleek essentieel van wetenschappelijke know-how afhankelijk te zijn, wetenschappers werden ingeschakeld via 'operations research'. En in de naoorlogse jaren werd wetenschap gezien als essentiële progressieve kracht voor wederopbouw en herstel.

Kort na de oorlog verscheen *A concise history of mathematics* [12]. Struik beschreef de wiskunde als gebonden aan de economie en de cultuur van de omringende maatschappij; een aanpak die zeker tot het succes van het boek bijdroeg omdat het beeld van een zuivere, 'maatschappelijk onbezoedelde' wiskunde toch ook een afstand schept die weinig uitnodigend is. Verder klonk overtuiging in het boek door, maar zonder dogmatisme, en ook zonder theoretische ballast; Struik schetste de maatschappelijke contexten in de verschillende periodes, maar presenteerde geen rechtlijnige analyse van het verband tussen die contexten en de ontwikkeling van de wiskunde. Ook schreef hij met levendige interesse voor de hoofdpersonen van zijn verhaal en met duidelijke liefde voor de wiskunde.

Toch riep de opvatting dat de maatschap-

pij van invloed is op de wiskunde en haar ontwikkeling nog lang argwaan op.² Daar zat een angst voor politiek-ideologische infiltratie van de wetenschap achter en ook, denk ik, een angst voor verlies van de exclusiviteit van wiskunde: waar liggen nog de grenzen van de wiskunde als we het vak zien als een met de maatschappij verweven verschijnsel? Dan horen de toepassingen erbij, het simpele rekenen evenzeer als de grootse abstracties, dan kon men niet meer, zoals Hardy in 1940, een 'mathematician's apology' [8] schrijven voor de 'echte' wiskunde, waar toegepaste wiskunde niet bijhoorde en die dus niet verantwoordelijk gesteld kon worden voor misbruik van kennis in oorlogen of economische rampen. Zulke angsten leidden tot een voorkeur voor een zeer strenge afgrenzing van wiskunde. Struik heeft die angsten nooit gehad, zijn opvatting van wiskunde was zeer breed, en daardoor ook in zekere zin bevrijdend. Geen wonder dat hij enthousiast was voor 'Ethnomathematics' [16], een beweging die vanaf omstreeks 1980 wetenschappelijke aandacht en waardering vroeg voor de wiskundige elementen in het denken van culturen die, geografisch of qua geschiedenis, buiten of op de rand van het Westerse cultuurgebied liggen.

Persoonlijk zie ik hier het duidelijkst een verband tussen Struiks politieke interesse en activiteiten en zijn denken over de geschiedenis van de wiskunde: dat verband ligt in zijn solidariteit met mensen aan wie door de bestaande machtsverhoudingen de toegang tot materiële en culturele rijkdom (zoals wiskunde) onterecht wordt.

Voor wiskundigen van nu

De relatie tussen Struiks politieke ideeën en zijn visie op de geschiedenis is denkkelijk de meest bekende karakteristiek van zijn historische studies over wiskunde. Bij het lezen van zijn werk in de afgelopen maanden troffen mij twee andere karakteristieken: zijn gebondenheid aan een publiek van wiskundigen en zijn fascinatie met de grote vragen van de menselijke geschiedenis.

Wat zijn publiek betreft: Ik denk dat hij wel degelijk serieus was toen hij schreef (zie [14], p. 24):

"Dit klinkt misschien te weinig serieus, maar een van de voordelen van de studie van de geschiedenis van de wiskunde is om collega's bijeen te brengen en de harmonie in de vakgroep te versterken."

Historici konden namelijk communicatie in stand houden tussen wiskundigen wiens spe-

cialismen zover uiteen lagen dat ze daarover niet konden praten. Achter deze opmerking zat een visie op de ontwikkeling van de wiskunde zelf. Struik was overtuigd dat wiskundige kennis in de loop der tijden via een selectieproces vergaard was waarbij veel wegviel, maar alleen datgene wat onbelangrijk was; het essentiële werd behouden en in die zin is volgens hem de wiskunde de *cumulatie* van alle wiskundig onderzoek in de loop der eeuwen. Hij schrijft (zie [14], p. 4):

"In tegenstelling tot kunst en literatuur, is wiskunde, evenals natuurkunde en andere natuurwetenschappen, cumulatief. (...) Resultaten van vroeger eeuwen zijn, voorzover belangrijk, deel geworden van onze wiskunde, zoals de stelling van Pythagoras, Cartesische coördinaten of de Riemann integraal, en gewoonlijk in eenvoudiger en eleganter vorm dan ten tijde van hun ontstaan."

Met die opvatting neemt hij een duidelijke positie in tegenover een der fundamentele dilemma's voor de historicus: gaat het om toen of gaat het om nu? Struik bespreekt dit thema naar aanleiding van een omschrijving ervan door Dijksterhuis, die hij citeert. Dijksterhuis onderscheidde een *evolutionistische* en een *fenomenologische* benadering van de wetenschapsgeschiedenis. In het eerste geval gaat het om het ontstaan van de *huidige* wetenschap (wiskunde); in het tweede om de wetenschap (wiskunde) zoals die vroeger was. Struik meent dat zijn publiek, de wiskundigen, het meest baat hebben bij de evolutionistische benadering (zie [14], p. 15):

"Naar mijn mening is de evolutionistische methode, zoals die in onze geschiedenisboeken wordt gevolgd, de beste voor die studenten die willen weten wat er vroeger met wiskunde gebeurde in verband met onze huidige dag. Maar soms is het van belang in te grijpen en essentieel onhistorische kritiek te corrigeren. We moeten ons realiseren, bijvoorbeeld, dat het begrip van strengheid historisch bepaald is. Euclides was streng in zijn dagen en bleef vele eeuwen lang het voorbeeld van wiskundige strengheid; maar zijn strengheid is nu niet langer voldoende."

Hij neemt dus onze wiskunde als oriëntatiepunt en waarschuwt alleen voor het gevaar van misplaatste waardeoordelen over de wiskunde van vroeger. Hij twijfelde er niet aan dat de historische weg naar 'onze wiskunde' een weg van vooruitgang was (zie [14], p. 12):

“In het geval van de algemene geschiedenis, zullen niet alle beoefenaren in termen van vooruitgang denken. Dat hebben ze overgelaten aan de Verlichting, of de marxisten, of sommige anderen die men beschouwt als utopisten of op z’n minst optimisten. Maar de historicus van de wiskunde ziet vooruitgang.”

Die opvatting van geschiedenis is tegenwoordig niet meer zo populair, er is meer aandacht voor het authentieke van de oude wiskunde (inclusief het ‘onbelangrijke’ dat later verloren ging), en voor de verschillen tussen wiskundig denken toen en nu. Ik vind dat zelf ook, ik kan daar zelfs erg enthousiast over worden. Maar als ik Struik dan weer lees realiseer ik me dat die positie wel een uitdaging inhoudt, namelijk om de aansluiting bij het moderne wiskundige publiek te behouden, want de authentieke wiskundigen van vroeger zijn niet meer beschikbaar als lezers van mijn studies.

Globale ontwikkelingen

Struik was niet bang voor wat hij noemde de ‘grote vragen’ in de geschiedenis van de wiskunde. Vragen zoals de verklaring van het ‘Griekse wonder’, de schijnbaar uit het niets in het Griekenland van Thales en Pythagoras verschijnende idee om wiskundige theorieën logisch deductief op te bouwen; of de reden waarom juist in West Europa en juist in de zeventiende eeuw een ‘wetenschappelijke revolutie’ plaatsvond die experiment en wiskunde als basis nam voor het begrijpen van natuurverschijnselen. Hij vond geen definitieve antwoorden en ik denk dat hij ook al vrij vroeg besloot dat zulke antwoorden niet te vinden waren; hij deed veel detailonderzoek en wist goed hoe vaak zulk onderzoek de simplistische antwoorden op de grote vragen tegen-

spreekt.

Maar hij hield wel van die vragen, en ook van speculatieve ideeën over de globale ontwikkelingen van de mensheid. Zo beschrijft hij zijn eigen reactie op een prikkelende analogie (zie [14], p. 22):

“Maar als Christopher Caudwell, in zijn Crisis in Physics (New York, 1932) een verband ziet tussen de burgerlijke wereld van afzonderlijke individuen samengehouden en bewogen door een mysterieuze kracht, de markt, en Newtons wereld van afzonderlijke deeltjes samengehouden en bewogen door een mysterieuze kracht, de zwaartekracht, dan ga ik recht op zitten en dan let ik op. Maar als ik verder studeer zal ik het waarschijnlijk alleen in een aangepaste vorm aanvaarden.”

Mij spreekt dat zeer aan; de charme van zo’n analogie, en tegelijk de onafwendbaarheid waarmee het idee je tenslotte door de vingers glipt. Eenzelfde verleidelijkheid van ideeën proef ik in de passage die ik als laatste voorbeeld van Struiks woorden geef. Hij stelt de vraag hoe de wiskunde zo mooi kan zijn als zij toch voortkomt uit de harde menselijke strijd om het bestaan. Hij stelt zich dan de voorhistorische tijden voor waarin de mens de eerste werktuigen maakte (zie [16], p. 43):

“Bijvoorbeeld, de bijl werd kleiner en eleganter, kreeg een regelmatige meetkundige vorm die niet gemaakt had kunnen worden als de mensen geen hoger intellectueel functioneren hadden ontwikkeld.

Omdat de meest rationele vorm van een artefact vaak zulke eigenschappen als symmetrie vertoonde, zullen deze objecten waarschijnlijk gezien zijn als mooi. Met andere woorden, het is mogelijk dat, tot zekere hoog-

te, wiskundige begrippen zowel als esthetische gevoelens hun oorsprong hebben gevonden in de ervaring van generaties van mensen die handwerk bedreven.”

Tot slot

Aan het eind van het stuk over getalnotatie dat ik ter inleiding citeerde schrijft Struik: “Op dit verhaal zou voortgeborduurd kunnen worden.” (Zie [14], p. 7.) Dat karakterizeert de verteller Struik, die de geschiedenis van de wiskunde met effectief geplaatste feiten, weetjes en anekdotes boeiend maakte, en tegelijk liet voelen dat wat hij vertelde deel uitmaakte van één groots en meeslepend verhaal, namelijk de geschiedenis van de mens en van het menselijk denken en werken. En hij wilde meer dan alleen het verhaal van de wiskunde vertellen; hij hoopte met dat verhaal de wiskunde uit haar ivoren toren te bevrijden, zodat het vak niet beperkt zou blijven tot het abstracte denken van Pythagoreïsche, maatschappelijke onbezoedelde, vrijgestelde geesten, maar een veel breder gebied mocht beslaan, waarin ook plaats is voor handelsrekenen en zelfs voor de traditionele technieken van mandenvlechters in Mozambique (om een boeiend onderwerp uit de ‘Ethnomathics’ te noemen waarover Paulus Gerdes heeft gepubliceerd – zie [7]).

Een verteller met een voorliefde voor grote vragen en verleidelijke, speculatieve ideeën, die maken dat hij, zoals bij het idee van Caudwell over de markt en de zwaartekracht, recht op gaat zitten en oplet. Ik zie het voor me hoe hij dat gebaar zou maken. Een man met een benijdenswaardig actieve geest, die van grote betekenis was, en is, voor de wiskunde en voor de geschiedsschrijving van dat vak. Ik ben blij dat ik hem gekend heb. 

Noten

- 1 Naar aanleiding van Struiks overlijden, en eerder naar aanleiding van zijn 100ste geboortedag, is een aantal zeer lezenswaardige artikelen over zijn persoon en werk verschenen, bijvoorbeeld [3], [4], [5], [9] en [10].
- 2 Om dit met een persoonlijke noot te illustreren: omstreeks 1975 legde ik aan de leiding van het Mathematisch Instituut van de Universiteit Utrecht het voorstel voor om een college over Wiskunde en Maatschappij te geven, onder de aan Bernal ontleende (vgl. [6]) titel *De Maatschappelijke Functie van de Wiskunde*. De voorgestelde inhoud ondervond geen tegenstand maar, zo werd gesteld, zou het niet beter zijn om het woord ‘maatschappelijk’ uit de titel te schrappen? Dat is niet gebeurd, het college is gegeven tot het omstreeks 1990 door de tijdgeest werd ingehaald.
- 3 Gerard Alberts, ‘On connecting socialism and mathematics: Dirk Struik, Jan Burgers, and Jan Tinbergen’. In: *Historia Mathematica*, 21:280–305, 1994.

- 4 Gerard Alberts, ‘In memoriam Dirk Struik (1894–2000)’. In: *Nieuw Archief voor Wiskunde*, (5) 1:354–355, 2000.
- 5 Gerard Alberts, ‘Dirk Struik 1894–2000: Waarom Struiks geschiedenis van de wiskunde in het Nederlands niet beknopt was’. In: *Euclides*, 76:218–222, 2001.
- 6 John Desmond Bernal, *The social function of science*. Sixth edition, 1946.
- 7 Paulus Gerdes, *Créativité géométrique, artistique et symbolique de vannières et vanniers d’Afrique, d’Amérique, d’Asie et d’Océanie*. L’Harmattan, 2000. Préface de Maurice Bazin.
- 8 G.H. Hardy, *A mathematician’s apology*, 1967. Foreword by C.P. Snow.
- 9 David E. Rowe, ‘Interview with Dirk Jan Struik’. In: *Mathematical Intelligencer*, 11:14–26, 1989.

- 10 David E. Rowe, ‘Dirk Jan Struik and his contributions to the history of mathematics’. In: *Historia mathematica*, 21:245–273, 1994.
- 11 Dirk J. Struik, ‘On the sociology of mathematics’. In: *Science and Society*, 6:58–70, 1942.
- 12 Dirk J. Struik, *A concise history of mathematics*. Dover, 1948.
- 13 Dirk J. Struik, *Geschiedenis van de Wiskunde*. SUA, 1980.
- 14 Dirk J. Struik, ‘Why study the history of mathematics?’. In: *Undergraduate Mathematics and Applications Journal*, 1:3–28, 1980.
- 15 Dirk J. Struik, ‘The sociology of mathematics revisited: a personal note’. In: *Science and Society*, 50:280–299, 1986.
- 16 Dirk J. Struik, ‘Everybody counts: Towards a broader history of mathematics’. In: *Technology Review*, pages 36–42, aug/sep 1995.

Gerard Alberts

Werkgroep Wetenschap en Samenleving, Katholieke Universiteit Nijmegen
Centrum voor Wiskunde en Informatica, Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam
g.alberts@cwi.nl

Afscheid van Dirk Struik

Historicus voor groot publiek en vakgenoten

In de vier voorafgaande artikelen worden verschillende aspecten van Struiks leven en werk besproken. Gerard Alberts besluit dit eerbetoon met een aanzet voor een onderzoek naar de betekenis van de historicus Struik.

Ten langen leste is Struik zelf geschiedenis geworden. Hij laat ons achter met de opgave zijn plaats in de geschiedschrijving van de wiskunde te bepalen. Het is immers in de geschiedenis van de wiskunde dat hij tot de heel groten is gaan behoren. Dirk Struik wilde nog lang geen geschiedenis worden. Niet alleen dacht hij er — tongue in cheek — over op zijn 110-de weer naar Nederland te komen, hij onderhield ook nog zijn correspondentie tot een jaar voor zijn overlijden. Het meest tekenend was wel dat hij nog geen afstand van zijn memoires kon nemen. Die zijn dan ook ongeredigeerd blijven liggen in afwachting van een liefdevolle bewerker. Enkele gedeeltes zijn gepubliceerd (zie [13], [14]). Nog in 1994 verraste hij met een buitengewoon innemend optreden tijdens het Symposium *Dirk Struik 100*. Hij verhief zich en sprak; de zaal hing een uur lang aan zijn lippen. De in dit nummer gepubliceerde tekst is een licht geredigeerde transcriptie van zijn honderdjaarslezing, bezorgd door Teun Koetsier en Gerard Alberts.

Afscheid van Struik

Dirk Struik was een veelzijdig figuur. Hij was een zeer goed wiskundige, leerling van Kluyver, Ehrenfest en Schouten, vooraanstaand marxist en groot historicus van de wiskunde. Al die facetten van zijn leven kwamen aan de orde op het symposium op 14 oktober 1994 in het CWI. De voorgaande bijdragen mogen ge-

zien worden als verlate proceedings van dat symposium. Ger Harmsen schetste de politicus en Simon Rozendaal gaf een impressie van de publieke figuur Dirk Struik. Henry Singh Varma besprak de betekenis van Struik als wiskundige (ongepubliceerd). In zijn eigen honderdjaarslezing blikte Struik terug op zijn eeuw. David Rowe gaf in 1994 een overzicht van Struiks werk. Dat werd reeds gepubliceerd in *Historia Mathematica* [7] van dat jaar en is hier niet opnieuw opgenomen. Toegevoegd is Henk Bos' beschouwing van het afgelopen Nederlands Mathematisch Congres. Hij legt uit hoezeer voor Struik de geschiedenis en de studie van de maatschappelijke functie van de wiskunde met elkaar verbonden waren.

Na Struiks overlijden op 21 oktober 2000 belegde het landelijk werkcontact Geschiedenis en Maatschappelijke Functie van de Wiskunde (GMFW) in samenwerking met het CWI een herdenkingsbijeenkomst op 27 oktober 2000. Hier spraken Marjolein Kool [4] en Gerard Alberts [2]. In het 36e Nederlands Mathematisch Congres wijdde het landelijk werkcontact GMFW op 20 april 2001 een symposium aan Struik. Marjolein Kool behandelde een van Struiks favoriete onderwerpen, oude rekenboekjes. Peter Stevenhagen plaatste het stukje getaltheorie waarover Struik in 1925 bij Hilbert college volgde en aantekeningen maakte in het perspectief van de ontwikkeling van dat vak. Henk Bos typeerde Struik als geëngageerd historicus van de wiskunde.

Struik als historicus

Hoe verdienstelijk Dirk Struik geweest mag zijn als wiskundige, hoe gedreven in zijn politieke activiteiten, zijn wereldfaam behaalde

hij als historicus van de wiskunde. In dit deel-terrein van de wetenschapsgeschiedenis was hij een van degenen die de ivoren toren openbrak. Hij plaatste de ideeëngeschiedenis van het wiskundig denken in een ruimere culturele context. Zijn grote roem dankt Dirk Struik aan *A Concise History of Mathematics* [10] uit 1948. Dit handzame en leesbare leerboek verschaftte generaties wiskundigen toegang tot de geschiedenis.

Vele malen groter dan zijn betekenis voor collega-historici van de wiskunde is zijn belang voor het publiek van wiskundigen. Wie slechts enigermate kennis maakte met de geschiedenis van het vak, deed dat meestal aan de hand van Struiks *Concise History*. Indrukwekkend is de verbreiding. In Oost en West en in Noord en Zuid vervulde het boek enige decennia lang de functie van eerste en vaak enige kennismaking met de geschiedenis. Het is een onderzoek waard te weten te komen hoe groot de verspreiding was in vergelijking met andere boeken over dit onderwerp. Gemakkelijk zal dat niet eens zijn; Struik had zelf geen volledig overzicht van alle vertalingen en edities.

Als men al niet zou kunnen beweren dat de geschiedschrijving van de wiskunde er anders zou hebben uitgezien zonder de bijdrage van Struik, dan zou toch zeker het beeld van dit werkterrein bepaald anders zijn geweest. Proberen we de plaats van Dirk Struik in de geschiedschrijving van de wiskunde te bepalen, dan moeten we zowel vragen naar zijn betekenis voor vakgenoten als naar zijn betekenis voor het grotere publiek. De tweede vraag staat niet los van de eerste, maar in Struiks geval is hij zo belangrijk dat het een zelfstandige vraag is geworden. De betekenis

voor het vak, voor collega historici, laat zich aflezen aan bijdragen in visie en aanpak, stijl en geschiedopvatting, in het bewerken van bijzondere thema's, in veelheid en originaliteit van werk en in het scheppen van grote werken.

Struik en het grote publiek

Wanneer een van die grote werken een eigen rol gaat spelen ook buiten het vak en een publieke betekenis krijgt, dan slaat dat terug op het vak en op de persoon van de auteur. Een zo populair boek als *Concise History* doet de geschiedschrijving van de wiskunde natuurlijk veel goed. Bij alle nadere kwalificaties — of men het boek wil prijzen of erop af zou willen dingen — staat voorop dat het een onvergelijkelijke bijdrage heeft geleverd aan het historisch besef onder wiskundigen. Daar komt dan bij dat het inspireert en extra ruimte schept voor de geschiedbeoefening. Door het succes bij het grotere publiek heeft het boek nog eens extra een voorbeeldwerking binnen het werkterrein van geschiedenis van de wiskunde.

Wil men dit onderzoeken als onderdeel van een poging de plaats van Dirk Struik als historicus te bepalen, dan moet men niet alleen vragen naar de invloed van het boek op de beeldvorming van de geschiedenis van de wiskunde, maar ook naar de voorbeeldwerking die van deze beeldvorming uitgaat. Struik zelf is door de populariteit van zijn boek, waarvan het hoogtepunt waarschijnlijk in de jaren 1970 heeft gelegen — we zouden er opnieuw de verkoopcijfers en collegeroosters op willen naslaan — een bekend figuur geworden. Simon Rozendaal getuigt daarvan. Een televisieoptreden bij de VPRO heeft hem de afgelopen tien jaar in Nederland zelfs een zekere cultstatus bezorgd. Gevraagd hoe men zo oud wordt, placht hij zich overigens niet als historicus, maar in zijn hoedanigheid van wiskundige aangesproken te voelen.

Struik en de vakgenoten

Henk Bos was op weg naar een typering van Struik als historicus, gezien binnen dit vak, toen hij impliciet een stukje van het antwoord op die laatste vraag gaf. Een van de kwaliteiten van de *Concise History* is namelijk dat het zo meeslepend geschreven is. Achter deze kwaliteit treft Bos niet zomaar een levendige stijl aan, maar een bijzondere bedoeling (herkenning, bemiddeling) en een specifieke geschiedopvatting (hedendaags perspectief). Dat zijn wonderlijke kenmerken voor het werk van iemand die we als een groot historicus willen gedenken. Hodiecentrisme is



Dirk Struik als assistent in Delft voor de deur van Jaffa, het wiskundegebouw, 1920.

foto: familiearchief Struik

een scheldwoord onder historici ('hodiecentrisme' is het heden centraal stellen en als maatstaf nemen bij de beschouwing van het verleden, red.). We kennen Struik juist als een vernieuwer binnen de geschiedschrijving van de wiskunde. Het kan samengaan, maar er ligt een spanningsveld.

Sociologie van de wiskunde

David Rowe hield in het genoemde overzicht van Struiks werk in 1994 de waardering van de historicus uiterst neutraal. Struik zelf geeft bij terugblik aan dat hij de geschiedenis van de wiskunde in een culturele context heeft willen plaatsen. Het is niet moeilijk hem daar in bij te vallen. Hij heeft het zich indertijd in een programmatisch artikel in 1942, 'On the

sociology of mathematics', ook uitdrukkelijker ten doel gesteld; hij heeft dus recht van spreken. Wat toen, in de jaren 1940, bedoeld werd en misschien opgevat werd als een radicale breuk met de traditie, lijkt achteraf slechts een bescheiden begin van het verruimen van het blikveld. De geschiedenis van de wiskunde werd traditioneel voorgesteld als opeenvolging van intern-wiskundige denkbeelden. Struiks *Yankee Science in the Making* [9], verschillende artikelen en later *Het land van Stevin en Huygens* [11] plaatsen de wiskunde inderdaad in culturele context. Deze werken hanteren bovendien, en daar maakt Struik juist geen groot punt van, een ruim begrip van het wiskundig denken, ruimer dan de tegenwoordige notie van zuivere wiskunde. In

Yankee Science ontsloot hij werkelijk nieuwe bronnen en sneed hij een nieuw thema aan. Met dit ruimere begrip en de culturele context bracht hij een nieuwe visie in in de geschiedschrijving van de wiskunde. Opvallend is dat deze beide kenmerken veel mindere mate aanwezig zijn in Struiks grote werk *Concise History* uit diezelfde tijd. Het kwam net als *Yankee Science* gereed in 1946 en werd gepubliceerd in 1948. De nieuwe visie, die voor vakgenoten zo interessant was, speelde dus in het werk waarmee hij een groter publiek bereikte een veel minder grote rol. Misschien heeft het te maken met het verschil in ontstaangeschiedenis van beide boeken. *Yankee Science* was het resultaat van een kleine tien jaar weloverwogen programmatisch speurwerk, terwijl de *Concise History* binnen een jaar op papier stond. De historische kennis die hij in de omgeving van zijn wiskundebeoefening had opgedaan en die door die herkomst veel traditioneler van toonetting was, zette hij in één ruk op papier. Het ene was zijn meest persoonlijke werk, het andere was waar het publiek mee aan de haal ging. Dat hij tegelijkertijd werken van zo uiteenlopende visie kon scheppen, roept de vraag op naar Struiks vorming tot historicus en naar de ontwikkeling in zijn geschiedopvatting. Deze vraag voert ons langs de Nederlandse achtergrond, de vriendschap met Jan en Annie Romein en het internationale debat over wetenschapsgeschiedenis in de jaren 1930.

Het land van Rembrand en Struik

Conrad Busken Huet, de dwarse negentiende-eeuwse intellectueel, schreef buiten de verwetenschappelijkende hoofdstroom van de geschiedbeoefening de veelgelezen klassieker *Het land van Rembrand* [3]. In navolging van de Franse literator Taine karakteriseerde Busken Huet episoden in de cultuurgeschie-

denis door één of enkele personen. Het was een stijl met dialectische trekken, niet afkerig van tegenstellingen, die de pretentie heeft een tijdperk te kunnen doorgronden, er het karakter van te kunnen bepalen. Struik heeft ongetwijfeld op jonge leeftijd kennis gemaakt met *Het land van Rembrand* en plaatste zich later met *Het land van Stevin en Huygens* in deze traditie. Een verdere analyse van deze stijl van geschiedschrijving bij Struik en vergelijking met de wetenschapssocioloog Durkheim, bekend om diezelfde stijl, is zeker op zijn plaats.

Romein

Jan en Annie Romein en Dirk Struik waren bevriend sinds hun studententijd in Leiden. Zij waren marxistisch in hun politieke opvatting. Struik die in 1935 nog leerboekjes over communisme en historisch materialisme schreef, was ongetwijfeld het vurigst. In hun geschiedopvatting waren zij echter niet historisch materialistisch. Jan Romein ontwikkelde zijn concept van theoretische geschiedenis. Dirk Struik koos voor een cultuurgeschiedenis van de wiskunde die hij aanvankelijk sociologie van de wiskunde noemde (vergelijk [1]). In de jaren 1960 verzorgde Struik een hoofdstuk over natuurwetenschap in *Op het breukvlak van twee eeuwen* [6]. Hun contacten, hun verstandhouding en correspondentie — voorzover bewaard — moeten prachtig historisch materiaal opleveren.

Historisch materialisme

In 1931 trad een groep Russische wetenschapshistorici naar voren met een begin van historisch-materialistische geschiedenis van de wetenschappen. Boris Hessen verklaarde Newton tegen de achtergrond van de ontwikkeling van de productiefactoren van Engeland in de zeventiende eeuw. Binnen de

wetenschapsgeschiedenis, die nog sterk gedomineerd werd door de tendens legitimatie voor de zuivere wetenschapsbeoefening te bieden, sloeg deze verklaringswijze in als een bom. Hoe sympathiek Struik ook stond tegenover het historisch materialisme, in de geschiedenis wees hij het af als verklaringsmodel. Dialektiek prees hij wel als heuristisch hulpmiddel. Zijn grote voorbeeld voor een sociologie of cultuurgeschiedenis van de wiskunde was Robert Mertons *Science, Technology and Society in Seventeenth Century England* [5] uit 1938. Hierop waren zijn programmatische artikel 'On the Sociology of Mathematics' en *Yankee Science* medegeïnspireerd. Aan zijn verhouding tot dit voorbeeld besteedde hij een halve eeuw later nog nadere gedachten [12].

Hegel

Er ging veel dialektiek in Struiks geschiedschrijving, maar niet zoveel materialisme en al helemaal geen determinisme. Ik houd het erop dat hij als historicus veeleer Hegeliaan was dan Marxist. Er zit meer zich ontvouwen-de Weltgeist in zijn geschiedschrijving, dan productiekrachten. Dit verklaart ook eenvoudig dat episodes in één greep te karakteriseren zouden zijn en het gemak waarmee Struik de hedendaagse wiskunde als referentiepunt neemt. Wat er teleologisch of hodiecentrisch uitziet, is voor een Hegeliaan de weergave van een logische ontwikkelingsgang. Het is een grove hypothese, maar wel een die de losse uiteinden van de bovenstaande commentaren op Struik met elkaar verbindt. Of ze houdbaar is? Verkoopcijfers, achtergronden, theorie van de geschiedenis, correspondentie en archieven, hernieuwde interpretatie van het werk en de stijl, alles zullen we nodig hebben om Dirk Struiks plaats in de geschiedschrijving van de wiskunde te peilen.

Noten

- Gerard Alberts, 'On connecting Socialism and Mathematics, Dirk Struik, Jan Burgers and Jan Tinbergen' in: *Historia Mathematica*, **21** (1994), 280–305.
- Gerard Alberts, 'Waarom Struiks geschiedenis van de wiskunde in het Nederlands niet beknoot was' in: *Euclides* **76-6** (2001), 218–222.
- Conrad Busken Huet, *Het land van Rembrand*, Zwolle: Tjeenk Willink, 1882.
- Marjolein Kool, 'Een leven van werken en plezierige gedachten. In memoriam Dirk Struik, 106' in: *Nieuwe Wiskrant* **20-2** (dec 2000), 13–15.
- Robert K. Merton, *Science, Technology and Society in Seventeenth Century England*, Osiris: Studies etc. **IV-2** (1938); reprint ed., New York: Harper and Row, 1970.
- Jan Romein, *Op het breukvlak van twee eeuwen*, Amsterdam: Querido, 1967.
- David E. Rowe, 'Dirk Jan Struik and His Contributions to the History of Mathematics' in: *Historia Mathematica* **21** (1994), 245–273.
- Dirk Struik, 'On the Sociology of Mathematics' in: *Science and Society* **6** (1942), 58–70.
- Dirk Struik, *Yankee Science in the Making*, Boston: Little, Brown & Co., 1948.
- Dirk Struik, *A Concise History of Mathematics*, New York: Dover, 1948.
- Dirk Struik, *Het land van Stevin en Huygens*, Amsterdam: Pegasus, 1958.
- Dirk Struik, 'Further Thoughts on Merton in context' in: *Science in Context*, **8-1** (1989), 227–238.
- Dirk Struik 'De zaak Struik' in: *Politiek en Cultuur* **52** (1992), 31–41.
- Dirk Struik, 'Mijn socialistiese jaren in Nederland. Herinneringen uit 1914–1924' in: *Jaarboek voor de geschiedenis van socialisme en arbeidersbeweging in Nederland* (1977).

Krzysztof Apt

Centrum voor Wiskunde en Informatica

Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam

K.R.Apt@cwi.nl

Opinion Serials crisis

Towards free access to scientific literature

Internet has profoundly changed the way scientific research is carried out. This in turn has altered our attitudes concerning access to scientific information. In this article we review a number of recent initiatives in various fields of science. We argue that the scientists in general, and mathematicians in particular, should actively support a transition towards free access to scientific literature.

In the software world a bizarre dichotomy established itself. On the one hand we have the Microsoft products, such as Windows, Word, and Excel that are not free and the source code of which is not available. On the other hand we also have the Linux operating system and other so-called GNU software that is free and the source code of which is open.

In the world of scientific publishing a similar dichotomy starts to arise with much more ominous side effects. On the one side commercial publishers, whose scientific journals are by no means free and to which the electronic access is beyond the pocket of many libraries even in the most prosperous countries of the world, consolidate their gains. On the other side learned societies and various groups of scientists launch an increasing number of initiatives that provide free electronic access to scientific knowledge.

This increasing discrepancy and the looming changes on the horizon start to attract a growing attention of the public opinion. On April 5, 2001 the Nature magazine started a debate on the impact of the electronic access on the dissemination of scientific literature (see [19]) inviting all parties involved in these matters to express their views in 1,000 word long articles.

There is a lot at stake, both from the economic and from the scientific point of view. The scientists in general, and mathematicians in particular, should realize the enormous advantages the free electronic access to scientific literature brings with itself. Not only will it make our research more efficient and of better quality, but it will also help scientists from less prosperous countries *and* from less affluent universities in prosperous countries to access the very same knowledge we use in our research. By passively cooperating with the current publishing system we delay the impending changes, burden the society that funds our research with excessive costs of library subscriptions to expensive journals, and deny equal opportunity in access to scientific research.

We argue here that in reality, in contrast to what the commercial publishers tell us, volunteer work and public funds suffice to properly organize scientific knowledge on the internet, that free scientific publishing (FSP) is increasingly taking place across several scientific disciplines, and that the resistance to the way the commercial publishers provide access to the scientific information on the web is growing. In what follows we review some of these developments. Because of the scope we shall focus on the subject of mathematics, only occasionally venturing into other domains of science.

Internet conquers scientific world

Already in 1998 a Yale University librarian estimated that there were between 5,000 and 10,000 electronic journals as opposed to 325 in 1995 (see [26]). Three years later practically all scientific journals of importance are also available electronically. However, the internet access to the overwhelming majority of these journals is by no means

free. If the costs of this access were negligible, the bill could be easily picked up by any university or research institute library and the problem would be solved. Small, interested companies could share the costs if necessary. Unfortunately, the reality is somewhat different: it is often the conglomerates of large and rich university libraries that have to share the costs to afford an access to the portals built over the journal web sites.

An important role is played here by Reed Elsevier. After its recent acquisition of Harcourt it will control about 20% of the market in scientific journals by owning a staggering total of 1700 titles, as opposed to all university presses that own about 700. Now, Elsevier journals are among the most expensive ones. According to the information available on [1], in 2000, twenty out of the 25 most expensive journals were owned by Elsevier. In contrast, the journals owned by the university presses and learned societies are usually the least expensive.

In Mathematics, according to detailed studies carried out in 1997 (and updated in 2000) by Rob Kirby from the Mathematics Department of the University of Berkeley (see [22]) the price ratio between comparable quality journals can be 10:1, with the most expensive journals owned by Springer.¹ It should be added here that Springer books, in contrast to those of Elsevier (and of Kluwer), are usually very reasonably priced, though in Mathematics mostly when on sale.

The entry "most expensive" Elsevier² yields in Google ([2]) about 900 revealing web pages about journal costs, crisis in scholarly publishing, journal cancellations etcetera. In response to this storm of critique about the pricing, Elsevier started to offer subscription contracts directly to whole universities trying to circumvent the grumbling librarians. These packaged deals lower the prices of individual journals, though it's not clear by how much because of their usual non-disclosure proviso's. On the other hand, these deals oblige the libraries to maintain their collection for a couple of years and a fixed annual increase of prices is built into them. Various deals offered by learned societies don't have such offensive clauses.

At the same time a growing number of recent initiatives aim at making the internet access to scientific literature free.

Los Alamos National Laboratory e-Print archives (LANL)

One of the first initiatives towards free scientific publishing on the internet came from the physicist Paul Ginsparg. In 1991 he founded the Los Alamos National Laboratory e-Print archive, [3] (LANL). It is a fully automated electronic archive and distribution server for research papers. Ten years later it includes sections on physics, mathematics, nonlinear sciences, and computer science (into which an earlier Computation and Language E-Print Archive was absorbed). In these archives one can freely search, browse, and post articles, or even electronic proceedings of a conference. Since LANL is freely accessible to everyone, it is a modern age global home page with a simple alert system thanks to which one can monitor postings in any of its areas. The archives contain about 150,000 articles in physics and 15,000 in mathematics with some two million visits per week. The impact of the LANL archives becomes apparent once one reviews the initiatives of the mathematicians in electronic publishing.

Mathematics journals, new style

In the past few years mathematicians came up with a number of important FSP journals. In all of them, papers appear a few days after

acceptance.

The earliest electronic mathematics journals (EMJ) started in 1994 through the initiatives reported on the EMJ mailing list (see [4]). Eventually these journals entered The Electronic Library of Mathematics (ELibM) of the European Mathematical Society.

ELibM contains online journals, conference proceedings, and monographs in the field of mathematics and also collections of papers of William Rowan Hamilton and of Georg Friedrich Bernhard Riemann. All material is in electronic form and access is free. The website of ELibM, [5], provides an entry point to 47 journals (with 8 more entering currently) freely available electronically. About half of them also have a print edition. These electronic services are available worldwide from more than 40 mirror sites of ELibM that replicate the whole server contents.

In what follows, we discuss some of the FSP journals, focusing on their economic underpinnings and on the way they are organized.

In 1996 Ulf Rehmann from the University of Bielefeld established a high quality FSP mathematical journal *Documenta Mathematica*, [6]. In [25] Louis, Schneider and Rehmann provide an account of the costs of running the *Documenta Mathematica* based on their four years of experience with the journal. In their detailed analysis they consider

- the depreciation and maintenance costs for a PC,
- network costs for running the server,
- technical maintenance costs,

and conclude 'including hidden costs' with the revealing amount of 200 Euro per year. The refereeing and editing is done, as for other scientific journals, for free, and the production work like manuscript adaption etc. is mostly automated.

The creation of the LANL archives eventually inspired some mathematicians to create so-called overlay (and thus FSP) journals. The articles in such journals consist just of pointers to the LANL archives. In all three examples that we will mention the journals also exist in a printed form, in one bound volume per year available at a nominal price. The first overlay journal is the *Advances in Theoretical and Mathematical Physics*, [7]. It was founded in 1997 by the 1982 Fields medal winner S.-T. Yau.

Then in 1997 a group of prominent topologists founded another overlay journal *Geometry and Topology*, (*G&T*) [8]. One of the founders, Colin Rourke, offered this account of his experience of running the journal (see Birman [17]): "There were no secretarial or setting up costs. Computer costs for running a journal the size of *G&T* are negligible, given the fact that universities are already networked and provide good computing facilities for their staff. I estimate that the size of the Warwick Maths computing system is about four orders of magnitude greater than that needed to run *G&T*."

Encouraged by the success of *G&T* Joan Birman and her colleagues founded last year another overlay journal, *Algebraic & Geometric Topology* (see [9]) that is expected to compete for strong papers with expensive, commercial journals in the same area. As of May 8, 2001 also *Annals of Mathematics* became an overlay journal.

Just in case somebody might wonder whether the production of an FSP journal scales up. Rehmann also describes in [27] how he produced within a couple of months as an Extra Volume of *Documenta Mathematica* the 2400 pages (3 hardcover volumes) of the Proceedings of the 1998 International Mathematical Congress in Berlin (attended by some 3000 participants). He wrote to me: "I was offered 50.000 DM

¹ In 1999 the price of *Annals of Mathematics* was about \$.10 per page while that of *Inventiones Mathematicae* just under under \$.100 per page. In the meantime *Annals* became freely available electronically, see below.

for the production by the congress organizers — it turned out that I just needed 600 DM — just to go and visit the printer's facilities in Bavaria to make sure that he can do the job. Everything else was done by T_EX, Unix, Perl and their friends."

The winds of change

No matter how many free or almost free scientific journals will be created in the near future, the current situation in scientific publishing will not drastically change as long as scientific journals with exorbitant subscription prices continue to exist. A number of initiatives aim at changing this situation.

Editorial boards

To start with some editorial boards decided to move from a commercial to a non-commercial publisher. Let us quote here two examples, both involving Dutch publishers.

Michael Rosenzweig of the University of Arizona started in 1986 a journal in the field of evolutionary ecology. The initial subscription price was \$100 for the libraries. Twelve years later, during which the journals changed the hands twice and became a property of Kluwer, the subscription price for libraries became \$800. After failed negotiations, the whole editorial board of the journal left Kluwer and started a new journal *Evolutionary Ecology Research* published privately with the accepted papers freely available on the web. The matter was widely reported in the press, including The New York Times (see [29]). The current subscription price for the libraries? Back to the past: \$125.

Another example concerns the Journal of Logic Programming (JLP) of

Elsevier. In the period from 1992 till 1998 its price per page increased by 102% and its subscription price for the libraries reached \$936. This led the editors to negotiate a price decrease with the publisher. No compromise solution was found and 16 months later, in November 1999, the entire Editorial Board of 50 computer scientists left Elsevier. They founded a new journal, Theory and Practice of Logic Programming (TPLP), published by the Cambridge University Press as of January 2001 at the 60% lower price per page. An account of how this happened can be found in Birman [17].

This decision was awarded during the 91st annual conference of the Special Libraries Association held in June 2000 in Philadelphia. Maurice Bruynooghe, the past Editor-in-Chief of the JLP was invited to attend the conference and to receive the most prestigious award of the Physics-Astronomy-Mathematics Division for his (and in extension the whole Editorial Board of the JLP and the Association for Logic Programming, [10]) efforts to bring the price of the JLP down and to move to another publisher when the negotiations, failed (see [28]). This action of the editors was cited in New York Times (see [23]). TPLP is not an FSP journal but the Cambridge University Press allows the authors to post the accepted versions of their papers in Computing Research Repository (CoRR) that forms a part of the LANL archives.

Libraries

Then libraries, alarmed by the dramatic increase of the subscription prices to the scientific journals, founded in 1998 the Scholarly Publishing and Academic Resources Coalition, SPARC, [11]. SPARC encourages competition in the scholarly communications market by supporting



creation of new, inexpensive scientific journals. By now more than 200 libraries joined SPARC. Recently SPARC produced a most informative Declaring Independence Handbook [18]. One can read in it that in mathematics and computer science the prices of scientific journals went up by 35% in the period 1996–2000. The Handbook is a step-by-step guide for editors of scientific journals that explains what options they have if they find their journal is too expensive. It also reports several new initiatives and cost-effective projects in scientific publishing that for the lack of space have to be omitted here.

Grassroot movements

Further, whole grassroot movements started that aim at radically different ways of sharing scientific information. One of them, the Electronic Society for Social Scientists, [12], originated by the economists, aims at:

“the provision of electronic publications of high quality, wide diffusion and low cost for the direct benefit of the academic community.”

This recent initiative is supported among others by the Scottish Confederation of University and Research Libraries, the Conference of Heads of University Departments of Economics which includes all economics departments in the United Kingdom and more than ninety scientists from USA, Canada, Germany, Belgium, Israel, United Kingdom and Switzerland. The organizers report over 1000 positive responses to this initiative.

Perhaps the most spectacular action was launched by the scientists in medicine and life sciences. The U.S. National Institutes of Health launched in 1999 a central repository, PubMed Central, whose mission is to provide a comprehensive electronic archive of the peer-reviewed literature in the biological sciences. Once it takes shape it will have a dramatic effect on the way research is done in these sciences, since it will make possible to search all papers present in the archives for relevant contents. The initiative has been massively endorsed by the scientists through the Public Library of Science project, [13]. We can read there:

“We support the establishment of an online public library that would provide the full contents of the published record of research and scholarly discourse in medicine and the life sciences research in a freely accessible, fully searchable, interlinked form.”

In the open letter, signed by September 5th this year by 27,077 scientists from 170 countries (with 419 signatures by the Dutch scientists) the signatories from medicine and the life sciences pledge that “beginning in September, 2001, we will publish in, edit or review for, and personally subscribe to, only those scholarly and scientific journals that have agreed to grant unrestricted free distribution rights to any and all original research reports that they have published.” This initiative was mentioned in numerous newspapers, including The Economist, The Guardian, Le Monde, de Volkskrant and NRC Handelsblad, and will likely have a dramatic impact on publishing in all fields of science.

Scientific progress through FSP

It is time that more scientists start appreciating what is at stake. The issue is who is to govern the access to the scientific literature: the scientists and public organizations or the commercial companies that treat our work as just any other commercial product. Scientific publishing can be a hugely lucrative business. In fact, the profit margin of Elsevier-Reed in the scientific sector is around 35% as opposed to an overage of 20% in all of its publishing interests (see [21]).

By submitting scientific papers to expensive journals we contribute to a system of knowledge distribution in which the universities and research laboratories are forced to buy back at a high cost products of their own creation and in which researchers from less prosperous universities are penalized.

In contrast, if we achieve free access to all scientific knowledge we shall serve the society that funds our research in the optimal way, minimizing administration and dependence on third parties, while maximizing access, search possibilities, availability, and knowledge dissemination, and promoting in this way scientific cooperation and equal opportunity. Any computer scientist can testify what a difference to research Citeseer ([14]) makes. It allows one to search for free through the computer science articles freely available on the web (over 5 million citations are compiled) for all those that refer *somewhere in their text* (and not only in title or abstract) for some keywords of importance. The costly ScienceDirect digital library of Elsevier offers far fewer search possibilities, with downloading limited to the articles published in the Elsevier journals to which one's library could afford to buy an access.

Free access to scientific knowledge is entirely in the spirit of the long standing tradition of the universities and research laboratories (with some exceptions within industry) to provide open access to the research results. Research in science has always involved a great deal of volunteer work. There is no reason to provide this voluntary work in the form of refereeing and editing scientific articles to commercial companies that aim at the maximization of their profits and the satisfaction of their shareholders instead of at the advancement of knowledge and a realization of a free access to it.

As a scientist who comes from Poland and who got his background in logic in sixties at the University of Wrocław in Poland by studying an illegal photocopy of J.R. Shoenfield's book 'Mathematical Logic', I can testify that access to scientific knowledge is one of the many dramatic divides between poor and rich countries. Internet has created unprecedented opportunities to break some of these barriers. The less prosperous countries have increasing problems in funding their research, and that leads to their further isolation. Why should the mathematicians and physicists in the Czech Republic, Iran, Bulgaria, Cuba, Colombia, India, Russia, and Zambia have a more restrictive Internet access to mathematical papers than the Dutch ones? Now, from a recent article [20] in New York Times we can learn how the free access to the LANL archives has dramatically influenced the way research is conducted in scientific institutions in exactly these countries.

The economic analyses quoted here show that the financial aspects of creating high quality FSP journals are by now negligible and within the reach of any well-organized group of scientists. Subsidies and continuous funding will be needed to guarantee further progress through creation of better solutions for storing, filtering, using and distributing scientific knowledge. Nothing seems to suggest that public funds for these purposes will be inadequate.

Conclusions

The fact that nowadays most articles in computer science can and are fetched directly from the authors' personal pages using Google and Citeseer shows that the computer scientists have organized themselves outside of the electronic walls erected by the commercial publishers. In turn, the physicists embraced the LANL archives, the researchers in medicine and the life sciences expressed their support for the PubMed Central by endorsing in huge numbers the goals of the Public Library of Science project, and the economists launched the

Electronic Society for Social Scientists. The trend is clear.

I argued in [16] that free scientific publishing can be achieved only if we change our attitudes towards scientific publishing. If we stop submitting papers to expensive journals, decline to be their editors and refuse to referee papers submitted to these journals, we plant the seeds of change. And if such 'extreme' measures seem to be radical, just demand to be paid adequately for all your refereeing work and use it to sponsor your students. And do voluntary work as of now for non-profit organizations only.

If no inexpensive, or preferably FSP, journal exists to which our paper could be submitted, perhaps a time has come to consult the Declaring Independence Handbook [18] and to ponder starting a new FSP journal. The Handbook mentions among other the project Euclid, [15], a joint initiative of the Cornell University Library and Duke University Press that focuses on non-profit journals in mathematics and statistic. Of course, not everybody would like to get involved in time consuming editorial work for a new journal. But ELibM could help here by posting information about the areas in which authors found that new FSP journals should be created. This might attract potential founding editors.

We all recognize the obvious advantages with which the Internet provided us but are reluctant to realize that we ourselves are still picking up the bill for our shortsighted actions. In Lawrence [24], by analyzing no less than 119,924 conference articles in computer science and related disciplines, the author found a clear correlation between the number of times an article is cited, and the probability that the article is freely available online. He concludes: "To maximize impact, minimize redundancy, and speed scientific progress, authors and publishers should aim to make research easy to access."

Here are, in contrast, the benefits offered by Elsevier to the authors publishing in their journals: 50 offprints per contribution free of charge, and 30% discount on all Elsevier Science books (that are typically three to five times more expensive than those published by the University Presses).

Acknowledgements

Information and insights provided by Ay Ong, Joan Birman, Maurice Bruynooghe, Ulf Rehmann and Laurent Siebenmann turned out to be most useful. Mark Peletier's helpful comments are appreciated.

References

- 1 <http://db.arl.org/journals/FMPro>
- 2 <http://www.google.com>
- 3 <http://arXiv.org/>
- 4 <http://math.albany.edu:8800/hm/emj/>
- 5 <http://www-emis.cwi.nl/ELibM.html>
- 6 <http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/documenta/>
- 7 <http://pascal.intlpress.com/journals/ATMP/>
- 8 <http://www.maths.warwick.ac.uk/gt/>
- 9 <http://www.maths.warwick.ac.uk/agt/>
- 10 <http://www.cwi.nl/projects/alp>
- 11 <http://www.arl.org/sparc>
- 12 <http://www.elss.org.uk/>
- 13 <http://www.publiclibraryofscience.org>
- 14 <http://citeseer.nj.nec.com/cs>
- 15 <http://projecteuclid.org/>
- 16 K.R. Apt, One More Revolution to Make: Free Scientific Publishing, *Communications of ACM*, Volume 44, Number 5, pages 25–28, 2001.
<http://www.acm.org/pubs/citations/journals/cacm/2001-44-5/>
<http://xxx.lanl.gov/abs/cs.GL/0106022/>
- 17 J. Birman, Scientific Publishing: A Mathematician's Viewpoint, *Notices of AMS*, Volume 47, Number 7, pages 770–774, August 2000.
<http://www.ams.org/notices/200007/forum-birman.ps>
- 18 Declaring Independence, A Guide To Creating Community-Controlled Science Journals, SPARC, January 2001. <http://www.arl.org/sparc/DI/>
- 19 'Future e-access to the primary literature', *Nature*, April 5, 2001.
<http://www.nature.com/nature/debates/e-access/index.html>
- 20 J. Glanz, 'Web Archive Opens a New Realm of Research', *The New York Times*, Science Section, May 1, 2001.
<http://www.nytimes.com/2001/05/01/science/01ARCH.html>
- 21 'Journal Wars', *The Economist*, May 10, 2001.
- 22 R. Kirby, <http://www.math.berkeley.edu/~kirby/journals.html>
- 23 D.D. Kirkpatrick, 'Librarians Unite Against Cost of Journals', *The New York Times*, December 25, 2000.
<http://www.nytimes.com/2000/12/25/business/25JOUR.html>
- 24 C. Lawrence, 'Online or Invisible?', *Nature*, Volume 411, Number 6837, 2001, p. 521.
<http://www.pnas.org/cgi/content/full/041601398v1>
- 25 A.K. Louis, P. Schneider and U. Rehmann, *DOCUMENTA MATHEMATICA*, August 31, 1999.
<http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/~rehmann/bericht-eng.html>
- 26 'Publishing, perishing, and peer review', *The Economist*, January 24, 1998.
- 27 U. Rehmann, 'Efficient Production of Mathematical Literature', A report given on the Workshop 'The Future of Mathematical Communication', Berkeley, December 3, 1999.
<http://www.mathematik.uni-bielefeld.de/~rehmann/EP>
- 28 SPARC e-news, May-June 2000, <http://www.arl.org/sparc/>
- 29 C. Kaesuk Yoon, *The New York Times*, 'Soaring Prices Spur a Revolt in Scientific Publishing', *The New York Times*, December 8, 1998.
<http://www.nytimes.com/library/national/science/120898sci-journals.html>

Mascha Honsbeek

subfaculteit wiskunde, Katholieke Universiteit Nijmegen
toernooiveld 1, 6525 ED Nijmegen
honsbeek@sci.kun.nl

KUN wiskundetoernooi

Dit jaar wordt voor de tiende keer, traditioneel op de vierde vrijdag van september, het KUN-wiskundetoernooi georganiseerd. Ter ere van dit lustrum verzorgt in de lunchpauze dr. Arthur Benjamin een optreden. Deze Amerikaanse professor en mathematician heeft mensen over de hele wereld met zijn shows laten zien hoe intrigerend wiskunde is. Hij rekent sneller dan het publiek dit met rekenmachines kan en legt ook uit hoe hij hiertoe in staat is. Met deze activiteiten hoopt de Universiteit Nijmegen het plezier in de wiskunde en de uitdagingen van het vak aan de deelnemers over te brengen.

Ruim 300 VWO-leerlingen staan op vrijdagochtend 28 september aan de poort van de subfaculteit wiskunde te Nijmegen. Het zijn niet de nieuwe eerstejaars, maar deelnemers aan het KUN-wiskundetoernooi, dat ieder jaar gehouden wordt. Vorig jaar kwamen ze, samen met hun leraren, van 30 Nederlandse scholen en één Duitse school naar de universiteit om aan dit evenement mee te doen.

Het KUN wiskundetoernooi bestaat uit twee delen van elk een uur: 's ochtends een individuele wedstrijd en 's middags een estafettewedstrijd. Bij het middagonderdeel werken de scholieren in teams samen. Voor de opgaven in het toernooi is weinig wiskundige voorkennis vereist, maar wel creativiteit en inzicht.

Individueel

's Ochtends wordt de individuele wedstrijd gehouden. Vorig jaar was de eerste opgave voor de meeste scholieren geen enkel probleem. Op-

gave 8 (zie inzet p. 253) bleek echter een groot struikelblok. Hier gingen overigens niet alleen de leerlingen de fout in, de meeste mensen die deze opgave probeerden, tekenden een 'plat' plaatje om de overlapping in hoogte van de bollen te berekenen. Ze bepaalden dus eigenlijk hoeveel cirkelschijven je in een vierkant kan plaatsen in plaats van het aantal bollen in een kist. Stijn Meurkens en Rob van de Westelaken, beiden van het Elzendaalcollege te Boxmeer, scoorden de meeste punten. Ze hadden alleen deze laatste opgave fout. De gedeelde tweede en gedeelde derde plaatsen waren voor leerlingen van het Lorentz-Casimir Lyceum uit Eindhoven en van het Gymnasium Apeldoorn. Zij hadden allen zes van de acht opgaven goed. De winnaars van de tweede prijs hadden opgave 8 overigens foutloos beantwoord.

Estafettewedstrijd

De bedoeling van de estafettewedstrijd 's middags is dat de scholieren in teams van 4 of 5 in een uur tijd samen zoveel mogelijk punten scoren. Er zijn maximaal 20 opgaven van ieder 20 of 30 punten. Bij elk team zit een jurylid: een medewerker van de subfaculteit wiskunde of een docent die meegekomen is met een van de teams. Deze geeft dit team de opgaven en kijkt ze na. Een volgende opgave wordt pas gegeven als die ervoor goed beantwoord is of door het team is opgegeven. Verder mogen er per opgave meestal drie pogingen gedaan worden om te antwoorden. Samenwerking en tactiek spelen dan ook een grote rol in dit onderdeel, vooral ook omdat 20 opgaven erg veel is voor een uur.

Zoals altijd gingen ook het vorige jaar de leerlingen fanatiek aan het werk. De scores op de scoreborden liepen gestaag op en de (in)spanning was voelbaar. Bij opgave 5 werd het duidelijk moeilijker en stokten de scores bij de meeste teams. De tactiek van het overslaan werd veelvuldig toegepast. Een aantal teams beet zich vast in een moeilijke opgave omdat ze bang waren dat er geen makkelijkere meer zouden komen. Na opgave 9 leek het wat eenvoudiger te worden; bij alle teams liepen na verloop van tijd de scores weer langzaam op.

Bij opgave 13 (zie inzet) kwamen er portemonnees op tafel. Zo precies mogelijk draaiden leerlingen de kleine muntjes om elkaar heen. Toch leverde dit niet altijd het goede antwoord. Als jurylid hoorde ik een team dat al twee pogingen gedaan had om het antwoord te berekenen vragen: "Mag je ook echte dubbeltjes gebruiken?" Ze waren zeer verbaasd dat ze een bevestigend antwoord kregen en doken in de tassen. Gelukkig, ze hadden vier dubbeltjes en twintig seconden later ook het goede antwoord.

Ook de opgaven hierna bleken goed te doen, veel teams kwamen er echter niet aan toe. De teams die snel genoeg de moeilijke opgaven



foto: Dick van Aalst

Een team tijdens de estafettewedstrijd

voorbij gegaan waren, kregen tegen het eind een opgave die 20 punten waard was (opgave 16, zie inzet). Zelfs met nog maar een minuut te gaan kan hier een slimme gok punten opleveren.

Ook na het eindsignaal bleef het nog spannend. Team 1 van het NSG te Nijmegen had 310 van de 500 punten behaald en was daarmee het beste team op de scoreborden. Maar hoe was het met team 2 van het Lorentz-Casimir Lyceum uit Eindhoven? Zij hadden 280 punten op het scorebord staan, maar hadden net het antwoord van hun laatste vraag van 30 punten opgeschreven en ze wilden dit juist aan hun jurylid overhandigen. De organisatie besloot aan beide teams een eerste plaats toe te kennen. De derde plaats was voor team 1 van het Marnix College te Ede. De scholieren van deze teams en de besten van de individuele wedstrijd kregen bij de prijsuitreiking een t-shirt en een certificaat als aandenken.

Opgave 8 Een kist is inwendig 1 m lang, 1 m breed en 1 m hoog. We willen er ballen in doen met een diameter van 10 cm. Het is duidelijk dat je 10 lagen van elk 100 ballen er in kunt leggen. Als je werkt met lagen van 100 ballen waartussen steeds lagen van 81 ballen zitten waarvan elke bal rust in de ruimte tussen de vier ballen er onder kun je 1186 ballen in de kist kwijt, namelijk 7 lagen van 100 ballen en 6 lagen van 81 ballen. Hoe hoog ligt bij deze stapeling het hoogste punt van een van de ballen van de bovenste laag boven de bodem van de kist?

Opgave 13 Drie dubbeltjes liggen in een driehoek op tafel; een vierde rolt eromheen. Hoe vaak draait het vierde dubbeltje daarbij om zijn eigen as?



Opgave 16 Wat is het maximum van $(a + b)(c + d + e + f + g)$ met $\{a, b, c, d, e, f, g\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$?

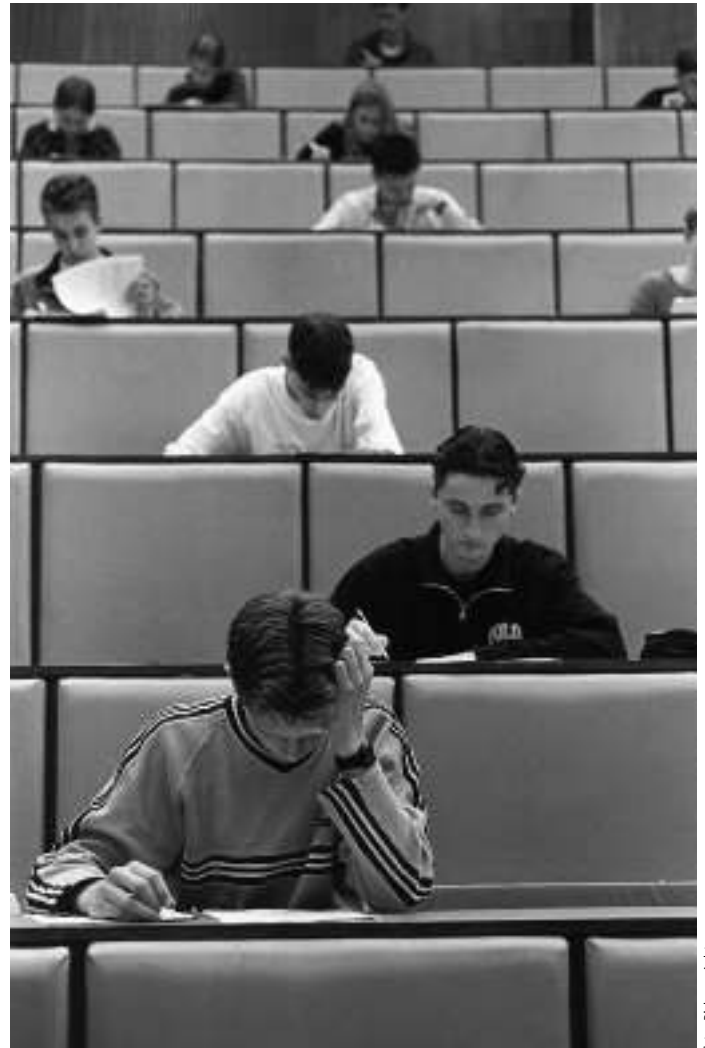
Organisatie

In de aanloop naar het toernooi wordt er over opgaven gedacht en worden die verzameld. Onder andere Louis Maassen, een inmiddels gepensioneerde medewerker, werkt elk jaar weer heel hard om goede opgaven te maken. Samen met Ronald Kortram vormt hij de drijvende kracht achter de opgaven-verzin-machine. Het secretariaat van de sub-faculteit Wiskunde zorgt voor allerlei organisatorische zaken zoals het contact met de scholen, het waarschuwen van de fotograaf, het reserveren van de ruimtes, de huur van tafels en stoelen en niet te vergeten het eten en drinken voor de deelnemers.

Op de dag zelf wordt de hele wiskundeafdeling aan het werk gezet. Het secretariaat verzorgt de registratie van de deelnemers en zorgt dat alles op het juiste moment op de juiste plaats is. Studenten en

Opgaven van de afgelopen jaren zijn met uitwerkingen te vinden op: <http://www.kun.nl/wiskundetoernooi>. Hier staan ook de regels van het toernooi en een interactieve versie van de wedstrijd van vorig jaar. Verdere informatie kan verkregen worden bij het secretariaat wiskunde: 024-3652986. Hier kan men zich ook opgeven voor deelname.

Elk jaar is het weer een hoop werk om goede opgaven te verzinnen. Suggesties zijn van harte welkom.



De individuele wedstrijd

foto: Dick van Aalst

medewerkers surveilleren bij de individuele wedstrijd en instrueren de deelnemers en hun leraren. Tijdens de lunch kijken de medewerkers de opgaven na en worden de diploma's geschreven. De studenten zijn dan druk met de logistiek: ze ruimen de extra tafels en stoelen van het ochtendprogramma weer op en verbouwen de kantine voor de estafettewedstrijd.

Bij dit deel van het toernooi worden ook de leraren die meegekomen zijn ingeschakeld. Samen met de medewerkers vormen zij de juryleden. De studenten lopen heen en weer tussen deze juryleden en de grote, door henzelf gemaakte, scoreborden om de stand bij te houden.

Tijdens de prijsuitreiking worden de laatste diploma's nog geschreven en meteen daarna wordt de kantine weer in oorspronkelijke staat teruggebracht. Nadat de foto's ontwikkeld zijn wordt er dan door het secretariaat nog een mooi boekje gemaakt met daarin veel foto's, een deelnemerslijst en de opgaven, dat de scholen ter herinnering toegestuurd krijgen.

Jan van de Craats

Koninklijke Militaire Academie
Postbus 90002, 4800 PA Breda
J.vd.Craats@mindef.nl

Een pentagonale microkosmos

Van 6 oktober tot 20 november 2001 wordt in het Stedelijk Museum te Amsterdam werk van de in Limburg wonende en werkende kunstenaar Gerard Caris geëxposeerd. Jan van de Craats geeft alvast een toelichting.

Onder de kunstenaars die zich door meetkundige vormen laten inspireren neemt de Maastrichtse tekenaar, graficus en ontwerper Gerard Caris (1925) een bijzondere plaats in. Al meer dan dertig jaar lang laat Caris zich uitsluitend inspireren door de regelma-

tige vijfhoek en allerlei twee- en driedimensionale meetkundige vormen die daar direct uit af te leiden zijn. Zo werkt hij in het vlak niet alleen met pentagons (regelmatige vijfhoeken), maar ook met pentagrammen (regelmatige vijfpuntige sterren), decagons (regelmatige tienhoeken) alsmede met ruiten en driehoeken met hoeken die een geheel veelvoud zijn van 36 graden. In de ruimte gebruikt Caris voornamelijk de dodecaëder (het regelmatige twaalfvlak) en bepaalde daaraan verwante ruitenveelvlakken.

Symmetrieën

Met deze elementen als bouwstenen heeft Caris in de loop der jaren een indrukwekkend oeuvre opgebouwd waarin het spanningsveld tussen symmetrie en creatieve fantasie telkens weer op nieuwe manieren gestalte krijgt. Niet-wiskundigen zullen misschien moeite hebben om de orde en de harmonie, die onmiskenbaar uit de abstracte vormen van Caris' creaties naar voren komen, nader te preciseren en te benoemen. Aandachtig kijken zal dan geleidelijk allerlei symmetrievormen en structurele verbanden onthullen, net zoals een muzikieliefhebber door aandacht-

tig te luisteren naar een fuga van Bach ook steeds meer aspecten van de onderliggende structuren in de muziek zal ontdekken. Wiskundigen zien echter direct aanknopingspunten: de vijfvoudige rotatie- en spiegelsymmetrie in pentagon en pentagram, de gulden snede als alomtegenwoordig verdelingsprincipe, de kristallografische restrictie die het samengaan van globale vijfvoudige rotatiesymmetrie met translatiesymmetrie verbiedt. Zij herkennen de onmogelijkheid om het vlak zonder gaten of overlappingsen met regelmatige vijfhoeken te vullen: als je het, zoals Caris soms doet, toch probeert, blijven er vanzelf ruiten, pentagrammen of andere intrigerend gevormde tussenruimten over. Sommige van Caris' tekeningen doen denken aan aperiodyke Penrose-betegelingen.

Driedimensionale constructies

In zijn driedimensionale scheppingen explooreert Gerard Caris vooral de creatieve mogelijkheden van de dodecaëder. Hij bouwt er bijvoorbeeld kolommen en helixconstructie

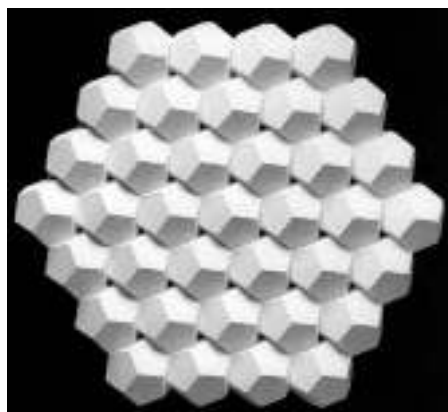
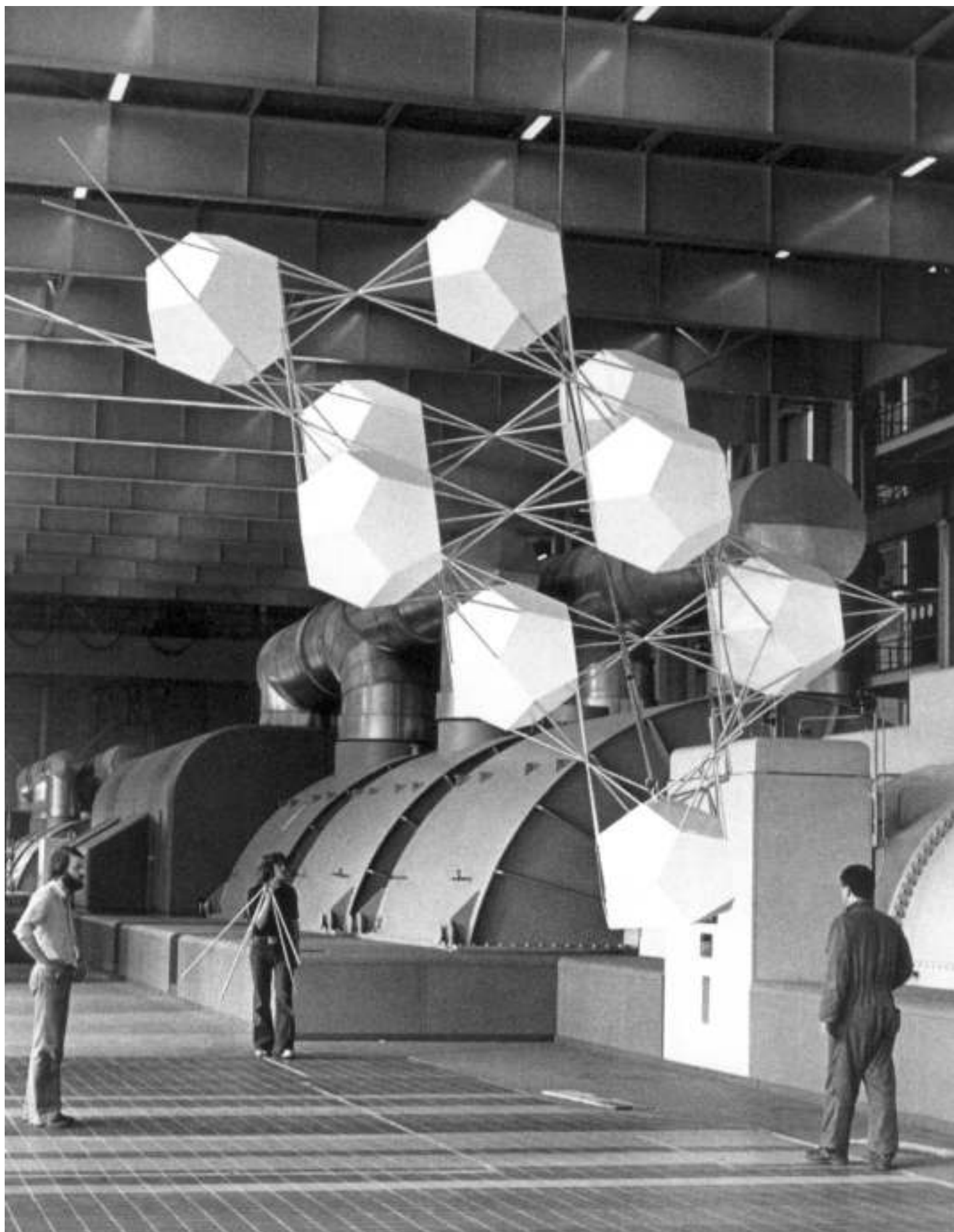


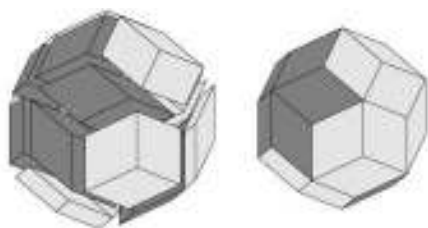
foto: Frans Grimmer

Gerard Caris, Reliëfstructuur (1985)

Illustratie p. 259. Gerard Caris, Dodecahedron Netstructuur (1977), EZH, Maasvlakte. Foto: Gerard Caris.



mee. Een naadloze ruimtevvulling met dodecaëders is onmogelijk, maar door ze regelmatig te rangschikken maakt Caris reliëfstructuren die de twee-, drie- of vijfvoudige rotatieassen van de dodecaëders op indringende wijze benadrukken. Zeer fascinerend zijn weer andere ruimtelijke constructies waarin hij bepaalde ribben van een dodecaëder met staal draad verlengt waardoor ze met vijf tegelijk in één punt samenkomen, en na verdere verlenging weer een dodecaëder omsluiten. Zo'n structuur kan verder worden uitgebreid, en het is lang niet triviaal om uit te zoeken welke eindige of zelfs oneindige patronen er op die manier kunnen ontstaan. Een monumentale realisatie van zo'n structuur is in 1977 in de Electriciteitscentrale Maasvlakte geplaatst.



Keplers ruitendertigvlak opgebouwd uit tien romboëders van type A_6 (donker) en tien romboëders van type O_6 (licht)

Romboëders

Zo'n vijf jaar geleden heeft Gerard Caris twee nieuwe elementen aan zijn ruimtelijke vormenrepertoire toegevoegd: twee speciale romboëders (dat zijn parallellepiped met onderling congruente ruiten als zijvlakken). Men kan ze op de volgende manier uit de dodecaëder afleiden. Verbind de middelpunten van diametrale zijvlakken. Er zijn twaalf zijvlakken, dus op die manier ontstaan zes lij-

nen door het centrum, die vanwege de symmetrie van de dodecaëder onderling allemaal dezelfde scherpe hoek φ insluiten. Het is een eenvoudige opgave om te verifiëren dat $\tan \varphi = 2$.

Men kan nu op precies twee essentieel verschillende manieren drie lijnen uit dit zestal kiezen. Elke van beide keuzes definieert een scheef driedimensionaal assenstelsel, en de 'eenheidskubus' in zo'n stelsel is dan een romboëder met zes congruente ruiten met hoeken ter grootte van φ en $\pi - \varphi$ als zijvlakken. Bij de ene keuze van de drie assen heeft zo'n romboëder twee diametrale hoekpunten waar drie ruiten met hun *scherpe* hoek φ bij elkaar komen, bij de andere keuze zijn er twee diametrale hoekpunten met drie *stompe* hoeken $\pi - \varphi$. Alle andere hoekpunten van de beide soorten romboëders zijn gemengd scherp-stomp. De eerstgenoemde romboëder wordt A_6 genoemd (acute-angled), de tweede O_6 (obtuse-angled). Vermeldenswaard is verder nog dat de diagonalen van de zijvlaksruiten van de beide romboëders de gulden-snedeverhouding hebben. Ze worden daarom ook wel 'gulden ruiten' genoemd.

Veelvlakken en reliëfstructuren

Wat deze romboëders als bouwstenen voor driedimensionale constructies extra geschikt maakt, is de grootte van hun tweevlakshoeken. Elk tweetal aangrenzende zijvlakken van een A_6 sluit een hoek in van 72 of 108 graden, en bij de O_6 zijn die hoeken 36 graden en 144 graden. Men kan er dus ruimtelijke structuren mee bouwen met lokale of zelfs globale vijfvoudige rotatiesymmetrieën.

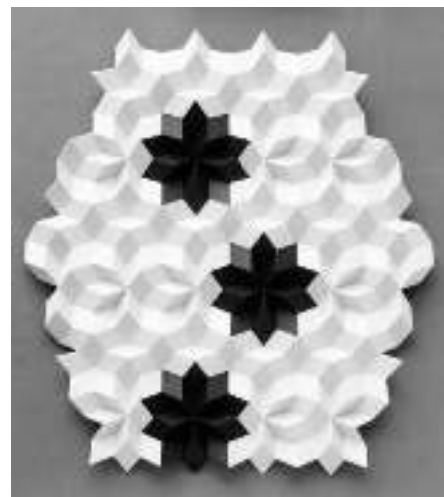


foto: Wim Vermaase

Reliëfstructuur 3 V 1 (2000)

Fascinerend is de mogelijkheid om twintig romboëders, tien van elke soort, samen te stellen tot het *Kepler-triacontahedron*, een ruitendertigvlak dat dezelfde symmetriegroep heeft als de dodecaëder. Daarnaast kan men de twee soorten romboëders gebruiken om er, analoog aan het tweedimensionale geval, aperiodieke Penrose-ruimtevvullingen mee te construeren (zie bijvoorbeeld [3] en [4], p. 220–222 voor meer details; vergelijk ook [1], p. 141–144 en [2], p. 54–74).

Gerard Caris gebruikt de beide soorten romboëders in driedimensionale sculpturen die allerlei soorten van symmetrie of 'bijna-symmetrie' laten zien. De meeste zijn helaas alleen nog maar kleinschalig uitgevoerd; in hun koele schoonheid vragen ze echter om monumentale realisaties in parken en op pleinen.

Referenties

- 1 W.W.R. Ball and H.S.M. Coxeter, *Mathematical Recreations and Essays*, 12th edition, University of Toronto Press, 1974, ISBN 0-8020-6138-9.
- 2 H.S.M. Coxeter, *The Beauty of Geometry, Twelve Essays*, Dover, ISBN 0-486-40919-8, 1999 (eerst verschenen als *Twelve Geometric Essays*, 1968).
- 3 N.G. de Bruijn, *A riffle-shuffle card trick and its relation to quasicrystal theory*, Nieuw Archief voor Wiskunde Vol 4 (5), 1987, 285–301.
- 4 Marjorie Senechal, *Quasicrystals and Geometry*, Cambridge University Press, 1995, ISBN 0-521-37259-3.

Jan Bouwe van den Berg

*Division of Theoretical Mechanics, University of Nottingham
Nottingham NG7 2RD, United Kingdom
Jan.Bouwe@nottingham.ac.uk*

Column Wiskundigen in den vreemde

From Nottingham Forest

December 2000 promoveerde Jan Bouwe van den Berg aan de Universiteit Leiden. In januari werd hij voor de tijdsduur van twee jaar EPSRC-research fellow (Engineering and Physical Sciences Research Council) aan the University of Nottingham (UK). Een jaar lang houdt hij ons op de hoogte van zijn avonturen in Nottingham Forest.

Na vijf maanden als postdoc is de klassieker “Is je proefschrift al af?” vervangen door “En hoe is het leven in Nottingham?” Nou, het leven is hier precies hetzelfde als in Nederland. Ze rijden hier aan de andere kant van de weg, mijn telefoonrekening is een stuk hoger, maar meer verschil is er niet. Engelsen zijn namelijk net mensen en Engeland is net zo’n doorsnee Europees land als Nederland, al vergeten ze dat zelf wel eens (‘Footh-and-mouth reaches Europe’ was de krantenkop toen de ziekte naar Frankrijk overstak).

Het werk is hier wel heel anders dan in Nederland. De verschillen vallen je natuurlijk ook het eerst op, en na een periode van verbaazing en afkeuring begin je je af te vragen of het niet gewoon aan je eigen beperkte blikveld ligt dat je vergelijkbare dingen in Nederland nooit gezien hebt. Ik ben ook maar een product van mijn opvoeding. Die vond de laatste negen jaar in Leiden plaats, en de cultuur is daar voornamelijk op zuivere wiskunde gericht, de enkele welkome uitzondering daargelaten. Vanuit de natuurlijke neiging om je tegen je opvoeder af te zetten bedacht ik dat het wel een goed idee was om wat toegepaste wiskunde te leren, om eens te kijken of het nou echt zo verwerpelijk is. Omdat ‘English applied mathematics’ in het vakgebied een begrip is, omdat het leven van toevalligheden aan elkaar hangt, en omdat het maar een uurtje van Schiphol is zodat ik mijn vriendin ook nog eens zie, vertrok ik in januari voor twee jaar naar Nottingham.

In Leiden ben ik in de differentiaalvergelijkingen gepromoveerd, wat daar het summum van toegepast is. Maar hier in Nottingham is het toch andere koek. Ik ben terecht gekomen in de toegepaste wiskunde sectie (de naam ‘Theoretical Mechanics’ weerspiegelt de historische wortels), die ruim de helft van de totale wiskunde vakgroep beslaat. Aan het meeste onderzoek komt geen stelling te pas en ik werd in eerste instantie dan ook raar aangekeken toen ik vertelde dat mijn proefschrift van het type stelling-lemma-bewijs is. Sommige collega’s hier hebben nog nooit een artikel geschreven met zelfs maar één stelling erin, en ze zijn zeker niet te verlegen om dat te vertellen. Een ander vertelde mij dat ze een hekel heeft aan suprema. Ik ben opgegroeid met de tegenovergestelde achterdocht: als je het niet kan bewijzen hoe weet je dan dat het waar is? Ondertussen

ben ik wel enig begrip voor hun standpunt gaan opbrengen, al weerhoudt dat mij er niet van stellingen te bewijzen, en zij zijn op hun beurt toch verheugd als blijkt dat een van hun formele argumenten tot een bewijs kan worden gesmeed.

De wiskunde mag zich hier verheugen in ruim 200 nieuwe studenten per jaar. De verklaring voor het enorme verschil met Nederland is denk ik dat de wiskunde opleiding hier veel meer gericht is op toepassingen en het verwerven van kennis en vaardigheden die studenten later kunnen gebruiken in een baan in het bedrijfsleven of bij de overheid. Daarmee is niet gezegd dat ze geen wiskunde leren, alleen zul je ze hier in hun eerste semester geen ϵ/δ -bewijzen horen opdreunen, zoals ik dat in mijn eerste jaar in Leiden moest doen. Het is natuurlijk ook maar de vraag of het zo nuttig is om studenten bij hun allereerste contact met analyse meteen met ϵ/δ -bewijzen te bombarderen. Leer je in eerste instantie niet veel meer van inzicht in de reikwijdte en toepasbaarheid van een idee?

Het zwaartepunt van het onderzoek ligt hier op het gebied van medische toepassingen: stroming in bloedvaten en longen, groei en onderdrukking van tumoren, opname van medicijnen in het weefsel, het (laten) dichtgroeien van wonden, enzovoort. Zulk puur toegepast onderzoek trekt niet alleen veel studenten maar wekt ook enthousiasme voor het doen van promotie-onderzoek. De wiskunde die wordt gebruikt is bijna nooit diep of nieuw, maar je kunt je afvragen of dit werk aan medische toepassingen de wetenschap niet minstens zoveel vooruit helpt als het bewijs van de laatste stelling van Fermat.

In Leiden heerst bij menigeen de mening dat in een wiskundige voordracht minstens een bewijs hoort te zitten. Hier hebben voordrachten een heel ander karakter. De introductie van het probleem neemt de helft van de voordracht in beslag (liefst met wat bloederige plaatjes). Dan wordt beschreven voor welk soort model is gekozen en waarom (hierover komen altijd verreweg de meeste vragen). Als je geluk hebt (of pech, daarover zijn de meningen verdeeld) krijg je nog even de vergelijkingen te zien, en dan volgen de resultaten van de wiskundige analyse van het model. Deze analyse bestaat uit het kiezen van een kleine parameter, het doen van formele asymptotische berekeningen en het leveren van ondersteunend numeriek bewijs. Dit wordt ten slotte vergeleken met experimenten. Besloten wordt immer met een zeer relativerende opmerking, namelijk dat de gepresenteerde resultaten niet meteen mensenlevens redden, dat het model daarvoor veel te simpel is, dat er nog veel werk te doen is, en vooral dat het hoog tijd is om ergens een pint te gaan pakken. En dat doen we dan.



Gerard Alberts

werkgroep Wetenschap en Samenleving
Katholieke Universiteit Nijmegen
Centrum voor Wiskunde en Informatica
Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam
g.alberts@cwi.nl

Bert Zwaneveld

afdeling Natuur- en Technische Wetenschappen
Open Universiteit Nederland
Postbus 2960, 6401 DL Heerlen
bert.zwaneveld@ou.nl

Interview Henk Schuring, vertrekkend wiskundeman bij het CITO

Alle dagen eindexamen

De middelbare-schoolexamens in de wiskunde dragen in Nederland per traditie een sterk Arnhems stempel. Vredenduin, Wansink en anderen opereerden vanuit deze stad. Henk Schuring was verliefd op Arnhem en kwam er in 1976 naar het CITO. Hij was de stuurman van de examenopgaven van de afgelopen vijftientig jaar. In 1997 moest hij zijn strijd tegen de tijdgeest opgeven en de eisen aan het kennen en kunnen van leerlingen op examens bijstellen.

Binnenkort gaat u op uw vijfeenzestigste met pensioen. U bent een geboren wiskundeleraar? “Ik ben geboren in het enige jaar in de twintigste eeuw dat een kwadraat is, 1936 dus. Na de HBS ben ik begonnen als landmeter, een traditioneel wiskundig beroep, maar mij niet wiskundig genoeg. Ik voerde controlemetingen en -berekeningen uit zonder de wiskundige achtergrond te begrijpen; dat irriteerde me geweldig. Het diploma Adspirant Landmeetkundige, behaald bij het PBNA in 1955, bracht hierin geen verandering. Ik wilde meer weten van de wiskunde! Het was mijn vader, onderwijzer met de akte Wiskunde LO, die me inspireerde om het onderwijs in te gaan. Dat pad volgde ik ook, kweekschool en akte Wiskunde LO. Naast mijn baan als onderwijzer studeerde ik vervolgens voor Wiskunde MO.

Zo begon ik in 1959 als wiskundeleraar aan de meisjes-HBS te Leeuwarden. In dat eerste jaar maakte ik ongeveer alle beginnersfouten die je kunt bedenken, daarom ging ik in 1960 naar het Openbaar Dalton Lyceum te Voorburg. De rector, Hermen Jacobs, maakte mij lid van Wimecos, één van de verenigingen waaruit de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars is voortgekomen, en van de Wiskunde Werkgroep van de Nederlandse Vereniging voor Opvoeding en Onderwijs — de Nederlandse tak van de New Education Fellowship.”

“De Voorburgse Daltonschool bestond pas een jaar en er was volop gelegenheid je eigen weg te gaan. Het was plezierig samenwerken met jonge enthousiaste collega's, ook al kostte het wekelijks overleg veel tijd. We gebruikten de wiskunde-methode van het echtpaar Van Hiele. De achtergronden van deze methode waren me bekend, omdat de dissertaties van Dieke en Pierre van Hiele de enige wiskundeboeken waren in de lerarenbibliotheek in Leeuwarden. Toch vergde de lesvoorbereiding veel tijd, temeer daar ik, behalve algebra, stereometrie, goniometrie en analytische meetkunde voor het gymnasium (en voor HBS B), ook geschiedenis van de wiskunde en statistiek voor het gymnasium gaf, en bovendien sterrenkunde voor HBS B en financiële rekenkunde voor HBS A. Wat waren dit fijne lessen:

er was geen Centraal Schriftelijk Eindexamen; de leerlingen hadden inspraak in het curriculum.”

De Mammoetwet moet een breuk in het bestaan van iedere wiskundeleraar zijn geweest. “Die lessen van voor de Mammoet gaven me extra veel voldoening. Het strakke programma voor VWO Wiskunde I en II en HAVO Wiskunde na invoering van de Mammoet ontnamen me wel wat van de vreugde van het lesgeven. Toch was het nog steeds mogelijk om onderwerpen aan te snijden die niet in de centrale eindexamenstof zaten, zoals de complexe getallen bij de getalverzamelingen. Wat ik echt vervelend vond, was het optreden van de alternatieve kabouters in de zestiger jaren. Collega's gingen mee op de alternatieve toer, wat mijns inziens een degradatie van het leraarsambt veroorzaakte. Als reactie hierop heb ik altijd mijn colbertjasje aangehouden, wat zeker geen prestige-verlies veroorzaakte.”

“De invoering van de Mammoetwet in 1968 heeft grote veranderingen gebracht in het voortgezet onderwijs. Positief is in mijn ogen de afstemming op elkaar van de curricula voor MAVO, HAVO en VWO. Ook het vervagen van de grenzen tussen algebra en meetkunde is volgens mij goed; een afbeelding in de meetkunde is te vergelijken met een relatie in de

algebra. Negatief was volgens mij de algemene regelgeving: het afschaffen van het systeem van gecommiteerden bij het eindexamen Gymnasium en deskundigen bij de HBS. Ook de eindexamenregeling met zes examenvakken voor MAVO en HAVO en zeven vakken voor het VWO, is een verschraling geweest van het onderwijs. Ik denk dat het schoolonderzoek als vervanger van het mondelinge examen een grotere druk legt op de leerlingen. Het verlies van geschiedenis der wiskunde en statistiek voor het gymnasium (en sterrenkunde voor HBS B) is geen goede zaak. De invoering van Wiskunde II gaf een verschraling van het meetkunde-onderwijs. Het is verdrietig dat hele generaties leerlingen geen kans hebben gehad de schoonheid van meetkundige configuraties te beleven.”

U was toch ook actief bij de veranderingen in het leerplan betrokken? “Pas in 1967 behaalde ik de akte Wiskunde MO-B in Leiden en nog steeds was ik niet tevreden, wilde ik meer weten van de wiskunde. Ik ging zoveel mogelijk naar de vakantiecursussen voor leraren van het Mathematisch Centrum en volgde de heroriënteringscursussen van de Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde. Door die laatste cursussen verschoof mijn belangstelling. Meer dan nieuwsgierigheid naar onbekende takken van de wiskunde, was mijn doel nu de nieuwe inzichten over te dragen op mijn leerlingen. Daarom deed ik ook mee aan een groepje van de Wiskunde Werkgroep om te onderzoeken in hoeverre Logica in te voeren was in het curriculum van de Mammoetwet. Inmiddels was Pierre van Hiele mijn collega geworden aan het Dalton — na het overlijden van Dieke.”

“Van Hiele vroeg mij mee te werken aan het omwerken van zijn methode voor het nieuwe curriculum in de Mammoetwet. Dit heb ik gedurende negen jaar met heel veel plezier gedaan. Het was heel inspirerend om de nieuwe stof uit te proberen met de leerlingen. Hun reacties waren zeer leerzaam en hebben directe invloed gehad op de uiteindelijke versie van het boek. Ik ben ervan overtuigd dat de leerlingen met de methode *Van A tot Z* goed wiskunde hebben geleerd. De deductieve opbouw van de wiskunde kon nu tot zijn recht komen. Het bleek echter dat de schoonheid van dit bouwwerk slechts door enkele goede leerlingen ervaren kon worden. Voor de docenten was het geen gemakkelijke methode en mede doordat de boeken heel vaak te laat verschenen, kwam er na 1976 een einde aan deze serie boeken.”



Henk Schuring

Dat was ook de periode dat Freudenthal zich ging bemoeien met het middelbaar onderwijs. “Het begin was afstotend. Desondanks had het een inspirerend vervolg. Alle auteursteams van de lesmethoden voor de Mammoet, *Van A tot Z*, *Getal en Ruimte*, *Moderne wiskunde*, kregen op hun donder van Freudenthal. Dat gebeurde in een ronduit agressieve brief. Toch is daaruit voortgekomen dat we een jaar lang maandelijkse bijeenkomsten hadden in Utrecht. De auteurs van *Getal en Ruimte* deden niet mee, die vonden Freudenthals opstelling te erg. Je kunt niet eens precies zeggen wat er op die bijeenkomsten gebeurde. Freudenthal gaf ideeën en concrete voorbeelden hoe je vanuit de dagelijkse werkelijkheid je wiskunde kon introduceren. Je kreeg nieuwe ideeën mee en herschreef ook wel stukken van je methode in deze richting. Een aandachtspunt dat ik zelf in mijn verdere werk steeds heb meegenomen is het maken van contextrijke opgaven. We stonden niet tegenover elkaar. De opvattingen over wiskundeonderwijs liepen inderdaad uiteen.”

Kunnen we vergelijkenderwijs zeggen het dat het u primair te doen was om het bouwwerk van de wiskunde en dat een betere toegang leerlingen zeer welkom was? Freudenthal nam dat wiskundig bouwwerk voor vanzelfsprekend en vond het van wezenlijk belang dat de leerling vanuit zijn eigen levingswereld tot wiskunde werd gebracht.

De Freudenthalianen hebben dat laatste aspect tot ideologie verheven en hebben het bouwwerk uit het oog verloren? “Dat beeld is correct. Men moet de opstelling van Freudenthal in de jaren zeventig en tachtig toch wel onderscheiden van die van het Freudenthal Instituut daarna. Freudenthal was uiteindelijk toch uit op het totale wiskundebouwwerk voor het voortgezet onderwijs. Het Freudenthal Instituut hanteert dat veel minder als uitgangspunt. De arrogantie die het Freudenthal Instituut daarbij wel eens aan de dag legt, is niet altijd even vruchtbaar. Het is zeker niet zo dat ik alles wat vanuit het Freudenthal Instituut wordt geroepen per definitie goed vind. Als Jan de Lange meent dat we Wiskunde A nog slechts mondeling moeten examineren, ben ik het volstrekt niet met hem eens. Je moet ook weer niet alle medewerkers van dit instituut over één kam scheren. Op basis van het adagium ‘begin vanuit de praktijk’ kun je in het wiskundeonderwijs heel goed samenwerken. Dat heeft Martin Kindt laten zien, toen hij vanuit het IOWO, de voorganger van het Freudenthal Instituut, het vak Wiskunde A ontwikkelde. Hij had zeker wel oog voor de wiskunde en stelde behoorlijk wat eisen. Wiskunde A is buitengewoon plezierig ingevoerd en de cursus voor docenten die daartoe in Utrecht werd gegeven was zeer nuttig. Ik was een groot voorstander van de invoering van Wiskunde A, eerst voor het VWO, na het HEWET-experiment, en later voor de HAVO, na het HAWEX-experiment. Nu kon iedere leer-

ling, ook diegenen die geen belangstelling hebben voor het bouwwerk van de wiskunde, toch op een zeer zinvolle wijze bezig zijn met het vak. Kansrekening en statistiek kregen een volwaardige plaats in het curriculum, evenals het gebruik van matrices en lineair programmeren. Als secretaris van de HAWEX-commissie heb ik ervaren dat de invoering van een nieuw programma steeds weer het resultaat is van compromissen. Zo vond ik het teloorgaan van de taal der wiskunde een wezenlijk verlies. Het is echt niet moeilijk om de leerlingen de betekenis van kwantoren en de tekens voor 'en' en 'of' uit te leggen."

Verliefd op Arnhem

In 1976 stapte u over naar het CITO, Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling. Wat drijft een onderwijsman die de vrijheid van een Daltonlyceum op prijs stelt, naar zo'n centralistische en op onderwijskundig vlak technocratische instelling als het CITO? "Ik was verliefd op Arnhem. Mijn vrouw en ik wilden altijd al weg uit de Randstad. Ik wilde bovendien rond mijn veertigste wel eens van baan veranderen, en dan niet overstappen naar een schoolleiding. Er waren meerdere opties in het oosten van het land. Kort na de oorlog had een onderwijzer als mijn vader het niet breed. Je ging niet op vakantie, maar het was niet ongewoon om van woning te ruilen. Wij ruilden met een muziekleraar in Arnhem."

"Met de Mammoetwet was de opzet van de eindexamens veranderd. Je had niet meer dat systeem van mondelinge examens, naast de schriftelijke, met gecommiteerden uit de universitaire wereld. Dat was echt een verlies voor de leraren, want veertien dagen optrekken met zo'n geleerde uit je vak was dikwijls inspirerend. Bovendien had de leraar in het geval van herexamens ook meer invloed. De Commissie Vaststelling Opgaven (CVO) stelde de examenopgaven vast. Voor ieder vak was een van de inspecteurs voorzitter. Voor de wiskunde van HAVO en VWO was Westenhof de inspecteur. De CVO liet zich adviseren door Adviescommissies van docenten (ACD). De ACD voor wiskunde HAVO en VWO bestond aanvankelijk uit vier docenten, tevens auteurs van de vier grote wiskundemethoden, *Getal en Ruimte*, *Moderne wiskunde*, *Sigma* en *Van A tot Z*. Van die laatste methode was ik in 1972–1973 de vertegenwoordiger in de ACD voor het examen wiskunde van het HAVO en in 1973–1976 in de ACD voor het examen wiskunde I van het VWO. Met het CITO had dat tot op dat moment geen connectie."

"Het CITO, opgericht in 1968, droeg met een zeker fanatisme de missie van meerkeu-

zevragen uit. Die methode zou objectieve meting geven, aldus het verhaal van Van Naerssen en De Groot. Voor de examens in de talen was dat doorgevoerd, maar op andere vakken, zoals de wiskunde, had het CITO geen greep gekregen. Ik was absoluut geen liefhebber van deze meerkeuzevragenmethode. Toch had ik er in ander verband al met vrucht mee gewerkt. De Daltonschool in Voorburg deed mee aan een project van het RITP, het Research Instituut voor Toegepaste Psychologie van A.D. de Groot aan de Universiteit van Amsterdam. De leraren, ik ook, gebruikten meerkeuzevragen als diagnostische toets. Laat een leerling twee weken voor het proefwerk zo'n toets maken en je ziet zo waaraan hij nog iets moet bijspijkeren."

"In 1976 startte het CITO, ongetwijfeld in een poging ook enige greep te krijgen op de wiskunde en andere vakken die zich onttrokken aan de meerkeuzevragenmethode, met het project 'open vragen'. Daarop heb ik gesolliciteerd en ben aangenomen. De aanvankelijke opdracht van de functie was waarnemen en participeren in het werk van de verschillende ACD's, in mijn geval voor de wiskunde-examens van MAVO, HAVO en VWO. Al spoedig werd ik meer een soort ambtelijk secretaris. Zo werd mijn nevenactiviteit mijn beroep. Aanvankelijk begon ik dit werk met enige aarzeling, maar door de interne scholing vanuit de afdeling Psychometrische Dienstverlening van het CITO veranderde mijn houding in korte tijd in enthousiasme. Aan toetsconstructie zit veel meer vast dan men op het eerste gezicht denkt. Door de goede onderbouwing van de toetsconstructie is de rol van het CITO in het opstellen van examenopgaven van groot belang. Mijn allereerste klus bij het CITO was de evaluatie van de examens Wiskunde I van het VWO van 1976 die Joop van Dormolen, toen vakdidacticus wiskunde aan de Universiteit Utrecht, vanuit de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren in gang had gezet. Zo had ik meteen een intensieve leerschool in statistisch onderzoek. Als secretaris van de adviescommissie docenten ontwikkelde ik een toetsmatrijs en dat bood de commissie een kader om binnen te werken. Later, in de jaren tachtig, werd de rol van de inspectie teruggedroefd tot evaluatie van de examens. Het CITO kreeg het voortouw in het opstellen van de examenopgaven. De ondersteunend secretaris werd nu voorzitter van de ACD. Later veranderde deze 'adviescommissie docenten' in 'Constructiegroep' (CG). In feite ging het om de professionalisering van het ontwikkelen van de centrale examens. Die professionalisering kwam na-

tuurlijk vooral van de kant van het CITO met de genoemde analyses en bijvoorbeeld de toetsmatrijs met de criteria waar een examen aan moet voldoen. De coëfficiënt α , die uitdrukt in hoeverre een toets betrouwbaar is voor de leerstof, is voor examens met open vragen bedacht op het CITO. Tegelijkertijd vroeg men in den lande ook meer en meer om verantwoording van de beoordeling van leerlingen. Dat was ook een vraag waaraan wij beantwoordden. De invoering van de 100-puntsschaal, dat wil zeggen een beoordeling verrijnd tot in tienden van punten, heb ik overigens altijd onzin gevonden. Dat is de verkeerde reactie op een legitieme vraag."

Het Europees baccalaureaat

U was de voortrekker van de professionalisering. Dat betekende toch dat u van 'vrijbuiters' een exponent van de centrale macht werd? "Dat klopt. En dat werd tegen het eind van de jaren tachtig nog versterkt toen de CITO-medewerker promoveerde van ambtelijk secretaris tot voorzitter van de ACD. Ik heb het vooral als mijn taak gezien om te bewaken dat er examens werden ontwikkeld die eerlijk waren én eisen stelden. Enerzijds wil je zo eerlijk mogelijk beoordelen wat de kandidaten kennen en kunnen, anderzijds stel je eisen: er wordt een bepaald niveau van wiskunde gevraagd. In dit verband wil ik dan ook, nogmaals, duidelijk stelling nemen — ik heb dat vanaf mijn begintijd bij het CITO steeds gedaan — dat ik niet geloof in meerkeuzevragen voor wiskunde. Je kunt echt niet via de alternatieven vooraf bedenken wat een leerling allemaal niet voor gedachten zou kunnen hebben. Wat dit betreft ben ik nooit een echte 'CITO' geworden. Met de eisen die je stelt, bedoel ik dat de kandidaten moeten laten zien dat ze wat ze geleerd hebben kunnen toepassen in een enigszins nieuwe situatie. Leerlingen moeten uitgedaagd worden. Er moet enige creativiteit van ze gevraagd worden. Uitgangspunt is dat vlijt tot een voldoende moet leiden. Een kandidaat die ijverig gestudeerd heeft, moet wel op een voldoende kunnen komen door de algoritmen die geleerd zijn 'algoritmisch' toe te passen. Veel leerlingen zijn gewoon niet vlijtig genoeg, misschien past dat niet meer in de tijdgeest. Er wordt ook teveel lesgegeven op een manier die leidt tot het napraten van de leraar. Op een manier die de leerling niet uitdaagt tot origineel denken. Er zijn scholen die een punt hoger scoren, maar er zijn er ook die bij herhaling een vol punt lager scoren op de examens dan het landelijk gemiddelde. Dat is heel veel. Ik vind dat Nederland op dit punt niet voldoende ei-

sen stelt. Als ik bijvoorbeeld zie wat er voor het Europees Baccalaureaat aan eisen voor wiskunde worden gesteld, dan lopen we hier behoorlijk uit de pas, in negatieve zin. Ik had verwacht dat hier meer werk van gemaakt zou zijn bij de invoering van het studiehuis, dat toch ook gericht was op een betere aansluiting tussen voortgezet en hoger onderwijs.”

De professionalisering moet ook wel eens weerstand oproepen hebben. “Zeker. In 1995 waren de examens voor wiskunde B van het VWO te slecht gemaakt. Er werden zelfs kamervragen gesteld. Daar ben ik toen binnen het CITO op aangesproken. Het jaar erop hebben we maatregelen genomen, door extra screeners de opgaven te laten doornemen. Het hielp niet. Alle betrokkenen zeiden vooraf dat de opgaven redelijk waren en dat deze eisen gesteld mochten worden en toch ging het mis. Het was dramatisch om vanuit het CITO te moeten toegeven: dit hadden we niet kunnen voorspellen. Het jaar daarop, 1996, was de vaststellingscommissie gewijzigd van samenstelling en zijn de examenopgaven vereenvoudigd. Toen heb ik het hoofd in de schoot gelegd. Die vaststellingscommissie is de vaksectie wiskunde van de CEVO (Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven). Het CITO produceert de examenopgaven, met eerder besproken CG, de CEVO stelt ze vast. De wiskundevaksectie van de CEVO steunde mij altijd ten volle. Toen de vaksectie zich vernieuwde, zijn de eisen vervriendelijk.”

“Natuurlijk is het spijtig dat je onderuit gehaald wordt op het moment dat het voorbereiden van de examens geprofessionaliseerd is en het instrumentarium uitgekristalliseerd, met moeilijkheidsgraadschatting, pre-testen enzovoorts. Je instrumentarium is scherp en je mag niet meer meten. Maar ik heb er niet echt wakker van gelegen. Kennelijk was de tijdgeest toen al zo veranderd dat het stellen van eisen op zijn minst verdacht was. Dat we de boot gemist hebben bij de invoering van het studiehuis, is hiermee in overeenstemming. Het dieptepunt was wel het optreden van staatssecretaris Adelmund. Als je dat ziet dan vraag je je in gemoede af: Waarvoor maak ik me nog druk?”

Behoud het goede

U zet u af tegen de kabouterachtigen die in de jaren zestig en zeventig het gezag van de leraar hebben ondermijnd. Hebben niet de professionals, zoals de didactiekdeskundigen en de toetsdeskundigen, de opvoedingsdeskundigen en niet te vergeten de managers, evenzeer getornd aan de positie van de leraar doordat ze delen van diens werkerrein

koloniseerden? “De alternatieve leraren van de jaren zestig en zeventig hebben zeker de functie gehad de zaak wakker te schudden en dat was nodig. Toch is de aanslag op de positie van de leraar van die kant het zwaarst geweest. Vóór de Mammoet hadden leraren meer invloed. De komst van het CITO, het wegvallen van het mondelinge eindexamen en dergelijke ontwikkelingen hebben inderdaad de creativiteit van de leraar ingeperkt. Ik voor mij heb overigens het wegvallen van het contact met het hoger onderwijs, dat automatisch meekwam met de gecommiteerden bij het mondeling examen, als een ernstiger gemis ervaren dan het verlies aan autonomie. Voor dat contact bestaan intussen allerlei alternatieven, zoals nascholingscursussen en masterclasses vanuit de universiteiten en het Algemeen Pedagogisch Studiecentrum, de vakantiecursussen van het CWI en de Nationale Wiskundedagen van het Freudenthal Instituut. Ik was overigens inderdaad zo’n vrijgestelde deskundige. Ik stond echter juist voor het veld. Via de ACD en diens opvolger, de constructiegroep, is de invloed van het veld op de examens nog steeds heel groot gebleven. Ik kwam bij het CITO, maar hing die overdreven missie van meerkeuzevragen niet aan. Ik had waardering voor Freudenthal, maar vond niet alles wat er uit zijn naam geropen werd goed. Noem mij maar pragmaticus: behoud het goede en sta open voor het nieuwe.”

Het studiehuis

De bovenbouw van HAVO en VWO is ingrijpend veranderd. Wat vindt u van het studiehuis? “Als leerling en als leraar heb ik Dalton-onderwijs genoten en gegeven. Ik ben een groot voorstander van zelfwerkzaamheid. In mijn ogen is het studiehuis ideaal. Ik vraag mij wel af of het voor alle leerlingen geschikt is. Bij overgangsvergaderingen op het Dalton heeft de lerarenvergadering bij zittenblijvers meer dan eens het advies gegeven het nog eens te proberen op een klassikale school, daar de vrijheid van Dalton niet geschikt was voor deze leerling. Die uitweg is er nu niet meer. De basisvorming is een zwak aftrekkel van de middenschoolgedachte. Die is in mijn ogen een mislukking. Hoe kun je hetzelfde curriculum van alle leerlingen vragen als er zoveel verschillende opleidingen zijn? Het gevolg is nu dat veel leerlingen een groot gebrek aan beheersing van wiskundige vaardigheden hebben. Een ernstig minpunt is het overgangsbeleid. Veel leerlingen worden volgens mij te lang meegesleept in voor hen te zware opleidingen. Dat resulteert in te ho-

ge percentages onvoldoendes op de eindexamens, waarop dan een bijstelling volgt.”

“Wat nu het studiehuis betreft lijkt het mij heel verstandig dat het curriculum voor Natuur en Gezondheid een deelverzameling is van dat voor Natuur en Techniek. Onbegrijpelijk vind ik het dat de universitaire opleidingen in de exacte vakken genoeg nemen met een vooropleiding Natuur en Gezondheid. De taakverzwaring voor de leerling in de nieuwe opzet lijkt mij juist, evenals de maatregelen om te waken voor overlading in de curricula. Maar laten we er vooral voor zorgen dat de geslaagde leerling voldoet aan de eisen die nu gesteld worden. Het moet niet zo zijn, dat telkens de cesuur bijgesteld wordt om het percentage onvoldoendes binnen de perken te houden. Het lijkt mij verstandiger ervoor te zorgen dat de leerlingen een opleiding op een voor hun geschikt niveau volgen. Leerlingen voor wie het VWO te zwaar is, moet je niet toch aan een VWO-diploma willen helpen. Wees daar duidelijk in, dan kan het VWO zijn naam weer waarmaken, namelijk opleiden tot het wetenschappelijk onderwijs, zodat ongeveer 100% van de geslaagden gaat studeren aan een universiteit. Dan kan het HAVO weer vooropleiding worden voor het Hoger Beroeps Onderwijs. Het is mijns inziens niet zo erg belangrijk welke leerstof wordt onderwezen, als het onderwijs maar op zo’n manier wordt gegeven dat de leerling zijn inzicht kan vergroten en zijn creativiteit kan ontplooiën. Het studiehuis geeft deze mogelijkheden. Laten we hopen dat ze gebruikt worden.”

Durft u nog iemand aan te raden wiskundeleraar of -lerares te worden? “Iemand die erover denkt om wiskundeleraar te worden zal ik zeker aanraden het te doen, ondanks de weinig rooskleurige arbeidsomstandigheden. Het lesgeven gericht op de ontplooiing van de leerling is erg dankbaar. Het tekort aan leraren moet volgens mij niet gecompenseerd worden door zij-instromers, maar door mensen met een gedegen vakopleiding in de wiskunde en met een open blik op de mogelijkheden van de leerling. Deze mensen moeten toch te vinden zijn als de lerarenopleiders deze gedachte uitdragen. Als bovendien de overheid de werkomstandigheden — en de beloning! — verbetert, zal de toekomst van het wiskunde-onderwijs een rooskleurige zijn. Als lid van de visitatiecommissie voor de eerstegraadslerarenopleidingen zie ik dat daarvoor de wiskunde in ieder geval heel goede plannen gemaakt worden. Als het beoogd curriculum inderdaad de bagage wordt van onze eerstegraads leraren, dan ben ik optimistisch gestemd.”



Kees Vreugdenhil

Universiteit Twente,
Faculteit Technologie en Management,
Afdeling Civiele Techniek,
Postbus 217, 7500 AE Enschede
c.b.vreugdenhil@ctw.utwente.nl

Gerard Alberts

Werkgroep Wetenschap en Samenleving
Katholieke Universiteit Nijmegen
Centrum voor Wiskunde en Informatica
Postbus 94079, 1090 GB Amsterdam
g.alberts@cwi.nl

Pieter van Gelder

Technische Universiteit Delft,
Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen
Postbus 5048, 2600 GA Delft
P.vanGelder@ct.tudelft.nl

Een eeuw wiskunde en werkelijkheid

Waterloopkunde

Onderzoekers van het Waterloopkundig Lab, de Deltadienst van Rijkswaterstaat, TNO en het Mathematisch Centrum bestudeerden in vredige competitie het dynamisch gedrag van de Haringvlietsluizen. De uiteenlopende tradities om de wiskunde in dienst te stellen van de waterbouwkunde, schaalmodellen, analogons, wiskundige modellen en rekenwerk, kwamen in een zogenaamde klapclub samen. De beslissing bleef uit. Korte tijd later raakten al deze inspanningen op de achtergrond door de revolutie in de richting van een heel nieuw type rekenmodellen.

In de twintigste eeuw veranderde in de late civiele techniek de relatie tussen wiskunde en werkelijkheid ingrijpend. Eerst geleidelijk, later met grote omwentelingen. Maakten de civiel ingenieurs zich in de eerste helft van de eeuw los van het zoeken naar waarheid met wiskunde om te kiezen voor een meer pragmatische aanpak, de laatste jaren lijkt wonderlijk genoeg dankzij de computer het waarheidsstreven teruggekeerd.

Foto p. 266. De doorbraak van de dijk tussen Alblasdam en Papendrecht tijdens de watersnoodramp van 1953. Foto: Spaarnestad Fotoarchief.

Hydrodynamici en waterloopkundigen

Het wiskundig modelleren mag een twintigste-eeuwse uitvinding zijn (zie [1], [2]), de toepassing van wiskunde op natuurlijke verschijnselen is veel eerder begonnen. Op het gebied van waterstromingen is er met name in de 18e eeuw een enorme ontwikkeling geweest. Vooraanstaande wiskundigen als Bernoulli, Euler, d'Alembert en Laplace bereikten in de theorie van de hydrodynamica resultaten die tot vandaag van belang zijn, getuige de vergelijkingen van Laplace en van Euler. Deze resultaten waren nogal theoretisch en hadden hun beperkingen. Zo was de getijdentheorie van Laplace alleen geldig voor een oceaan die de hele aardbol bedekt — de bruikbaarheid voor concrete situaties als de Noordzee was dus beperkt. Een nog beruchter voorbeeld is de paradox van d'Alembert die zegt dat op een lichaam, geplaatst in een stroming — een potentiaalstroming — geen netto kracht wordt uitgeoefend. Dit is uiteraard in ernstig conflict met de dagelijkse waarneming.

In de loop van de negentiende eeuw begon zich een onderscheid af te tekenen tussen *hydrodynamici* en *hydraulici*. Hydrodynamici waren mensen als Laplace die mooie theorieën maakten zonder veel praktische waar-

de. Met hydraulici werden de mensen bedoeld die praktische waterloopkundige problemen oplosten [25], ingenieurs in de traditie van Vierlingh, Leeghwater en Stevin. Zo deden Chézy en Manning waarnemingen aan de stromingsweerstand in een leiding, Darcy aan de stroming in de grond, Froude aan weerstand van varende schepen. Wiskunde kwam hier nauwelijks aan te pas, anders dan in empirische relaties die we tegenwoordig als 'curve fitting' zouden beschouwen. Ook tegenwoordig wordt deze aanpak nog wel gevolgd voor het beschrijven van moeilijk te doorgronden verschijnselen, zoals zandtransport in stromend water, zij het dat nu de gelijkvormigheidstheorie een wat betere theoretische basis biedt om vast te stellen welke dimensieloze combinaties van parameters een rol kunnen spelen.

In de negentiende eeuw stonden het theoretische zoeken naar waarheid en het oplossen van praktische problemen tegenover elkaar. In de twintigste eeuw kwam er een kentering en lukte het geleidelijk aan om verbanden te leggen tussen de theorie van de hydrodynamica en de praktijk van de waterbouw. Vanuit de praktijk trad een zekere verwetenschappelijking in. Vanuit de



H.A. Lorentz

theorie werden rekenwijzen ontwikkeld die sommige concrete problemen bestudeerbaar maakten. Typerend voor de verwetenschappelijking vanuit de praktijk was de bouw van schaalmodellen. De ingenieurs bouwden daartoe niet zomaar een maquette van een schip of sluis, maar een afbeelding op schaal waarin men onder bepaalde aspecten kon observeren en experimenteren. Vanuit de theorie slaagde men erin bijzondere gevallen van waterstromen en getijdenbeweging zo vereenvoudigd te beschrijven dat eraan gerekend kon worden. Een derde brug tussen theorie en praktijk werd geslagen waar men inzichten leende uit andere gebieden van de techniek.

De leer van de elektriciteit was geformuleerd met een beroep op de metafoor van water: stroom. Begin twintigste eeuw deden de hydraulici omgekeerd een veel concreter beroep op de elektriciteitstheorie om waterstromen te beschrijven: met elektrische analogons. Het meten van de stroom in een circuitje met weerstanden en condensatoren gaf een redelijke voorspelling van het stromen van water in rivieren.

In de twintigste eeuw, en dan vooral vanaf 1920, leverden de Nederlandse hydrodynamici en hydraulici aanzienlijke bijdragen aan deze ontwikkelingen. In het kader van de Zuiderzeewerken en later de Deltawerken werden problemen zo urgent dat langs alledrie de aangeduide routes verbindingen werden

gezocht tussen theorie en praktijk. We schetsen in het eerste deel van dit artikel de ontwikkeling in Nederland van 1920, rond het begin van het Zuiderzeewerken-onderzoek met de Staatscommissie Lorentz, tot 1960 toen die verschillende routes bijeenkwamen in de klapclub. In het tweede deel laten we zien hoe, mede onder invloed van de computer, verrassende ontwikkelingen inzetten met een nieuw type rekenmodellen. Het rekenen breidde zich uit tot stochastische benaderingen en de modellen kregen zo'n brede definitie dat er ook sociale en bestuurlijke aspecten in konden worden meegenomen.

Zuiderzee en Delta

Na een lobby van decennia kon ir. C. Lely als minister van Waterstaat op 14 juni 1918 de *Wet tot afsluiting en droogmaking van de Zuiderzee* door het parlement loodsen. De gevolgen van de aanleg van een afsluitdijk voor de hoogwaterstanden hadden in de debatten van de voorafgaande jaren telkens een bijkomstige rol gespeeld, maar vormden toch een vraagstuk van zo groot belang dat Lely bij de behandeling van het wetsontwerp een onderzoek toezegde. Drie weken later, op 4 juli 1918, stelde hij de Staatscommissie Zuiderzee in, naar haar voorzitter ook wel Staatscommissie Lorentz genoemd. Hier begon een toegepast hydrodynamisch onderzoek, dat op zichzelf al 8 jaar zou duren en de aanzet vormde tot een brede stroom van research waarin zich verschillende tradities zouden ontwikkelen.

Nobelprijswinnaar H.A. Lorentz verleende de commissie niet alleen een onvergankelijk gezag, hij gaf ook actief leiding aan het onderzoek, dat in hoofdzaak door en onder leiding van ir. J.Th. Thijsse werd uitgevoerd. De suggesties en hypothesen uit het debat werden onder hun handen serieuze onderwerpen van onderzoek. Het denkbeeld dat hoogwaterstanden hoger zouden worden, speciaal bij stormvloed, was door de betrokkenen aanvaard. Hoe groot de verhoging zou zijn en hoe die berekend kon worden, daarover bestonden slechts suggesties.

"Toen wij in 1918 [...] van de Regeering de opdracht kregen om het probleem van den invloed van de afsluiting der Zuiderzee op de waterstanden bij stormvloed te bestudeeren, ben ik persoonlijk daarvoor wel wat teruggeschrikt. Ik moet eerlijk verklaren, dat

ik er erg tegen opzag, want een physicus is niet gewoon aan problemen met zulke mate van ingewikkeldheid en met zoo weinig vaststaande gegevens."

Bij terugblik was Lorentz hier al te bescheiden over zijn competenties. In feite had zijn visie het onderzoek gedomineerd met een benadering die vanuit de theorie neerdaalde op de praktijk door vereenvoudigingen aan te brengen en pas op het laatste moment de specifieke omstandigheden in aanmerking te nemen. Over het uitgangspunt bestond geen compromis, de waarheid volgens de theorie; de com-

De paradox van d'Alembert

Voor rotatievrije, wrijvingsloze stroming om een cylinder geldt een potentiaal

$$\phi(r, \theta) = U \cos \theta \left(r + \frac{a^2}{r} \right),$$

waarin (r, θ) cylindercoördinaten ten opzichte van de as van de cylinder zijn, U de aanstroomsnelheid en a de straal van de cylinder. De stroomsnelheid (u, v) wordt dan gegeven door

$$(u, v) = \nabla \phi.$$

De druk die op de cylinderwand wordt uitgeoefend kan hieruit worden afgeleid:

$$p(\theta) = \frac{1}{2} U^2 \sin^2 \theta.$$

De totale drukkracht op de cylinder wordt gevonden door integratie van de horizontale en verticale componenten van de drukkracht, bijvoorbeeld

$$F_x = \int_0^{2\pi} p a \cos \theta d\theta = 0.$$

Dit staat bekend als de paradox van d'Alembert: een lichaam in een (potentiaal)stroming zou een nettokracht van 0 ondervinden. Dit is ook te zien aan het symmetrische karakter van potentiaal en drukverdeling.

In werkelijkheid ziet het stroombeeld er heel anders uit: de stroming laat los en wordt sterk asymmetrisch. Ook de druk 'voor' en 'achter' wordt verschillend waardoor er wel degelijk een netto drukkracht ontstaat.

1 Lorentz in beraadslaging bij [28]. H.A. Lorentz die in 1902 samen met P. Zeeman de Nobelprijs voor de Natuurkunde had gekregen, was internationaal een zeer vooraanstaand wetenschapper. In Nederland was hij onder meer voorzitter van de Afdeling wis- en natuurkunde van KNAW van 1910 tot 1921. In de richting van de techniek bewoog hij zich reeds als voorzitter van de Wetenschappelijke Commissie van Advies en Onderzoek in het Belang van Volkswelvaart en Weerbaarheid, 1918, de voorloper van de Commissie Went die TNO voorbereidde. Zie [18]

Lorentz linearisering

De wrijving tussen water en bodem hangt niet-lineair af van de stroomsnelheid u . Linearisering was niet zonder meer mogelijk, omdat er geen sprake was van een kleine variatie rondom een gemiddelde toestand, maar, integendeel, een grote (getij)variatie gesuperponeerd op een kleine gemiddelde stroming. Lorentz kwam met het idee van middeling (pas veel later herontdekt en goed gemotiveerd): hij verving de kwadratische bodemwrijving door een lineaire die *gemiddeld over een getijperiode* evenveel energie zou dissiperen.

kwadratisch: $\tau = \rho c_f u^2$

lineair: $\tau = \rho k u$

waarin

τ = schuifspanning

ρ = dichtheid van water

u = stroomsnelheid

c_f = wrijvingscoëfficiënt (dimensieloos)

k = effectieve lineaire wrijvingscoëfficiënt

De coëfficiënt k wordt zodanig bepaald dat de verrichte arbeid gedurende een periode T voor beide gelijk is:

$$\int_0^T \tau u dt = \int_0^T \rho c_f u^2 |u| dt$$

$$= \int_0^T \rho k u^2 dt.$$

Nemen we hierin $u = u_0 + u_1 \sin(2\pi t/T)$, dan kan k worden bepaald. Let wel dat deze een functie is van de vooralsnog onbekende u_0 en u_1 , zodat er een iteratie moet worden toegepast.

promissen werden gesloten in het benaderen van de werkelijkheid, approximatie. Andere benaderingen kwamen in, en onmiddellijk aansluitend op, het werk van de Staatscommissie Lorentz tot ontwikkeling, maar stonden aanvankelijk op het tweede plan.

De methode van Lorentz

Uit het debat over de waterstanden waren drie methoden naar voren gekomen, drie benaderingen om de waterstanden zo te beschrijven dat er ook over de situatie na afsluiting iets zinnigs te zeggen zou zijn. De derde methode, de methode van Kooper, werkte Thijssse uit met adviezen van zijn voorzitter tot de methode van Lorentz ([28], p. 7). De eerste ba-

sale vereenvoudiging van deze methode bestond erin de Waddenzee en Zuiderzee voor te stellen als een netwerk van geulen waardoor de getijstroming kon binnendringen. Voor de stroming in een geul bestond een hydrodynamische theorie. Lorentz greep voor de wiskundige theorie terug op Saint-Venant (eendimensionale stromingsvergelijkingen) en Riemann (quasi-lineaire stelsels partiële differentiaalvergelijkingen). Het tweede essentiële punt was de vervanging van de kwadratische hydrodynamische wrijving door een lineaire.

Zo rekenden Thijssse en Lorentz toch alsof de weerstand evenredig was met de snelheid: "Het blijkt dat, wanneer men in elke geul k maar de juiste waarde geeft, de uitkomst in het algemeen aan de werkelijkheid beantwoordt." De periodieke stroming in het kanalenetwerk werd nu in analogie met elektrische netwerken bepaald door iteratief correcties aan te brengen in 'stroomkringen', een methode die later door Hardy-Cross [7] is generaliseerd tot niet-lineaire situaties, met name voor mechanische vakwerken. De berekeningen van de staatscommissie Lorentz werden op mechanische rekenmachines uitgevoerd door Thijssse en zijn mensen². Vóór de afsluiting werd de getijgolf sterk gedempt, maar bij afsluiting zou de lengte van het gebied in de buurt komen van 1/4 golflengte, hetgeen de ideale lengte is voor resonantie en daardoor een grote versterking van het getijde-effect. De (uiteraard later verzamelde) waarnemingen ná afsluiting bevestigen dit. Behalve dit inzicht hebben de berekeningen ook een rechtstreekse invloed op het ontwerp van de Afsluitdijk gehad. Oorspronkelijk was het plan, de dam te laten lopen van Den Oever naar Piaam, maar de berekeningen wezen uit dat de vergroting van de amplitude zou afnemen naarmate men de dijk aan de Friese kant noordelijker zou leggen. De ingenieurs van de Dienst Zuiderzeewerken vreesden dat de dijk gemakkelijk zou verzakken in de veengronden in de Zuiderzeebodem voor Piaam en Makkum. Nu er deze overweging van de Staatscommissie bij kwam was het pleit gauw beslecht en besloot men tot een draaiing van het tracé, van Den Oever richting Zürich ([21], p. 42). Om uit dit alles te bepalen hoe hoog de Afsluitdijk moest worden en hoeveel de Friese en Noordhollandse dijken verhoogd moesten worden, hield de commissie rekening met een onzekerheidsmarge van 20% in haar metingen en berekeningen. Er werd niet voluit

Dimensieloze kentallen

Het getal van Froude: $F = \frac{U}{\sqrt{gH}}$

Het getal van Reynolds: $Re = \frac{UH}{\nu}$

Het getal van Mach: $Ma = \frac{U}{c}$

met U = stroomsnelheid, g = zwaartekracht, H = waterdiepte, ν = viscositeit en c = geluidssnelheid.

een waarschijnlijkheidstheoretische overweging en berekening op losgelaten, maar veel eerder een redenering voor de zekerheid aan toegevoegd.

Karlsruhe: schaalmodellen

In de details van de Afsluitdijk boden de theoretische berekeningen geen uitsluitsel. Men kon bijvoorbeeld gegeven de maximale stroomsnelheid in de sluitgaten nog berekenen hoe zwaar de stenen moesten zijn om niet meegesleurd te worden, maar andere vragen waren zo overzichtelijk niet. Hoe de sluisen aangelegd moesten worden, welke capaciteit de sluisen moesten hebben, welk profiel van dijk het gunstigst was tijdens de werkzaamheden, al dergelijke vragen behoeften een andere aanpak. Voor een deel voorzag de ingenieurservaring van de waterstaatsmensen hierin, voor een ander deel stond men voor kunstwerken van een nog niet vertoonde omvang. In opdracht van de Staatscommissie verrichtte het *Flussbaulaboratorium* van Th. Rehbock in Karlsruhe van 1922 tot 1925 experimenten aan schaalmodellen, vooral modellen van de sluisen [23].



J.Th. Thijssse

² Over het rekenwerk zie [13], [12]. Kox suggereert dat Lorentz zelf al het (reken)werk uitvoerde [18], maar Lorentz vertelt zelf dat hij het na één poging, waarin bleek dat hij telkens vergissingen maakte, weer aan de ingenieurs overliet [28]



J. van Veen

Aan het eind van de 19e en in het begin van de 20e eeuw werd op allerlei gebieden onderzoek aan schaalmodellen ingevoerd. Wetenschappers als Froude, Reynolds en Mach leidden regels af, waaraan die modellen moeten voldoen om bepaalde verschijnselen goed weer te kunnen geven. Dergelijke regels komen erop neer dat bepaalde dimensieloze kentallen in model en werkelijkheid gelijk moeten zijn, afhankelijk van de vraag welk verschijnsel men wil weergeven. Het is in het algemeen niet mogelijk om alle facetten van de werkelijkheid tegelijk op verkleinde schaal weer te geven anders dan op schaal 1 (dat wil zeggen in de werkelijkheid zelf). Er moet dus altijd water bij de wijn worden gedaan, ook een schaalmodel is een vereenvoudigd model. In vele gevallen zijn die schaalregels af te leiden uit een wiskundige formulering van de verschijnselen. Ook met dit schaalmodelonderzoek, dat meer wortelde in de ingenieurspraktijk dan in de theorie, maakte de staatscommissie Lorentz dus een aanvang op het gebied van de waterbouw in Nederland.

In 1926 bracht de commissie rapport uit [33]. De inhoudelijke aanbevelingen konden onmiddellijk opgenomen worden in de werkzaamheden van de in 1919 opgerichte Dienst der Zuiderzeewerken — Thijssse en zijn mensen waren ook bij deze dienst aangesteld. Lorentz beval bovendien aan om het onderzoek dat hier zo voortvarend was gestart, voort te zetten. Dat gebeurde ook, en wel op verschillende plaatsen, zij het juist niet in de richting van Lorentz' toegepast-theoretische aanpak.

Thijssse stortte zich met een vuur alsof hij nooit meer een rekenmachine wilde aanraken op het schaalmodellenonderzoek naar het voorbeeld van Karlsruhe. Hij kreeg in 1926 de gelegenheid zich te oriënteren op de mogelijkheden van modelonderzoek en in 1927 begonnen in Delft de werkzaamheden van het Waterbouwkundig Laboratorium onder zijn leiding. Reeds vanaf 1919 was er gedebatteerd over de oprichting van een waterloopkundig laboratorium in Delft en in de tuin van een van de gebouwen van Rijkswaterstaat in Den Haag had men al modelproeven gedaan om het verschijnsel golfoploop te onderzoeken. In 1927 begon het dus serieus. Ondanks een behoedzaam begin groeide dit instituut tot een van de toonaangevende laboratoria in de wereld. Thijssse bleef behoedzaam in dienst bij Zuiderzeewerken, gedetacheerd bij het laboratorium tot de formele oprichting van het Waterloopkundig Laboratorium in 1933. Het laboratorium heette aanvankelijk waterbouwkundig laboratorium. In 1933 kwam er een stichting Waterbouwkundig Laboratorium waaronder het Waterloopkundig Lab ressorteerde en vanaf 1934 ook het Laboratorium voor Grondmechanica [10], [22]. Men werkte er liever met water dan met wiskunde. Absolute hoogtijdagen beleefde het Waterloopkundig Laboratorium ten tijde van de Deltawerken in de jaren 1950 en 1960, toen in een groot schaalmodel van de Zeeuwse en Zuidhollandse eilanden iedere beweging, iedere afsluiting en iedere variant op een afsluiting werd uitgetoetst met zand en water.

Analogons

Ook Rijkswaterstaat zelf entameerde onderzoek. De vorming in 1929 van de *Studiedienst van de Zeearmen, Benedenrivieren en Kusten* van Rijkswaterstaat had weliswaar een andere achtergrond dan de Staatscommissie Lorentz, het succes van deze commissie maakte het de minister van Waterstaat ongetwijfeld gemakkelijker zo'n studiedienst in te stellen "ter verkrijging van volledig inzicht in het mechanisme van de getijwateren". Binnen de studiedienst begon ir. Johan van Veen in 1929 met onderzoek naar verzanding en zandverplaatsing, maar al spoedig verbreedde de aandacht zich naar getijbeweging, zandhuishouding en bedijking. Van Veen ontwikkelde een eigen rekenmethode die hem tot de man van de elektrische analogons zou maken. Dat we elektriciteit als 'stroom' aanduiden heeft zijn oorsprong in de vloeistof-metafoor voor dit eertijds relatief onbekende verschijnsel. Nu kon men natuurlijk de metafoor in omgekeerde richting bewandelen en dit liet zich zelfs concretiseren tot het gebruik van elektrische circuits om waterstromen te beschrijven. In plaats van zich rekenwerk op de hals te halen, mat men aan een plaatsvervangend materiaal. Klassiek geworden is het gebruik van elektrisch geleidend papier als analogie voor grondwaterstroming voor tweedimensionale stromingstoestanden in een homogeen grondpakket. De analogie is erop gebaseerd dat we aannemen dat beide processen zich laten beschrijven met een potentiaal (Laplace)vergelijking. Zodra er complicaties



Het Waterloopkundig Laboratorium was aanvankelijk midden in Delft gevestigd. Hier tussen de achtertuintjes het model van de benedenrivieren.

optreden in de vorm van driedimensionale effecten of een vrije waterspiegel, moeten echter trucs worden toegepast. Een andere aanpak is een netwerk van weerstanden en eventueel condensatoren, gebaseerd op een *discretisatie* van de potentiaalvergelijking, toegepast op eindige onderdelen van de vloeistof. Eigenlijk praten we dan al over voorbodes van de analoge computer.

Van Veen begon echter niet met het bouwen van elektrische circuits. De vergelijkingen die hij had opgesteld voor een praktisch vraagstuk³ waren verwant aan de vergelijkingen voor elektrische stroom en lieten zich eenvoudig oplossen. Omdat dit een nieuwe, mogelijk minder nauwkeurige, aanpak was, kreeg J.P. Mazure, ingenieur bij de Zuiderzeewerken, het verzoek een controleberekening uit te voeren volgens een variant van de methode van Lorentz. De uitkomsten verschilden en binnenskamers ontspan zich een discussie over de juistheid van de methoden.

In 1934 trok de Studiedienst van de Zee-armen, Benedenrivieren en Kusten zelf een wiskundige, J.J. Dronkers, aan om de lijn van Lorentz voort te zetten. Dronkers was degene die inhoudelijk de draad van de Staatscommissie Zuiderzee weer oppakte en de formules van Lorentz aanpaste voor de situatie in de benedenrivieren, waar niet alleen het tij maar ook de rivierafvoer een rol speelt, en uitwerkte tot rekenschema's. Dronkers kreeg in de jaren dertig de ruimte om een groep rekenaars op te bouwen. Zijn aanpak was, geheel in de lijn van Lorentz' 'exacte methode', wezenlijk anders dan die van zijn chef Van Veen. Wonderlijk was dat zijn wiskundige aanpak die zeer veel rekentijd vergde en slechts mondjesmaat resultaat opleverde, in deze ingenieursomgeving als de juiste gold. In een omgeving waar het mathematisch zijn van een aanpak niet op zichzelf het overtuigende argument was, moet het gezag van Lorentz een belangrijke rol hebben gespeeld. Van Veen werkte zijn 'elektrische methode' verder uit, gebruikte hem in de loop van de jaren 1930 voor verschillende berekeningen [30] en bouwde in de oorlogsjaren, in 1944, zelfs een eenvoudig elektrisch analogon [31]. Na de oorlog voerden Van Veen en Dronkers een heftig debat, ditmaal een publiek debat tussen chef en ondergeschikte in het tijdschrift *De Ingenieur*. Beiden bleven bij hun standpunt en volhardden in hun werkwijze.



De DELTAR, de analoge rekenautomaat voor de Deltawerken.

DELTAR

In zijn elektrische model stelde Van Veen discrete riviersecties voor door elektrische netwerken bestaande uit weerstanden, condensators en zelfinducties. In feite werd hierin een differentiebenadering van de hydrodynamische vergelijkingen opgelost. Getijstroming werd gesimuleerd door hoogfrequent wisselstroom [26]. Aanvankelijk stelde Van Veen de wrijving voor als een lineair van de stroming afhankelijk verschijnsel, overeenkomstig de linearisering van Lorentz. In de volgende versie van het analogon introduceerde zijn medewerker Schönfeld niet-lineaire weerstandselementen, die het echter nog steeds niet mogelijk maakten om het werkelijke, waterstand-afhankelijke verloop van weerstand te beschrijven.

Om dit laatste te bereiken gebruikten Van Veen en Schönfeld uiteindelijk mechanische componenten, die wel weer de snelheid van de simulatie ernstig beperkten. Zo kwam in 1954 een groter elektrisch analogon gereed. De ontwikkeling culmineerde in de DELTAR, een analoge rekenautomaat gebouwd voor de Deltadienst van Rijkswaterstaat door de Technisch Fysische Dienst (TNO/TH). De DELTAR simuleerde 120 riviersecties en was in gebruik van begin jaren 1960 tot 1982 voor praktische toepassingen in het Deltagebied, met name voor diverse afsluitingen.

Cassandra

Van Veen liet voor zijn onderzoek in de jaren dertig metingen verrichten aan waterstromen in de Waddenzee en in de Zeeuwse wateren. Hij stelde daarbij vast dat het met de dijken in de bestudeerde wateren bepaald slecht gesteld was. Als een Cassandra, zoals hij het zelf observeerde,⁴ waarschuwde hij dat de dijken te laag zouden blijken, zodra er een werkelijk grote storm zou opsteken. Zijn alarmberichten leidden tot de instelling van een Stormvloedcommissie in 1939 en het in studie nemen, na de Tweede Wereldoorlog, van een drie-eilanden en een vijf-eilandenplan. In 1947 besloot deze commissie zelfs een schaalmodel van het hele Deltagebied te laten aanleggen door het Waterloopkundig Laboratorium. Na de watersnoodramp van 1953 stond men hier dus onmiddellijk klaar om een Deltaplan te formuleren en uit te voeren. Van Veen is vanwege die vooruitziende blik wel de vader van het Deltaplan genoemd. Het was inderdaad zijn idee, en hij werd ook secretaris van de op 18 februari 1953 ingestelde Deltacommissie, maar wat onderzoek betreft sponnen vooral Thijsse en het Waterloopkundig Laboratorium er garen bij. Zo moest Cassandra het aan de ene kant afleggen tegen het gezag van het rekenwerk van Dronkers, aan de andere kant tegen de invloedrijke Thijsse en zijn ingenieurs.

³ Het vraagstuk betrof het nooit aangelegde Koedoodkanaal, verbinding tussen Oude en Nieuwe Maas. Dit voorbeeld en de discussie tussen Van Veen en Dronkers is elders spannend beschreven [12], [13]

⁴ J. van Veen schreef in de oorlogsjaren op verzoek van J.A. Ringers een historisch overzicht. Naar eigen zeggen begon hij vanaf 1937 publiek lucht te geven aan zijn waarschuwingen: [32]



De Delta-commissie bij haar installatie in februari 1953. Op de eerste rij geheel links J. van Veen, geheel rechts J.A. Ringers en J.Th. Thijsse.

Deltadienst

Voor de uitvoering van de Deltawerken formeerde Rijkswaterstaat de Deltadienst en daarin werd het onderzoek van de Studiedienst Benedenrivieren ingelijfd: in de afdeling Waterloopkundig Onderzoek. H.A. Ferguson, afkomstig van die studiedienst, werd in 1955 hoofd van de afdeling Waterloopkundig Onderzoek. Hij had in 1945, bij de droogmaking van Walcheren, en in 1953, bij het sluiten van de Zeeuwse dijken, ervaren hoe wezenlijk de getijdenberekeningen van Dronkers en het schaalmodellenonderzoek van Thijsse elkaar aanvulden en hoe nodig het was tussen deze theoretische onderzoekingen en het harde werk in de praktijk te bemiddelen.

“Bij de Deltawerken meenden wij in deze leemte te moeten voorzien en ervoor te moeten zorgen dat we ook zelf binnen de dienst over een team van deskundigen zouden kunnen beschikken, dat als trait d’union zou fungeren tussen de modellenwereld en de werkelijkheid op de werken.”

Ferguson stelde zich voor bij ieder project een ingenieur aan te stellen als tolk tussen theorie en praktijk:

“Deze pragmatische oplossing die nog uitging van het idee dat een ingenieur van vele markten thuis moet zijn, hield er echter onvoldoende rekening mee, dat de waterloopkunde zich juist in die tijd aan het ontwikkelen was van een algemene, nog aanschouwelijke wetenschap tot een conglomeraat van zich krachtig ontwikkelende specialismen, elk gericht op één onderdeel, zoals golven, stromingen, sedimenttransport en getijden.” ([14], p. 58)

Deze specialismen waren, het behoeft weinig

toelichting, sterk wiskundig getoonzet. De samenwerking in multidisciplinaire teams was kenmerkend voor de veranderende stijl van wetenschapsbeoefening in de jaren vijftig. Het wiskundig modelleren, dat hier ten volle doordrong, vroeg ook een pragmatischer aanpak dan de vroegere compromisloze werkelijkheidsapproximatie. Ferguson ervoer dit als een generatiewisseling.

“Tegenwoordig komt het samenwerken van een zo uiteenlopend gezelschap vaker voor, maar in de jaren vijftig was dit nog een betrekkelijk nieuwe ervaring. In de ingenieurswereld voerden toen bovendien nog tal van oudere gerenommeerde figuren de boventoon; zij waren nog gewend aan individueel optreden en persoonlijk domineren; zij voegden zich niet gemakkelijk in projectteams. We bevonden ons bij dit ontwerp op de grens tussen een oude en een nieuwe tijd, en we waren nog op zoek naar

een nieuwe weg. Dit aspect kreeg wellicht nog extra reliëf doordat bij dit project verscheidene bijzonder markante figuren elkaar ontmoetten, zowel van de oude als van de nieuwe stijl. Zo waren daar Eggink, Jansen en Thijsse van de oude garde, en Bischoff, Blokland, Bijker, Kuiper en Van de Velde, die men tot de jongeren mocht rekenen.” ([14], p. 62)

Het project waar Ferguson in deze laatste passage in het bijzonder op doelde, was het ontwerp van de Haringvlietsluizen, het spectaculaire Deltamonument, waar elk van de Rijkswaterstaatsdirecties graag zijn stempel op zou drukken. In het perspectief van de jaren vijftig, toen er nog geen twijfel was aan de afsluiting van de Oosterschelde, gold immers deze open beveiliging van het Haringvliet als het technisch meest spectaculaire kunstwerk.

De klapclub

De Deltawerken zorgden voor een sfeer van alle hens aan dek. Na de ramp van 1953 was er overigens van concurrentie nauwelijks sprake, hooguit van een competentiestrijd. Alle onderzoek was nodig en alle beschikbare deskundigheid werd ingeschakeld. Zo verwierf ook het Mathematisch Centrum (MC) in Amsterdam een aanzienlijke opdracht van de Deltacommissie, vanuit het MC gezien meteen de grootste klus in zijn bestaan [5]. Van al die Rijkswaterstaatsdirecties was het de Deltadienst — onder directeur Jansen — die het voortouw had bij het ontwerp van de Haringvlietsluizen.

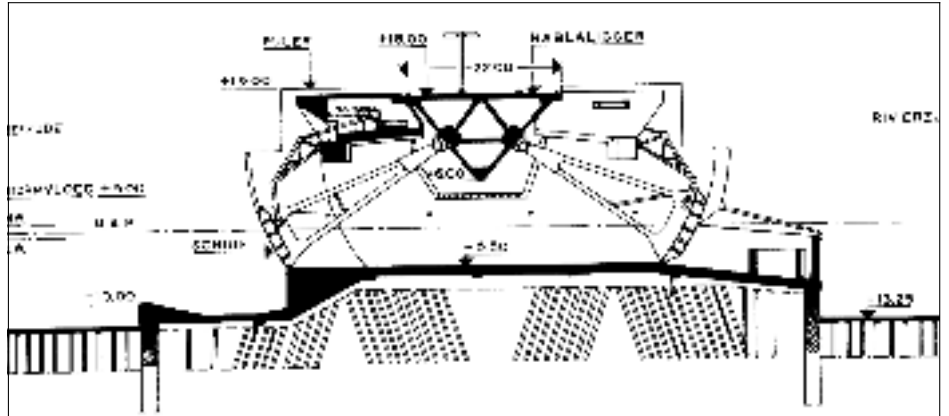
Hier wilden al die ‘markante figuren’ bij betrokken zijn. Een van Fergusons multidisciplinaire teams onder leiding van genoemde Bischoff, ir. W.C. Bischoff van Heems-



Een zeer vroege voorloper van het klapclub-onderzoek. Rijkswaterstaat bouwde in 1920 in de tuin van een van haar Haagse gebouwen een modelgoot om de golfploop te meten.

kerck, nam de golfoploop in beschouwing. Het team bestudeerde het 'dynamisch gedrag van de Haringvlietsluizen'. De spuisluizen kregen een bijzondere constructie om kleine schepen en eventueel ijs door te kunnen laten: een niet eerder beproefde constructie met grote stalen schuiven opgehangen aan een driehoekige betonconstructie, de 'nabla-ligger'. Deze constructie moest bestand zijn tegen de klappen van de oplopende golven en omdat golven een snel veranderend verschijnsel zijn kon de studie niet volstaan met statische berekeningen van een eenmalig uitgeoefende kracht, maar vereiste ze een dynamische beschouwingswijze. Zou de nabla-ligger bestand zijn tegen herhaalde klappen, dat was de vraag. Daarom heette dit team in de wandeling de 'klapclub'. P.Ph. Jansen, directeur van de Deltadienst, deed mee. W.J. van der Eb van de directie Bruggen (van Rijkswaterstaat) droeg bij door, met de hand, de eigenfuncties van de betonconstructies te berekenen. De uitkomsten van zijn eigen werk waren veel te globaal om echt iets bij te zetten, maar als waar teamlid haalde hij de fouten uit het werk van de anderen. F.K. Ligtenberg van het TNO-Laboratorium voor Experimenteel Spanningsonderzoek bestudeerde elastisch-hydraulische modellen. P. Kolkman van het Waterloopkundig Laboratorium bouwde in samenwerking met Rijkswaterstaat een schaalmodel van de stalen schuif. Men beproefde modellen in de windgolfgoot. J.C. Schönfeld rekende eraan met een elektrisch analogon. Vanuit het Mathematisch Centrum droegen A. van Wijngaarden en J. Zonneveld bij met berekeningen die deels op de computer werden uitgevoerd.

Men werkte eendrachtig en in wederzijds respect samen. Er waren wel kleine wrijvingen; zo konden de ingenieurs van de directie Bruggen er maar moeilijk toe gebracht worden om hun schuif niet te sterk te maken, opdat de liggers het — volgens voorschrift — in een storm niet eerder zouden begeven dan de schuiven. De klapclub stelde zich met zoveel woorden ten doel de verschillende reken- en modelleerbenaderingen te vergelijken. De eerder geschetste tradities kwamen inderdaad samen, het mathematisch rekenwerk van het MC, het schaalmodel van het WL, het analoog rekenen van Rijkswaterstaat en de wiskundige modellen van TNO. Ondanks al het goede en enthousiaste werk kwam het niet tot een synthese. Iedereen was ook te laat klaar. Het werk moest vanwege de noodzakelijke voortgang van de Deltawerken aanbesteed worden eer de klapclub in 1962 zijn onderzoeken voltooide. Tot een echte eva-



Schema van het ontwerp van de Haringvlietsluizen. In het midden de nabla-ligger (genoemd naar de karakteristieke ∇ -vorm), daaraan opgehangen de schuiven.

luatie kwam het dus ook niet. Een concurrentiestrijd van 40 jaar, sinds de Staatscommissie Lorentz, eindigde zonder winnaar of verliezer.

Wiskundig modelleren

Het rekenen aan praktische fysische verschijnselen was inmiddels in andere gebieden met kracht ter hand genomen. Beroemd of berucht is de numerieke weersvoorspelling van Richardson [24], waarvoor hij de berekeningen uitvoerde met potlood op stukjes papier terwijl hij in de Eerste Wereldoorlog als hospitaalsoldaat achter de linies in Frankrijk lag. Zijn voorspelling, eigenlijk een 'naspelling', hindcast, was een daverende mislukking omdat hij — achteraf gezien — van een te onnauwkeurige begintoestand uitging (zie [35]). Richardson is in de wiskunde trouwens in meerdere opzichten bekend (inderdaad, de Richardson extrapolatie). Von Neumann heeft na 1945 Richardsons werk opgepakt en met behulp van de computer de eerste realistische weersvoorspelling gemaakt [6], [3]. Hansen, en in Nederland onder anderen Lauwerier en Leendertse, hebben zich in deze richting door meteorologische problemen laten inspireren [16]. Een ander voorbeeld van hard rekenwerk aan fysische verschijnselen is dat van Thom [29] die met de hand de laminaire stroming rond een cylinder uitrekende op basis van de Navier-Stokes vergelijkingen: het probleem van d'Alembert dus, maar nu goed. Tot in de jaren zestig zijn er voorbeelden geweest van dergelijk monnikenwerk, bijvoorbeeld een berekening van stroming in de kanalen van een Gronings waterschap, waaraan één man een half jaar fulltime gewerkt heeft. Met behulp van rekenlinealen en (electro)mechanische tafelrekenmachines werden dergelijke berekeningen tot ver na de Tweede Wereldoorlog uitgevoerd, in Nederland door groepen bestaande uit 5

tot 10 rekenaar(ster)s: de meisjes van Van Wijngaarden op het MC, de rekenaars van Dronkers bij Rijkswaterstaat en die onder leiding van Benthem en Burgerhout bij het Nationaal Luchtvaart Laboratorium (NLL).

In 1960 werd J.Th. Thijsse als directeur van het Waterloopkundig Laboratorium opgevolgd door H.J. Schoemaker. Het WL was steeds het bolwerk van schaalmodellen geweest. De mathematische benadering liet men over aan de mensen van Rijkswaterstaat, in het bijzonder aan Dronkers en zijn groep. Schoemaker had in de jaren vijftig, net als Ferguson, de groei van de sterk wiskundige specialismen in de waterbouw opgemerkt en verbond consequenties aan het groeiend succes van de rekenende benadering. Dat succes had natuurlijk veel te danken aan de beschikbaarheid van de eerste rekenautomaten. Waar men voorheen — om überhaupt binnen de tijd van een mensenleven tot resultaat te komen — moest vereenvoudigen en afknotten tot er een nauwelijks meer realistisch resultaat overbleef, was men nu in staat tot veel uitgebreider berekeningen waarin niet op voorhand iedere kwadratische term geschrapt hoefde te worden. De specialisten waren beperkter, omdat ze de vraagstellingen nog maar onder één of enkele aspecten beschouwden, ze waren ook flexibeler dankzij de pragmatische stijl van wiskundig modelleren. De getijmodelleerders en de betonmodelleerders konden gemakkelijker met elkaar overweg door zich te realiseren dat ze geen van beiden de waarheid in pacht hadden, maar ieder in een team iets bijdroegen. Misschien was dat de grootste betekenis van de klapclub. Het was een tendens in de wetenschap die in Delft ook zichtbaar werd in de wiskundig ingenieursopleiding, door R. Timman vormgegeven, gestart in 1956, en in de zogenaamde theoretische afstudeerrichtingen bij de andere oplei-



Schaalmodel van de Haringvlietsluizen in het Waterloopkundig Laboratorium in De Voorst. De ingenieur zit op het model van de nabla-ligger.

dingen. Rond diezelfde tijd waren er dus afgestudeerde wiskundig ingenieurs, wiskundig modelleerders van nature, beschikbaar. Toen Schoemaker eenmaal directeur was geworden van het Waterloopkundig Laboratorium zette hij in bescheiden omvang in op wiskundig onderzoek, wiskundig modelleren, naast de schaalmodellen die nog immer de hoofdstroom vormden.

Mekong

De revolutie op dit terrein kwam echter van buiten. De UNESCO had een groot plan ontwikkeld om het water in de delta van de Mekongrivier het gedeelte in Vietnam en Cambodja beter te beheersen. Dit zou mogelijk worden door het meer Tonle Sap in Cambodja als opslagreservoir te gebruiken. Het doel was zowel overstromingen te voorkomen als de voedselproductie te verhogen. Een aanzienlijke opschudding ontstond in de waterloopkundige wereld toen UNESCO de opdracht om

dit project met een onderzoek voor te bereiden, niet gunde aan een van de bekende schaalmodellenlaboratoria, maar aan het Franse Sogréah in Grenoble, dat een wiskundig model had aangeboden. Het is later beschreven door Zanobetti en Lorgéré [40]. De opzet was, al of niet bewust, in hoge mate verwant aan die van Lorentz: het gebied werd in vakjes verdeeld op basis van lokale kenmerken zoals dijken of wegen, onderling verbonden door kanaaltjes en stuwen. Men kan zich ongezien voorstellen hoe de natuurlijke situatie van rijstvelden en dijkes uitnodigt tot deze opzet. De vergelijkingen werden niet harmonisch maar door tijdintegratie opgelost. De ordening van de vakjes werd zo gekozen dat een groot blok-tridiagonaal stelsel ontstond, dat in iedere tijdstap met het bekende Thomas algoritme werd opgelost, een opvallend moderne aanpak. Sogréah schafte speciaal met het oog op dit project een computer aan, een IBM 704 — toen een van de krachtigste 'grote rekenmachines'. Het Mekong-model is tot voor kort in gebruik geweest, hoewel er van het oorspronkelijke idee niets is uitgevoerd door de politieke lotgevallen van Zuidoost-Azië.

Deze gebeurtenis gaf de stoot tot een wereldwijde heroriëntatie van de hydraulische laboratoria op wiskundige modeltechnieken, waarin de ideeën van Van Veen, Dronkers en Schönfeld direct of indirect alsnog hun erkenning kregen. Hun rekenwerk aan vereenvoudigde, voor een groot deel gelineariseerd beschreven compartimenten van Zuidoostzee en benedenrivieren, kreeg in het Ton-

le Sap-project een vervolg dat — geïnspireerd door de Vietnamese werkelijkheid van natuurlijke compartimentering — wiskundig gezien heel dicht bij de eindige-elementenmethode kwam. De bijbehorende wiskundige modellen waren veel handzamer dan de eerdere benaderingen. In combinatie met de toegenomen rekenkracht van de computers leverde dit een succesvol voorbeeld van wiskundig modelleren op, een doorbraak in de civiele techniek. De waterloopkunde was met de doorbraak van het wiskundig modelleren relatief laat, later dan bijvoorbeeld de vliegtuigbouw, de meteorologie, de operations research of de mathematische statistiek. De doorbraak voltrok zich vervolgens snel en heden ten dage is de situatie vrijwel helemaal omgekeerd: de hydraulisch adviseurs werken grotendeels met wiskundige modellen tenzij dat door onbekendheid van de fysische processen echt niet mogelijk is. Schoemaker bleek met zijn inzet op de wiskunde een vooruitziende blik te hebben gehad.

Mathematisch Centrum

Uit de zijlijn had zich het wiskundig modelleren reeds aangekondigd in de waterbouw, namelijk in de bijdragen van het Mathematisch Centrum aan het advies van de Deltacommissie, maar het raakte nog niet de kern van die technische praktijk. In 1953 had het Centrum door alert initiatief van Van Dantzig en dankzij zijn goede connecties met Van Veen die secretaris van de Deltacommissie was geworden, een omvangrijk cluster van opdrachten van de commissie verworven [5], [39] waarin het wiskundig modelleren een essentiële rol speelde. De windgedreven stroming in de Noordzee werd aanvankelijk door Lauwerier en Van Dantzig analytisch benaderd in een reeks artikelen onder de noemer Het Noordzeeprobleem. Uiteindelijk werd toch de rechtstreekse numerieke aanpak gekozen [19]. Als modelleerexercitie maakte de economische behandeling de meeste indruk van dijkhoogte, economisch verlies, verlies aan mensenlevens en kosten van de investering in hun onderlinge relaties. Van Dantzig en Kriens betraden hier onbekend terrein en toch wisten ze er iets zinnigs over te zeggen [8]. Het bleven overigens adviezen van algemene strekking. Hoewel Hemelrijk vanuit het MC zijn *finest hour* beleefde, toen op grond van zijn mathematische statistische berekeningen [9] en overtuigingskracht de Deltahoogte voor de dijken een halve meter hoger werd gesteld dan de gevestigde ingenieurs nodig hadden geoordeeld, drong het wiskundig modelleren nog niet door tot het hart van de waterloopkunde.



De Haringvlietsluizen in de winter. De openingen moesten breed zijn — en daarom de nabla-ligger heel sterk — met het oog op eventuele ijsgang, maar die heeft zich in de praktijk nooit voorgedaan.

Stochastiek

Reeds in de 16e eeuw werd nagedacht over de hydraulische randvoorwaarden van dijken. Andries Vierlingh deed in 1570 de beroemde uitspraak "De meeste salicheit hangt aen de hoochte van eenen dijk" en formuleerde de randvoorwaarden van dijkontwerpen avant la lettre [34], [17]. De ontwikkeling van de probabilistiek in de waterloopkunde kwam tot stand door Amerikaanse onderzoekers in het begin van de 20e eeuw. In Nederland werd de statistiek van dijkhoogten in de dertiger jaren opgepakt door Begemann [4] en Wemelsfelder [38], ingenieurs van Rijkswaterstaat.

De bouw van de stormvloedkering in de Oosterschelde in de jaren zeventig en tachtig was wereldwijd een van de eerste grote projecten waarin het ontwerp op probabilistische leest geschoeid werd [20], [37]. Met enig pathos kan men zeggen dat hier aan de traditie van het hydraulisch werk van Daniel Bernoulli die van de kansrekening van zijn oom Johan Bernoulli werd toegevoegd. Hier ontmoetten de Laplace van de waarschijnlijkheidsrekening en dezelfde Laplace van de hemelmechanica en de getijden elkaar weer.

Scenario's

Van Dantzig had met zijn economisch beslissingsprobleem een eerste verkenning gewaagd op het terrein van de wisselwerking van modelleren en politiek. In 1974 leidde een omslag in het denken over de afsluiting van de Oosterschelde tot een regelrechte botsing tussen techniek en politiek. Dat was een van de eerste gevallen waarin naast veiligheid ook andere waarden zoals natuur, milieu en cultuurbezit een beslissende rol gingen spelen, een wezenlijk nieuwe aanpak. Eenmaal op het spoor van wiskundig modelleren — waarbij vooral in de economische beslissingsproblemen ook het politieke karakter naar voren kwam — zette men ook in de waterbouwkunde de stap naar het in de beschouwing betrekken van de politieke overwegingen. Realiseert men zich dat wiskundige modellen afgestemd zijn op deze of gene politieke doelstelling, dan komen de scenario's in het vizier. Zo traag als de waterbouw was geweest met de receptie van het wiskundig modelleren, zo vlot was ze met het scenariodenken. Daarin is een reflectiestap verder gezet. De verhouding tussen enerzijds technische en wetenschappelijke kennis en anderzijds politieke besluitvorming is zelf mede onderwerp van studie.

PAWN

Niet de veiligheid ten opzichte van de zee, niet de afvoer van rivierwater, maar het hele beheer van water in Nederland nam Rijkswaterstaat in 1976 tot onderwerp van een beleidsstudie. Het ging over veiligheid en scheepvaart, over regenval en droogte, over landbouw en economie. De Club van Rome had in 1969 de toon gezet met zijn wereldmodellen en scenario's. Rijkswaterstaat volgde en verstreekte een tweetal opdrachten in verband met de Oosterschelde, POLANO en BARCON. In 1976 volgde een grote zeer groots opgezette beleidsstudie, PAWN, Policy Analysis of Watermanagement in The Netherlands. PAWN was een opdracht aan de Amerikaanse RAND-corporation; RAND was de verzelfstandigde rekencentrum en OR-afdeling van het Amerikaanse leger. Van Nederlandse zijde deed ook het Waterloopkundig Laboratorium mee. Met een zeer uitgebreid en multidisciplinair team dat van de kant van Rijkswaterstaat onder leiding stond van J.W. Pulles, produceerde RAND een serie van twintig rapporten [15]. Nu was er niet alleen empoel voor ingenieurs en wiskundigen, maar ook voor sociologen en politicologen, milieudeskundigen en economen. Alles, inclusief het hele beleid van Nederland ten aanzien van het water, had zijn plaats gekregen in de modellen. De scenariostudies deden een enorme claim op de politiek en de besluitvormingsprocedures. De pretentie van alomvattendheid spat ervan af, ook voor wie na 25 jaar de verschillende deelstudies raadpleegt.

Epiloog

PAWN was het hoogtepunt en een voorlopig eindpunt van het ontwikkelen van steeds flexibeler theorieën, steeds pragmatischer wiskundige modellen en steeds rigouzeuzer rekenwerk. De alomvattende aanpak van PAWN is hier gebruikt maar ook weer verlaten. Wel is de integratie van technisch-fysische en socio-economische aspecten van beslissingsproblemen blijvend in de belangstelling blijven staan en wordt er hard aan gewerkt om deze op de 'juiste' wijze in wiskundige modellen te vangen.

Het gat tussen hydrodynamici en hydraulici, dat in de 19e eeuw is ontstaan en in het begin van de 20e waarschijnlijk alleen nog maar gegroeid, lijkt inmiddels wel gedicht te zijn. De inzet van computers heeft het mogelijk gemaakt ook de meer complete theorieën ook werkelijk toe te passen. Maar hoe goed moeten wij eigenlijk modelleren? Stevin [27] gaf daar al een antwoord op. De theorie is volgens hem volmaakt en de praktijk altijd beperkt. Hoever moeten we in de praktijk nu gaan in ons streven de perfectie van de theorie te benaderen:

"inde daet [praktijk] alwaermen deur nauwer toesicht de volcommenheyt der spiegheling [theorie] so na mach commen, alsde saecks einde tot smenschen ghebruyck vereyscht."

Met andere woorden: een model moet zo perfect als voor het doel dat men op dat moment dient, vereist is.



De Haringvlietsluizen in aanbouw met de nabla-ligger in beton.

De steeds toenemende reken capaciteit en geavanceerder mathematische schema's in de waterloopkunde voeden het vertrouwen dat hiermee de werkelijkheid in het vizier komt. Het is de vraag of dit correct is, aangezien

er inmiddels op allerlei gebieden grenzen aan de voorspelbaarheid zijn geconstateerd — denk maar aan de meteorologie. Bovendien, wat er gedaan wordt is simuleren van de werkelijkheid en in hoeverre begrijpen we

iets als we het kunnen simuleren? De oude vraag naar de wiskunde als model dan wel als benadering van de waarheid lijkt daardoor opnieuw actueel.

Literatuur

- 1 G. Alberts, *Wiskunde en praktijk in historisch perspectief*. CWI, Amsterdam, 1994
- 2 G. Alberts, *Jaren van berekening. Toepassingsgerichte initiatieven in de Nederlandse wiskunde-beoefening 1945–1960*. AUP, Amsterdam, 1998
- 3 W. Aspray, *John Von Neumann and the Origins of Modern Computing*, MIT Press, Cambridge (Mass.), 1990.
- 4 S.H.A. Begemann, 'Toepassing van de waarschijnlijkheidsleer op hydrologische waarnemingen', *De Waterstaatsingenieur*, januari 1931.
- 5 *Beschouwingen over stormvloed en getijbeweging*. Rapport Delta commissie Deel 3: Bijdragen II, Mathematisch Centrum. SDU, 's-Gravenhage, 1961.
- 6 J.G. Charney, R. Fjörtoft, J. von Neumann, 'Numerical integration of the barotropic vorticity equation', *Tellus* **2**, 1950, 237–254.
- 7 Hardy, Cross, 'Analysis of flow in networks of conduits or conductors', Univ. Illinois Eng. Exp. Station, Bull. 286, 1936.
- 8 D. van Dantzig, 'Econometric decision problems for flood prevention', *Econometrica*, **24**, 1956, 276–287.
- 9 D. van Dantzig, J. Hemelrijk, 'Extrapolatie van de overschrijdingslijn van de hoogwaterstanden te Hoek van Holland met behulp van geselecteerde stormen', in: *Beschouwingen* ..., 1961, 7–56.
- 10 J.M. Dirkwager, *Water - van natuurgebeuren tot dienstbaarheid*. M. Nijhoff (uitgegeven t.g.v. 50-jarig bestaan van het WL), 's-Gravenhage, 1977.
- 11 J.J. Dronkers, *Tidal computations, in rivers and coastal waters*, North Holland Publ., Amsterdam, 1964.
- 12 J. van den Ende, *The Turn of the Tide. Computerization in Dutch Society 1900–1965*. Delft University Press, Delft, 1994.
- 13 J. van den Ende, F. de Jong, 'Rekenen aan waterstromen; getijdenonderzoek in Nederland, 1920–1950', in: *Jaarboek voor de Geschiedenis van Bedrijf en Techniek*, **6**, 1989, 191–209.
- 14 H.A. Ferguson, 'Delta-Visie; Een terugblik op 40 jaar natte waterbouw in Zuidwest-Nederland'. Ministerie van Verkeer en Waterstaat *Rijkswaterstaatserie* **49**, 1988.
- 15 B.F. Goeller (ed.), *Policy Analysis and Water Management in The Netherlands Vol I–XX*. RAND Corporation, Santa Monica, 1983–1986.
- 16 W. Hansen, 'Theorie zur Errechnung des Wasserstandes und der Strömungen in Randmeeren nebst Anwendungen', *Tellus* **8**, 1956, 287–300.
- 17 P. Huisman, 'De meeste salicheit hangt aan de hoogte van eenen dijk; maatschappelijke implicaties van hydraulische randvoorwaarden (Presentatie Randvoorwaardenboek)', Wijk bij Duurstede, September 1996.
- 18 A.J. Kox, 'Hendrik A. Lorentz', in: *Van Stevin tot Lorentz*, A.J. Kox (red.). Bert Bakker, Amsterdam, 1990, 226–242.
- 19 H.A. Lauwerier, B.R. Damsté, 'The North Sea problem VIII; A numerical treatment', *Proc. KNAW* **A66**, 2, 1963.
- 20 A. Paape, J. Stuij and W.A. Venis, *Hydraulic aspects of coastal structures*. Delft University Press, Delft, 1980.
- 21 *Rapporten en mededeelingen betreffende de Zuiderzeewerken No 2. De uitvoering der Zuiderzeewerken in het tienjarig tijdvak 1919–1929*. Ministerie van Waterstaat, 's-Gravenhage, 1929.
- 22 *Rapporten en mededeelingen betreffende de zuiderzeewerken 4. Modelproeven in het waterbouwkundig laboratorium te Delft betreffende sluizen en andere kunstwerken*. Ministerie van Waterstaat, 's-Gravenhage, 1932.
- 23 Th. Rehbock, *Rapporten en mededeelingen betreffende de Zuiderzeewerken No 3. Wasserbauliche Modellversuche zur Klärung der Abfluserscheinungen beim Abschluss der Zuiderzee ausgeführt im Flussbaulaboratorium der Technische Hochschule zu Karlsruhe*. Ministerie van Waterstaat, 's-Gravenhage, 1931.
- 24 L.F. Richardson, *Weather prediction by numerical process*. Cambridge Univ. Pr., London, 1922. (repr. ed. by Dover Publications, New York, 1965)
- 25 H. Rouse, S. Ince, *History of Hydraulics*. Dover Publications, New York, 1957.
- 26 J.C. Schönfeld, 'Analogue of hydraulic, mechanical, acoustic and electric systems', *Appl. Scient. Res. B* **417**, 1954.
- 27 S. Stevin, 'Vant menghen der spiegheling en daet', in: *Wisconstighe Ghedachtenissen*, 1608. Reprint edition: E. Crone e.a. *The Principle Works of Simon Stevin*, 5 Vols., Swets & Zeitlinger, Amsterdam, 1955–1966, Vol. 5, Wijsentijt.
- 28 J.Th. Thijsse, 'De verwachtingen omtrent de waterbeweging bij de afsluiting van de Zuiderzee op grond van de verslag der Staatscommissie-Lorentz en van de verrichte modelmetingen', in: *De Ingenieur* **42-33** 1927, 723.
- 29 A. Thom, 'The flow past circular cylinders at low speeds', *Proc. Roy. Acad. London* **141**, 1933, 651–669.
- 30 J. van Veen, 'Getijstroomberekening met behulp van wetten analoog aan die van Ohm en Kirchhoff', *De Ingenieur* **52**, 1937, B73–82.
- 31 J. van Veen, 'Electrische nabootsing van getijden', *De Ingenieur* **58**, 1946, B70–73.
- 32 J. van Veen, *Dredge, drain, reclaim; the art of a nation*. Martinus Nijhoff, Den Haag, 1948/1, 1962/5.
- 33 *Verslag van de Staatscommissie benoemd bij Koninklijk besluit van 4 juli 1918 no. 30 met opdracht te onderzoeken in hoeverre als gevolg van de afsluiting van de Zuiderzee, ingevolge de wet van 14 juni 1918 (Staatsblad no. 354), te verwachten is dat tijdens storm hoogere waterstanden en een grootere golfoploop, dan thans het geval is, zullen voorkomen vóór de kust van het vaste land van Noord-Holland, Friesland en Groningen, alsmede vóór de daarvoor gelegen Noordzee-eilanden*. Landsdrukkerij, 's-Gravenhage, 1926.
- 34 A. Vierlingh, *Tractaat van dyckagie*, 1570; uitgegeven door J. de Hullu, A.G. Verhoeven. Nijhoff (*Rijks geschiedkundige publicatien, kleine serie no. 20*), 's-Gravenhage, 1920.
- 35 C.B. Vreugdenhil, 'Richardson, mathematical modeller', in: *Dynamics of Atmosphere and Oceans* **20**, 1994, 211–225.
- 36 C.B. Vreugdenhil, P.A. Kolkman, G. Abraham, 'Simulation of hydraulic phenomena in the 20th century', in: G. Garbrecht (ed.) *Hydraulics and Hydraulic Research — A Historical Review*, IAHR, Delft, 1985, 329–344.
- 37 J.K. Vrijling, 'Development in probabilistic design of flood defences in the Netherlands', in: Ben Chie Yen, Yeou-Koung Tung (eds.) *Reliability and uncertainty analysis in hydraulic design*, 1987, 133–178.
- 38 P.J. Wemelsfelder, 'Wetmatigheden in het optreden van stormvloed', *De Ingenieur* **54** (3 maart 1939), 468.
- 39 P. de Wolff, 'Het Delta-plan en de wiskunde', in: G. Alberts, H.J.M. Bos, J. Nuis (eds.) *Om de wiskunde. Stimulansen voor toepassingsgerichte wiskunde rond 1946*, CWI, Amsterdam, 1989, 35–50.
- 40 D. Zanobetti, H. Lorgéré, 'Le modèle mathématique du delta du Mékong', in: *La Houille Blanche* **23**, 1968, 17–30, 255–269, 363–378.

Danny Beckers

Universiteit Nijmegen, Mathematisch Instituut
Postbus 9010, 6500 GL Nijmegen
dbeckers@sci.kun.nl

Oud Archief

De sensatie een oud tijdschrift of een oude brief op te slaan kennen de meesten van ons wel. 'Deden ze dat toen zo? Maakten ze zich daar toen druk over?' En dan realiseren we ons dat onze hedendaagse gewoontes ook maar toevallig zijn. Danny Beckers, aio in de geschiedenis van de wiskunde aan de KUN, zal in deze rubriek geregeld een titelblad, een mooi plaatje, een raar symbool, een bizarre ruzie uit de geschiedenis van het Wiskundig Genootschap aangrijpen terwille van de historische verlustiging.

Tegenwoordig is het vanzelfsprekend dat men tijdens de schoolopleiding met wiskunde te maken krijgt. Daarom kunnen we ons nauwelijks voorstellen dat er ooit felle tegenstand bestaan heeft tegen iedere vorm van wiskundeonderwijs. Tot in de 19de eeuw was het voor het gros van de mensen voldoende als ze konden turven en hun weg wisten in het lokale systeem van munten, maten en gewichten. Toen rond 1800 wiskundigen en staatslieden ijverden voor meer reken- en wiskundeonderwijs op de Nederlandse scholen, rees daartegen verzet.

Een van de uitingen van dat verzet betreft een handleiding voor de dorpsonderwijzer, in 1802 in eigen beheer uitgegeven door een lid van de gereformeerde kerk van Bellingwolde (Groningen).¹ Volgens de auteur Jacob Oterdoom was het belangrijkste doel van het onderwijs dat kinderen zedig en godsvruchtig werden opgevoed. Zijn boekje bevatte moralistische leeslesjes, brave spelletjes en bijbelfragmenten.

Oterdoom wilde de leerlingen natuurlijk wel wát rekenkunde leren. Hij behandelt de rekenkundige bewerkingen met Romeinse en Arabische cijfers. De belangrijkste toepassing van dat rekenen lijkt in zijn boekje te bestaan uit getallenmystiek: de leerling dient zich bijvoorbeeld te realiseren dat Christus precies $33\frac{1}{3}$ jaar oud is geworden en dat zulks be- duidt dat hij precies een derde deel (refere-

rend aan de drie-eenheid) van het 'manlijk volmaakte hoofdtal honderd' leefde. Het Arabische getalmerk '3' identificeerde hij echter met zonde, omdat het leek op een tweetal kromzwaarden. Meer wiskunde achtte hij ongeschikt. Hij persifleert bijvoorbeeld de 'regula falsi'²:

In de Rekenkunst zijn twee regels waarvan ik iets zeggen zal: de eerste is de regel valschij: dezelve voert dezen titel; en heeft ten opschrift; dit bekende spreukje: De regel valschij zegt: "Twee leugens maken 't facit³ recht."

Met name de belofde 'tweede regel', de algebra, moest het ontgelden. Dat vak gebruikte "de gansche magt der duisternis" om vraagstukken op te lossen. Het hoogtepunt van zijn fulminatie betreft:

den Algebra, den welke men voornamelijk berekent door x , y , z , en soms ook a , b , c . — Deze regel is wel in zich zelve ook goed, ja allerbest: maar men moest de x , y , z , er uit verwerpen en berekenen hem door h , e , t , en als die drie letters niet toereikend zijn, ook met a , b , k . — Ik zal eens eene som opgeven en uitwerken. Som. Zoekt drie gelijke getallen, die met elkanderen gemultipliceerd of geaddeert evenveel bedragen. Men stelt dan vast x is het facit. Dus is $xxx = 3x$. met x gedevideerd, maakt $xx = 3$. hieruit de wortel getrokken maakt $x = \sqrt{3}$. dat is radix, of de wortel van 3. — Deze radix 3 is dan het facit; zonder te melden hoeveel eigenlijk radix 3 is: — zulks is verborgen: dat getal loopt in een oneindig gebroken: hier is dan te zien, dat de wortel van 3 of radix 3, $\sqrt{3}$. boven ons bereik niet alleen: maar ook boven het bereik van de gansche magt der duisternis is. De premie op zodanige worteltrekking gesteld, behoort de dies ingetrokken te worden. Tot den Algebra gebruikt men ook de tekens $+$, $-$, plus minus, dat is meer min. Eene meermin is een zeewijffe: geen zeemensch: maar

een monster, dat naar een' mensch gelijkt.

Men oordeele nu: waarmede wordt toch de algebra berekend? Met x , y , z en plus minus. En wat schetsen die af? Satan, helle, zonde en monsters, wangedrochten.

Belast met zoveel vooroordeel en onbegrip zal Jacob Oterdoom diep teleurgesteld zijn geraakt toen met de wetten van 1806 en 1815 het onderwijs in de rekenkunde en de beginselen der algebra en meetkunde aan de Nederlandse scholen verplicht werd gesteld. ←

Noten en referenties

- 1 J. Oterdoom, *Ontwerp van Handleiding tot een geestelijk ABC- Lees- en Rekenboek*, Groningen (1802)
- 2 Met 'regula falsi' wordt tegenwoordig een numerieke iteratie-methode bedoeld voor het benaderen van nulpunten van polynomen. In oude lesboekjes wordt de 'regel van de valse positie' gebruikt om de lineaire vergelijking $y = ax + b$ op te lossen (zonder iteratie). Door twee foute uitkomsten te combineren kun je de gewenste uitkomst krijgen. Als namelijk $y_1 = ax_1 + b$ en $y_2 = ax_2 + b$, dan is het gezochte nulpunt $(x_2y_1 - x_1y_2)/(y_1 - y_2)$.
- 3 't facit: de uitkomst



Titelpagina van het boek van Oterdoom

Anne Keune

Vrije Universiteit, Faculteit der Exacte Wetenschappen,
Divisie Wiskunde en Informatica,
De Boelelaan 1081, 1081 HV Amsterdam
anne@cs.vu.nl

Boekbespreking In code, a mathematical journey

Sarah versus RSA

Sarah Flannery, dochter van een lers wiskundige, baarde opzien door een nieuw cryptografisch systeem te ontwikkelen dat het meest gebruikte systeem RSA leek te kunnen vervangen. Hoe zij deze codering heeft gevonden en wat daarna kwam heeft zij, met haar vader als co-auteur, in een boek samengevat. Anne Keune, student informatica aan de Vrije Universiteit Amsterdam bespreekt het boek.

Met de opkomst van het internet is de behoefte om data beveiligd te kunnen versturen de afgelopen jaren enorm vergroot. Niet alleen voor bedrijven is dit van groot belang. Ook door het individu wordt een grote waarde gehecht aan het behoud van zijn of haar privacy.

Het principe van codering is echter al duizenden jaren oud. Zo werden door Julius Caesar, met het drie plaatsen verschuiven van het alfabet, al teksten gecodeerd. Aangezien het ontcijferen van een dergelijke code niet moeilijk is, volstaat deze manier inmiddels al lang niet meer. In het algemeen is men op zoek naar een gemakkelijk uitrekenbare functie waarbij het, zonder de juiste gegevens, zeer moeilijk of het liefst onmogelijk is de inverse van deze functie te vinden. Een dergelijke functie wordt ook wel een 'one-way' functie genoemd. Met andere woorden: de codering moet gemakkelijk uitvoerbaar zijn in tegenstelling tot de decodering die, zonder de juiste gegevens, een onmogelijke opgave moet zijn.

In *Code, A Mathematical Journey*, geschreven door Sarah Flannery in samenwerking met haar vader David Flannery, gaat over het project

Cryptography — A New Algorithm Versus RSA waardoor de 16-jarige Sarah verscheidene vermeldenswaardige titels en prijzen, zoals *Ireland's Young Scientist of the year 1999* en de *Intel Excellence Award*, in ontvangst mocht nemen. Het boek gaat echter vooral over de weg hier naar toe en wat hier achteraf nog allemaal bij kwam kijken. Zoals de titel van haar project al impliceert, introduceerde Sarah, zij het met behulp van enkele anderen, een nieuw coderingsalgoritme, oftewel een nieuwe 'one-way' functie. Deze werd met name door snelheidsvoordelen door veel mensen als briljant beoordeeld.

In Code

"There is a blackboard in our kitchen." Zo begint Sarah Flannery haar boek en tevens vindt daar haar eerste kennismaking met de wiskunde plaats. Opgegroeid met een schoolbord in de keuken en met een docent wiskunde als vader is Sarah van jongs af aan spelenderwijs met wiskunde bezig geweest. Een groot gedeelte van het eerste hoofdstuk is opgebouwd uit kleine wiskundige puzzeltjes en vraagstukjes. Deze manier van schrijven geeft een leuke indruk van de manier waarop Sarah en haar familie zich thuis altijd met de wiskunde hebben bezig gehouden. Ook blijkt hieruit dat Sarah ontzettend enthousiast is over de wiskunde en over alles wat ze hierover thuis op het schoolbord heeft geleerd.

Het tweede hoofdstuk gaat hier op door, maar de gestelde vragen neigen steeds meer naar de getaltheorie en cryptografie. De meeste van

deze vragen zijn afkomstig uit de avondlessen wiskunde, met de naam *Mathematical Excursions*, die Sarah bij haar vader volgde. Deze dienen als opstap naar hoe Sarah tot het beginnen van haar eerste project is gekomen. Hoewel het meerdere keren in het boek aan mensen zonder wiskundige aanleg wordt afgeraden de hoofdstukken drie en vier te lezen, zou ik toch sterk willen adviseren dit wél te doen.

Omdat dit boek populair wetenschappelijk is en dus voor een groter publiek toegankelijk moet zijn, is het helaas zo dat er niet meer wiskunde behandeld wordt dan enkele eigenschappen van de modulo-rekening. Er zit een goede opbouw in de hoofdstukken die leidt tot genoeg wiskundige kennis om het RSA-algoritme, verder beschreven in hoofdstuk vijf, stapje voor stapje te begrijpen.

Dat dit boek voor groter publiek is geschreven blijkt ook uit de vier pagina's die nodig zijn voor de uitleg van de functienotatie in hoofdstuk drie. Voor de geïnteresseerde lezer staan er achter in het boek vier appendices. Twee met oplossingen van opgegeven puzzels en problemen en twee waarin dieper wordt ingegaan op de wiskundige aspecten nodig voor verder inzicht in de cryptografie. Ook deze zijn zeer duidelijk en systematisch geschreven; alleen jammer dat er steeds wordt aangenomen dat de lezer geen behoefte heeft aan het daadwerkelijke bewijs van gegeven stellingen.

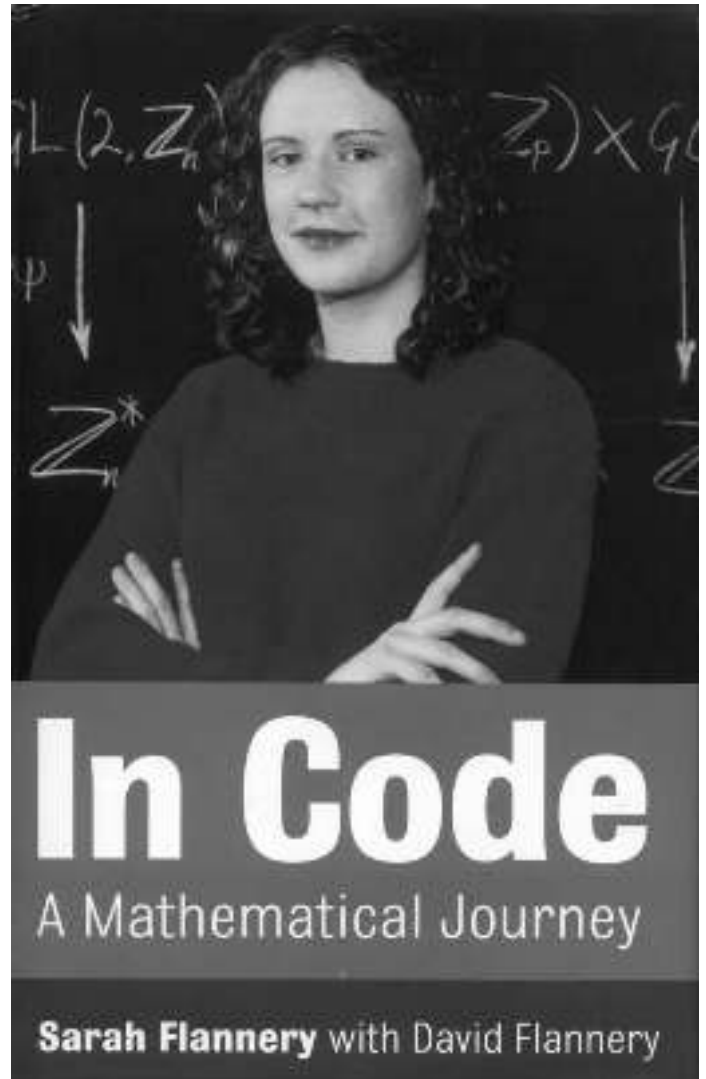
Een nieuw algoritme

Ondanks de titel *In Code, A Mathematical Journey* is dit niet het boek dat ik zou willen aanraden aan mensen die zich wat verder in de cryptografie willen verdiepen. Het boek geeft, naast het leuke verhaal, wel een goede algemene indruk van wat cryptografie inhoudt, maar cryptografie is duidelijk niet de essentie van het boek. Het boek is vooral erg leuk en interessant om te lezen als je benieuwd bent naar de persoonlijke ontwikkelingen van de schrijfster en naar alles wat er komt kijken bij (maar vooral na) het uitvinden van een nieuw coderingsalgoritme. Sarah's nieuwe coderingsalgoritme is gebaseerd op de ideeën van Michael Purser, oprichter van Baltimore Technologies. Omdat ze hierbij gebruik maakt van bepaalde technieken uit de matrixrekening, heeft Sarah haar coderingsalgoritme het Cayley-Purser algoritme genoemd. Doordat Sarah's algoritme enkel multiplicatie en geen exponentiële berekeningen bevat, kan dit algoritme twintig keer zo snel worden uitgevoerd als het momenteel meest gehanteerde RSA-algoritme. Dit zorgde voor nogal wat opschudding over de gehele wereld. Mede door verschillende lovende publicaties in verscheidene kranten werd Sarah op elke denkbare gelegenheid over de gehele wereld uitgenodigd haar ideeën te komen vertellen. Dit alles zonder dat de veiligheid van het algoritme bewezen werd. En inderdaad, tot ieders teleurstelling, werd het tegendeel bewezen: het algoritme was niet waterdicht.

Patent

Erg verbaasd was ik over de discussies die er ontstonden over de vraag of Sarah wel of geen patent moest aanvragen. Deze ontstonden, omdat Sarah's nieuwe ideeën direkt in het bedrijfsleven toepasbaar zijn en daar schuilt natuurlijk het grote geld. Samen met haar ouders had ze al tijdens het maken van haar project besloten geen patent aan te vragen. Dit omdat, voornamelijk in de opvatting van haar vader, wiskundige ideeën gratis met iedereen gedeeld zouden moeten worden en een wiskundig idee niet iets is wat je zou moeten kunnen bezitten. Toen Sarah's coderingsalgoritme echter door de pers en menig ander als briljant werd beschreven, brandde de discussie los. Over de gehele wereld vond men het belangrijk zijn of haar mening hierover te geven.

In het boek staan een handvol van deze reacties — gevonden op het internet — variërend van "God Bless this kid for not patenting her



discovery" tot "Make money Sarah! Patent it! Don't throw away millions of dollars!!!!". Maar Sarah heeft naar mijn mening juist gehandeld en zich niet laten afleiden door wat de pers en individuen over haar schreven. Zelfs toen ze een aanbod kreeg om voor Pepsi reclame te maken, heeft ze dit afgewezen. Meewerken aan dergelijke reclame zou kunnen suggereren dat je intelligent wordt van het drinken van Pepsi, of dat je zelf niets liever dan Pepsi drinkt.

Natuurlijk hebben haar ouders een grote invloed gehad bij het maken van dit soort beslissingen. Toch vind ik het erg nobel van haar dat ze zich niet heeft laten afleiden van haar uiteindelijke doel.

Ondanks het feit dat het algoritme niet waterdicht was, wist Sarah toch met haar project en een toegevoegd verslag over de aanval op haar algoritme de *EU Young Scientist competition* te winnen en tevens een *Honorary Award* in ontvangst te nemen.

Ik vind het jammer dat in het boek niet het gehele Cayley-Purser algoritme staat beschreven, noch de aanval hierop. De reden die hiervoor wordt gegeven is dat de technische aard het voor opname in het boek ongeschikt maakte. Geïnteresseerden kunnen het algoritme vinden op de website <http://www.cayley-purser.ie>.

Sarah Flannery with David Flannery, *In Code, A Mathematical Journey*, Profile Books, februari 2001, paperback; prijs f 24.-, ISBN 1861972717.

Boekbesprekingen

Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onze webpagina.

Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken.

Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Jaap Top
Redactieadres: Boekbesprekingen WG
Instituut voor wiskunde en informatica
Postbus 800, 9700 AV Groningen
Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>
E-mail: revwg@math.rug.nl



E.R. Griffor
Handbook of computability theory
(*Studies in logic and the foundations of mathematics*; 140)
Amsterdam: Elsevier, 1999
727 p., prijs NLG 295,-
ISBN 0-444-89882-4

Dit handboek opent met de constatering dat er op het gebied van recursietheorie veel is gebeurd sinds de verschijning van het befaamde *Handbook of mathematical logic*. Dit boek, dat in 1977 en opnieuw in 1993 door North-Holland werd uitgegeven, bevat een deel (deel C, 293 p.) dat geheel is gewijd aan recursietheorie. De recente ontwikkelingen rechtvaardigen, volgens de editor, de uitgave van een handboek dat deze in kaart brengt. Hierbij is gestreefd naar een minimale overlap met de eerdere uitgave.

Het resultaat is een specialistisch boek dat zeker niet geschikt is voor een eerste kennismaking met het vakgebied. Daarvoor bestaat een voldoende groot boekenaanbod. En voor wie een heel grondig overzicht van de klassieke recursietheorie zoekt, is er de mooie monografie van Odifreddi, *Classical recursion theory* (1989), ook uit de catalogus van Elsevier. Voor iemand met een bescheiden belangstelling voor de theorie van berekenbaarheid (zoals een doorsnee informaticus) is het onderhavige handboek zeer zware kost. Het richt zich dan ook tot de specialist die geïnteresseerd is in de aanverwante specialismen. Het eerste hoofdstuk is bijzonder toegankelijk en leuk om te lezen. Hierin wordt de geschiedenis en de ontwikkeling van de notie berekenbaarheid behandeld.

Het handboek bevat 18 hoofdstukken geschreven door erkende specialisten op de betreffende onderwerpen. De onderwerpen zijn gegroepeerd in 6 verschillende delen, waardoor het handboek een overzichtelijke structuur heeft gekregen. Deze delen zijn:

- Fundamentals of Computability Theory;
- Reducibilities and degrees;
- Generalized Computability Theory;
- Mathematics and Computability Theory;
- Logic and Computability Theory;
- Computer Science and Computability Theory.

H. Tonino



G. Sambin en J. Smith
Twenty-five years of constructive type theory
(*Oxford Logic Guides*; 36)
Oxford: Oxford University Press, 1998
283 p., prijs £55
ISBN 0-19-850127-7

Na een carrière in de waarschijnlijkheidsrekening raakte de Zweedse wiskundige Per Martin-Lof geobsedeerd door de grondslagen van de wiskunde. In het begin van de jaren '70 ontwikkelde hij een constructieve typentheorie, die hij zelf intuïtionistische typentheorie noemde, maar die bekend staat als Martin-Lof (ML)

typentheorie. De theorie is dan ook van een andere aard dan de intuïtionistische theorieën à la Brouwer (Kreisel, Troelstra,...). Een van de belangrijke verschillen is dat de typentheorie van Martin-Lof slechts een beperkte vorm van het machtsverzamelingsaxioma bevat – het is wat logici een predicatieve theorie noemen. Martin-Lofs theorie en haar varianten hebben sinds hun ontstaan een gestage belangstelling genoten van logici. De theorie blijkt ook relevant voor de informatica, daar formele bewijzen in ML-typentheorie vrijwel direct geïnterpreteerd kunnen worden als programma's (het 'programs-as-proofs' paradigma).

Er rest nog een behoorlijk aantal open problemen rond deze ML-typentheorie. In het bijzonder is de modeltheorie daarvan nog steeds niet geheel bevredigend ontwikkeld, hoewel daar reeds veel werk aan is verricht, met name met behulp van categorische methoden. Ook blijft (althans voor deze recensent) het gebruik van een zogeheten uitputtende rij universa een wat kunstmatige manier om de theorie te versterken maar toch de eerder genoemde predicativiteit te behouden.

Het hierboven genoemde boek is het verslag van een congres dat plaatsvond in 1995. Het bevat een nooit eerder gepubliceerd artikel van de hand van de meester zelf. Dit artikel, *An intuitionistic theory of types*, dateert uit 1972 maar is nog steeds de moeite van het lezen meer dan waard. Voorts bevat het boek 14 originele bijdragen door verschillende auteurs, van nogal uiteenlopende diepgang en originaliteit. Er zijn interessante bijdragen, bijvoorbeeld van N.G. de Bruijn over de relatie tussen grondslagen van de wiskunde en computer-verificatie van bewijzen, van A. Setzer die het klassieke instrument van de bewijstheorie, de ordinaalnotaties, bestudeert in de context van ML-typentheorie, en van E. Palmgren over verschillende soorten universa in ML-typentheorie. Ook is er een interessant artikel van Hofman en Streicher, waarin modellen worden geconstrueerd met behulp van groepoiden. Maar er is ook een aanzienlijk aantal flauwe bijdragen, onder andere een over realiseerbaarheid en een over een axiomatisering van 'subset theory', die in dit fraai uitgegeven boek eigenlijk misstaan.

I. Moerdijk



L.W. Beineke en R.J. Wilson
Graph connections - Relationships between graph theory and other areas of mathematics
(Oxford lecture series in Mathematics and its applications; 5)
 New York: Oxford University Press, 1997
 291 p., prijs £35
 ISBN 0-19-851497-2

Het materiaal in dit boek is volgens de tekst op de achterkant bedoeld om wiskundigen te informeren over de 'applicability of graph theory to other areas of mathematics'. In een aantal van de 17 hoofdstukken wordt aan deze opzet voldaan, in de meeste hoofdstukken is sprake van het omgekeerde, en in enkele van een wisselwerking tussen twee deelgebieden. Niettemin geeft het boek een groot aantal 'graph connections'. Dit wordt bewerkstelligd door een serie op zichzelf staande hoofdstukken, waarvan één inleiding, die elk ingaan op een specifiek deelgebied (niet altijd zo duidelijk binnen de wiskunde) en die geschreven zijn door experts in die deelgebieden. De aanleiding daartoe is een een-

daagse conferentie geweest, georganiseerd door de Open University te Milton Keynes, Engeland.

De titels van de hoofdstukken zijn als volgt: Introduction, Enumeration, Number Theory, Partial Orders, First-order-logic, Linear Algebra, Matroids, Codes, Groups, Geometry, Topology, Knots, Probability, Statistics, Computing, Artificial Neural Networks, International Finance. Het hoofdstuk 'Knots' van Dominic Welsh sprak me het meest aan en vond ik erg goed. Hierin is werkelijk sprake van de toepassing van grafentheorie. Het hoofdstuk van Colin McDiarmid over 'Probability' vond ik ook zeer de moeite waard; dit is een goed voorbeeld waarin een ander deelgebied van de wiskunde met succes toegepast wordt in de grafentheorie. Het hoofdstuk vormt een fraaie toegang tot dit tegenwoordig vrij populaire deelgebied van de probabilistische methoden in de grafentheorie. Van een tweezijdige wisselwerking tussen twee gebieden is bijvoorbeeld sprake in het eveneens goed geschreven hoofdstuk 'Partial Orders' door Graham Brightwell. Zonder de anderen tekort te willen doen, waren dit voor mij de meest waardevolle bijdragen. Overigens zijn alle hoofdstukken goed verzorgd en min of meer in dezelfde stijl geschreven, zodat het boek meer is dan een bundeling van afzonderlijke essays.

Al met al vond ik het een leuk boek, dat ik kan aanraden aan wiskundigen die eens wat verder willen kijken dan hun eigen deelgebied.

H.J. Broersma

A. Schinzel

Polynomials with special regard to reducibility

(Encyclopedia of Mathematics and its Applications; 77)

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

558 p., prijs £60

ISBN 0-521-66225-7

From the introduction: "This book is an attempt to cover most of the results on reducibility of polynomials over fairly large classes of fields; results valid only over finite fields, local fields or the rational field have not been included. On the other hand, included are many topics of interest to the author that are not directly related to reducibility, such as Ritt's theory of composition of polynomials."

Its contents include 1. Arbitrary polynomials over an arbitrary field (Lüroth's theorem, theorems of Gordan and E. Noether, Ritt's theorems, reducibility and decomposability — two variables, Kronecker's theorems on factorization, Reducibility and decomposability — more than two variables; auxiliary results, on irreducibility of a polynomial and of its substitution value after specialization, a polytope and a matrix associated with a polynomial); 2. Lacunary polynomials over an arbitrary field (theorems of Capelli and Kneser, applications to polynomials in many variables, extension of a theorem of Gourin, reducibility of polynomials that are a trinomial in one of the variables, reducibility of quadrinomials in many variables, the number of terms of a power of a polynomial); 3. Polynomials over an algebraically closed field (a theorem of E. Noether, theorems of Ruppert, Salomon's and Bertini's theorems on reducibility, Mahler measure of a polynomial over $\mathbb{C}$); 4. Polynomials over a finitely generated field (a refinement of Gourin's theorem, a lower bound for the Mahler measure of a polynomial over $\mathbb{Z}$, the greatest common divisor of $KP(x^{n_1}, \dots, x^{n_k})$ and $KQ(x^{n_1}, \dots, x^{n_k})$, Hilbert's

irreducibility theorem); 5. Polynomials over a number field (families of diagonal ternary quadratic forms each isotropic over K , reducibility of certain classes of polynomials, a digression of Kernels of lacunary polynomials); 6. Polynomials over a Kroneckerian field (Mahler measure of non-self-inversive polynomials, non-self-inversive factors of lacunary polynomial, self-inversive factors of a lacunary polynomial, the generalized Brauer-Hopf problem). Ten appendices provide background results. An eleventh, by Umberto Zannier, details the proof by Bombieri and Zannier of a conjecture generalising Theorem 45.

The flavour of the results of this book is nicely illustrated by that theorem. It shows that for every pair F and G of coprime polynomials in n variables over a field K of characteristic zero there is a constant $c(F, G)$ with the following property. Let ξ be an element of the algebraic closure $\bar{K}$ of K and not a root of unity. Then every n -tuple $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ of integers such that $F(\xi^{a_1}, \xi^{a_2}, \dots, \xi^{a_n}) = G(\xi^{a_1}, \xi^{a_2}, \dots, \xi^{a_n})$ is orthogonal to some nonzero integer n -tuple b of length $|b_1| + |b_2| + \dots + |b_n|$ bounded by $c(F, G)$.

This is a wonderful book, filled with unexpected results about polynomials of which you did not realize you needed to know them. Everyone should have leafed through it, and many will find it worth space on their bookshelf. My principal objection to the book is that it reduces the value of owning its predecessor, *Selected topics on polynomials* (1982). I could also carp about excessive detail but, equally, I should praise the author's care and precision.

A. van der Poorten

D.M. Clark en B.A. Davies

Natural dualities for the working algebraist

(Cambridge studies in advanced mathematics; 57)

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

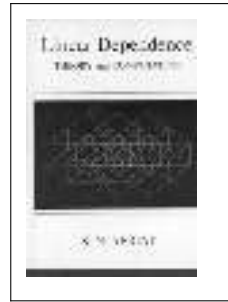
356 p., prijs £40

ISBN 0-521-45415-8

Ik ben eigenlijk niet een geschikte recensent voor dit boek. Het behandelt dualiteit in termen van categorie theorie, terwijl ik me in het dagelijks leven daar verre van houd. Toch zal ik kort proberen de essentie van dit boek weer te geven. Overigens oogt het boek interessant, goed verzorgd en leesbaar.

De theorie van natuurlijke dualiteiten komt voort uit drie resultaten. In 1936 bewees Stone dat iedere Boolese algebra isomorf is aan de algebra van alle open deelverzamelingen van een totale losse compacte ruimte. Hij bereikte dit resultaat door — in categorie theoretische termen — te laten zien dat de categorie van Boolese algebras dual equivalent is aan de categorie van Boolese ruimtes. Birkhoff en Pontryagin bewezen in dezelfde periode gelijksoortige dualiteiten over respectievelijk distributieve tralies en abelse groepen. In de 70-er jaren werd dit werk voortgezet en zijn veel meer dergelijke dualiteiten ontdekt. De theorie van natuurlijke dualiteiten is hier weer een veralgemenisering van. Een klasse van algebras is een kandidaat voor een natuurlijke dualiteit als deze klasse een quasi variëteit is gegenereerd door een eindige algebra. De duale van een algebra in deze klasse bestaat dan uit alle continue homomorfismen over een gestructureerde Boolese ruimte. Dit levert een alternatieve visie op de oorspronkelijke algebra, en kan zo tot meer inzicht leiden. Het boek beschrijft het vakgebied tot de lente van 1998.

J.F. Groote



S.N. Afriat

Linear dependence. Theory and computation

Dordrecht: Kluwer, 2000

175 p., prijs NLG 175

ISBN 0-306-46428-4

Dit boek gaat over lineaire algebra. Nadat ik het bekeken had vroeg ik me af: voor wie is het geschreven? In het voorwoord schrijft de auteur: "While providing an accommodation for distinct possible novelties, the purpose is to bring emphasis on approaches to the topic, serving at the elementary level and more broadly." Wat betreft "serving at the elementary level": dit boek is volkomen ongeschikt voor iedere eerstejaars student die nooit iets van lineaire algebra gezien heeft; het is veel te compact en te abstract geschreven en bevat geen enkel voorbeeld. De eventuele nieuwigheden zijn ook niet echt nieuw: het allernieuwste in dit boek gaat terug tot 1988 en zal dus zeker voor de expert eerder klassiek dan nieuw zijn. Tot slot de prijs, 175 gulden, dat is drie keer zoveel als ieder schitterend geïllustreerd, met veel voorbeelden verlucht en helder geschreven Amerikaans tekstboek over lineaire algebra! Wat zou een uitgever als Kluwer ooit in zo'n boek gezien hebben en wat denken ze eraan te verdienen?

A. van den Essen



S.V. Konyagin en I.E. Shparlinski

Character theory with exponential functions and their applications

(Cambridge tracts in mathematics; 136)

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

163 p., prijs £30

ISBN 0-5216-4263-9

In dit boek worden verschillende zaken aangeroerd die allemaal betrekking hebben op de verdeling van gehele machten van een gegeven geheel getal a (groter dan 1) modulo een priemgetal p met $\text{ggd}(a, p) = 1$. Mogelijke toepassingen van dergelijke resultaten vinden we bijvoorbeeld in pseudo-randomgetallen voortbrengers, algebraïsche getaltheorie, complexiteits-theorie, cryptografie, coderingstheorie, en theorie van functielichamen over een eindig lichaam. Al deze onderwerpen staan in het boek vermeld.

Ofschoon relatief bescheiden van opzet, biedt het boek maar liefst achttien korte en bondige secties. We noemen enkele onderwerpen: priemidealen, Cauchy-Schwarz ongelijkheden, diverse aspecten van grenzen aan sommen van karakters, grenzen aan Gauss-sommen, multiplicatieve verplaatsingen van zekere verzamelingen, representanten van restklassen, cirkelidelingslichamen en perioden van Gauss, combinatoriek, verdeling van machten van primitieve wortels, supersinguliere hyperelliptische krommen, dimensie van BCH-codes.

Van al deze dingen worden eigenschappen genoemd en waar nodig, kort bewezen, onopgeloste vragen gesteld, en naar (nog)

meer diepzinniger literatuur verwezen. De bibliografie telt 93 items. Om een idee te geven, werk wordt genoemd van Baker, Clark, Davenport, Evertse, Flatto, Girstmair, Gurak, Meyerson, Thaine, terwijl ook meervoudig werk van beide auteurs is vermeld. Er is jammer genoeg geen persoonsindex.

Naar mijn mening gaat het hier om 'afschattingstheorie' binnen de analytische getaltheorie. Ik vond het een wat moeizaam boek (vele onderwerpen met verwijzingen naar elders) maar tegelijkertijd ook heel informatief: je leert er wat van. Of dit boek het aanschaffen waard is, durf ik niet te zeggen. Maar wel dient het in bibliotheken van instituten te staan waar voornoemde onderwerpen bekend zijn. Tot slot iets verwarrend. De beschermhoes van het boek noemt het als deel 136 van de Cambridge Tracts serie, in het boek zelf staat het als deel 132, terwijl de Library of Congress Cataloguing in Publication Data rept van deel 24 in de Cambridge Studies in Advanced Mathematics serie.

R.W. van der Waall

H. Radjavi and P. Rosenthal
Simultaneous triangulations

(Universitext)

New York: Springer-Verlag, 2000

318 p., prijs DM 69,-

ISBN 0-387-98466-6

A matrix over the field of complex numbers (or any other algebraically closed field) is unitarily similar to a matrix in triangular form, the Schur form (1909). The QR algorithm computes this Schur form. Its beauty together with its efficiency and accuracy (by its unitarity) makes it one of the highlights in numerical linear algebra. Schur applied his form to the study of integral equations; it has since been used in a wide variety of contexts. The present book is designed to appeal to two different, yet intersecting audiences: linear algebraists and operator theorists. The first half contains a thorough treatment of classical and recent results on triangulation (is simultaneous triangulation) of collections of matrices. The remainder describes what is known about extensions to compact and to bounded linear operators on Banach spaces.

The authors make many nice results easily accessible: if $AB - BA$ has rank 1, then $\{A, B\}$ is triangularizable (Laffey), the same for a semigroup of nilpotent operators (Levitzki), for a semigroup with constant trace (Kaplansky) and for a semigroup of compact quasipotent operators on a Banach space (Turovskii).

Section 1.6 is a visit with Approximate commutativity (similarities bring an upper triangular matrix to its diagonal (Perron, Bellman)), indeed for a triangularization theorem on a class of approximate commutative matrices. This theme recurs in section 7.6 (Ringrose).

It is a nice book, giving a treatment of classical and recent results. The material is presented in a cohesive and readable form. The finite dimensional results are selfcontaining; those interested in operator theory could begin in Chapter 7. The Notes and Remarks, almost 300 referenes, and an extensive subject index are helpful for the reader.

In the preface I read "We hope that the results will increase the applications of triangularizations to other areas ..." I have not found any indication of applications. This is really an omission as is the absence of examples and exercises.

M.H.C. Paardekooper

X. Xu

Introduction to vertex operator superalgebras and their modules

(Mathematics and its Applications; 456)

Dordrecht: Kluwer, 1998

356 p., prijs NLG 295,-

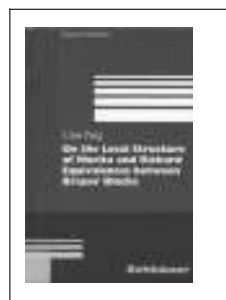
ISBN 0-7923-5242-4

De theorie van de Vertex-Operator-Algebra's geeft een algebraïsche beschrijving van Conforme-Velden-Theorie. Het speelt een belangrijke rol in de string-theorie en de statistische mechanica. Het onderhavige boek geeft een uitstekende introductie tot deze benadering van deze natuurkundige theorie. Het is duidelijk geschreven en kan als introductie voor doctoraalstudenten en ook als naslagwerk voor onderzoekers gebruikt worden. Tevens generaliseert het vele bekende resultaten die oorspronkelijk bewezen zijn voor Vertex-Operator-Algebra's tot de theorie van de superalgebra's.

Het boek is in twee delen opgesplitst. Deel 1 bestaat uit twee hoofdstukken over zelf-duale codes en roosters. Dit deel is bedoeld om de lezer een beter beeld te geven van de Rooster-Vertex-Operator-Superalgebra's die in hoofdstuk 6 en het tweede deel van het boek behandeld worden. Dit tweede deel gaat over Vertex-Operator-Superalgebra's en hun modulen. Hoofdstuk 3, met als titel "Definitions and General Properties", geeft een introductie hoe men kan rekenen met formele variabelen, gevolgd door een beschrijving van de algemene theorie. In hoofdstuk 4 wordt vervolgens nader ingegaan op de connecties tussen Vertex-Operator-Superalgebra's en de Conforme Superalgebra's, die recentelijk door V. Kac geklassificeerd zijn. Hoofdstuk 5 beschrijft naast de voorstellingstheorie van de Virasoro-Vertex-Operator-Algebra, de getwiste Zhu-Algebra en getwiste twijnoperatoren. Hoofdstuk 6 "Lattice Vertex Operator Algebras" beschrijft en klassificeert modulen van de meest bekende Vertex-Operator-Superalgebra's, namelijk diegene die gebaseerd zijn op een rooster. Het boek eindigt in hoofdstuk 7 met een onderzoek naar enkelvoudige Vertex-Operator-Superalgebra's die voortgebracht worden door de deelruimten van conform gewicht 1 of 1/2.

Hoewel het boek, zoals zoveel boeken over Vertex-Operator-Algebra's, erg technisch is, ben ik van mening dat de auteur er goed in is geslaagd om een duidelijke structuur aan te brengen. Dit maakt het boek goed lees- en bestudeerbaar en daarom interessant voor onderzoekers en studenten in het gebied van de Theoretische en Mathematische Natuurkunde.

Johan van de Leur



L. Puig

On the local structure of Morita and Rickard equivalences between Brauer blocks

(Progress in mathematics; 178)

Basel: Birkhauser, 1999

260 p., Prijs DM 148,-

ISBN 3-7643-6156-5

Voorstellingen van een eindige groep G over een commutatieve ring K komen dikwijls in drie soorten. De interacties tussen 'gewone', 'gehele' en 'modulaire' voorstellingen zijn fascinerend en

spelen een belangrijke rol in het te bespreken boek. Toch laten de hoofdthema's zich modulair formuleren. Hier is K een lichaam van karakteristiek $p > 0$, waarbij p steeds de orde van de groep deelt. De groekenalgebra KG is niet halfenkelvoudig maar direct product van eindig veel blok-algebras $B(i)$. De structuur van zulke blokken is door R.D. Brauer vanaf de jaren 50 van de vorige eeuw bestudeerd en in verband gebracht met het gedrag van bepaalde p -ondergroepen van G . Zo'n blok bepaalt een op conjugatie na vastliggende p -ondergroep, zijn defectgroep; er is een rijke wisselwerking tussen algebra en groepentheorie. Sinds een jaar of twintig bekijkt men ook Morita equivalenties tussen blokken. Soms moet men afzwakken tot waar de equivalentie niet wordt bewerkstelligd door een moduul, maar door een eindig complex van modulen, en werkt men in de afgeleide categorie. Voor verschillende soorten groepen, blokken en defectgroepen zijn diepe resultaten geboekt. De voornaamste auteurs heten M. Broue, L. Puig en J. Rickard.

Puig zelf heeft een variant geïntroduceerd die nog sterker is dan de Morita equivalentie. Hij associeert aan een blok B van KG een bronalgebra A bevat in KG zodat B in A zit. In A is de voornaamste informatie betreffende p -ondergroepen van G verwerkt. Vanuit dit gezichtspunt brengt het boek deze belangrijke ontwikkelingen in kaart. Diepzinnige en fraaie wiskunde, maar niet gemakkelijk door een overmaat, bijna, aan structuur. Eenvoudig is dit boek evenmin. Eerder een monografie voor kenners dan een leerboek of inleiding. En eerder geschikt voor bibliotheken dan voor nieuwsgierigen uit een ander vakgebied. Voor de Catalaan Puig is het Engels duidelijk niet de moedertaal. Teleurstellend dat de uitgever geen bureaumedewerker heeft opgedragen dit wat minder evident te maken.

Jan R. Strooker

het tekenen van ruimtelijke figuren op een plat vlak, de [7,4]-Hamming-code, en nog veel meer).

Voor HBO-studenten lijkt het me een goed boek. Voor studenten van de KMA ook. Ik denk dat ik nog wat oefenmateriaal zou toevoegen, maar dan lijkt het boek me zeker bruikbaar. Voor een universitaire studie informatica waarschijnlijk ook wel. Maar voor studies als wiskunde, natuurkunde of econometrie weet ik het nog niet. Van de Craats beperkt zijn scalairen tot de reële getallen, ook in het hoofdstuk over inproductruimten. Weliswaar zegt hij (p. 179) dat vrijwel alles ook van toepassing is als je werkt over een ander lichaam dan $\mathbf{R}$, maar moeten de studenten daar dan geen ervaring mee opdoen? Ook de keuze van de ruimten die in theorie en voorbeelden voorkomen is beperkt. Af en toe zijn er functieruimten, maar ook in dit geval lijkt het me te weinig om er voldoende ervaring mee op te doen. Wat is het alternatief? De student kan toch voor deze onderwerpen een uitvoeriger en gedetailleerder boek ter hand nemen? Dat was nog een oplossing geweest, maar die uitweg biedt Van de Craats niet. Er zijn zo veel goede inleidende boeken op het gebied van de lineaire algebra, zegt hij, dat een beknopte bibliografie alleen maar arbitrair zou zijn. Vervolgens noemt hij wel een boek waaraan hij zelf veel gehad heeft (Brieskorn), maar dat is in de Duitse taal en ook al weer 15 jaar oud. Mocht er een tweede druk komen, dan mag een korte beredeneerde literatuurlijst niet ontbreken, alleen al voor degenen die via zelfstudie hun kennis willen verbreden en verdiepen.

Voor degenen die de lineaire algebra al kennen heeft Van de Craats een interessant boek geschreven. Zijn uitstapjes zijn boeiend, een klassiek onderwerp als de classificatie van kwadratische krommen en oppervlakken wordt fraai uit de doeken gedaan, en door vernuftig hergebruik van eerdere opgaven blijkt er meer in de sommenverzameling te zitten dan je bij vluchtige lezing zou denken.

Al met al laat het boek me met gemengde gevoelens zitten. Jammer dat het de studenten die meer verdienen niet net zo goed bedient als diegenen die met een beknopte cursus toekunnen.

Jan van Maanen



Jan van de Craats
Vectoren en matrices; een inleiding in de lineaire algebra

Utrecht: Epsilon, 2000
238 p., prijs NLG 34,50
ISBN 90-5041-056-1

Vectoren en Matrices is een bewerking van het collegedictaat *Lineaire Algebra* dat Van de Craats in 1992 schreef voor de Koninklijke Militaire Academie. Als ingangsniveau geeft hij "5 VWO met wiskunde B" aan.

Wat kun je dan voor een boek verwachten? Is het bijvoorbeeld geschikt voor een universitaire studie? Dat zegt Van de Craats niet met zoveel woorden, hoewel hij wel de suggestie wekt door te zeggen dat het boek bedoeld is voor "studenten universiteit en HBO, leraren, leerlingen 6 VWO". De hoofdmoot van het boek is een doorlopende cursus lineaire algebra (rekenen met vectoren, lineaire ruimten, stelsels lineaire vergelijkingen, matrixrekening, determinanten, afbeeldingen met hun kern en beeldruimte, eigenwaarden, eigenvectoren en diagonalisatie, inproductruimten, kwadratische krommen en oppervlakken), compleet met een verzameling opgaven inclusief antwoorden. Daarnaast zijn er talrijke uitstapjes in de richting van toepassingen (differentiaalvergelijkingen, interpolatie met polynomen, projectiemethoden voor

N.L. Carothers

Real analysis

Cambridge: Cambridge University Press, 2000
401 p., prijs £19.95
ISBN 0-521-49756-6

"Once upon a time" zo schrijft Richard Beals in het voorwoord van zijn in 1973 verschenen boek over Analyse, "students of mathematics and students of science or engineering took the same courses in mathematical analysis beyond calculus. Now it is common to separate 'advanced mathematics for science and engineers' from ... 'analysis for mathematicians'. It seems to me both useful and timely to attempt a reconciliation". Zulk een hereniging heeft sedertdien ook plaatsgevonden, en het nu te bespreken boek richt zich tot zo'n gevarieerd publiek. Het is ontstaan uit colleges voor studenten in zuivere en toegepaste wiskunde, statistiek, economie en voor aanstaande leraren. De schrijver geeft in het voorwoord enkele beperkingen aan waaraan hij zich gebonden voelde. Niettemin roept het boek herinneringen op aan de gerenommeerde leerboeken uit de jaren zestig, allereerst door de keuze van de onderwerpen, maar meer nog door de zakelijk-

ke en duidelijke presentatie, die vergelijkbaar is met de beste uit vroeger jaren (zoals van Hewitt en Stromberg, Royden, en Rudin). Het is geschreven met een strakke afwisseling van korte paragrafen met enkele stellingen, gevolgd door oefeningen in een ruim voldoende aantal. De stijl is informeel, 'conversational' zegt de schrijver, en laat veel vragen, bij wijze van oefening, ter beantwoording aan de lezer over.

De inhoud van het boek telt twintig hoofdstukken, verdeeld in drie stukken. Het eerste is metrische ruimten. Hier worden de voor de reële analyse relevante begrippen uit de topologie ingevoerd: aftelbaarheid, metriek en de bijbehorende topologie, continuïteit, samenhang, volledigheid, compactheid, categorie. Het tweede is functieruimten: rijen en reeksen van functies, ruimten van continue functie met de Stone-Weierstrass-stelling, functies van begrensde variatie, Riemann-Stieltjes-integraal, de representatiestelling van Riesz, Fourierreeksen. Het derde stuk is Lebesgue-maat en -integratie. De schrijver volgt hier de oorspronkelijke methodiek van Lebesgue maar met vermelding van het Caratheodory-alternatief en verwijzing naar allerlei andere opvattingen. In dit deel vindt men de hoofdstellingen over integralen van limieten; het laatste hoofdstuk van het boek gaat over differentiëren, hier ingevoerd via de 'derived numbers' van Nantanson (in diens boek *Reelle Funktionen* (1955/1961)).

Onderwerpen die men in deze context zou kunnen verwachten, maar die niet behandeld worden, zijn onder meer: Functies van meer dan één variabele, derhalve de stelling van Fubini en het differentiëren van een integraal naar een parameter; Hilbertruimte, wel terloops genoemd, en meer in het algemeen functionaalanalytische aspecten, dus ook bijvoorbeeld de Daniellintegraal. De schrijver geeft aan het eind van ieder hoofdstuk uitvoerige aantekeningen zowel over de historische ontwikkeling als over verdergaande literatuur. Samen met de gepresenteerde stof geven deze aan het boek een allure dat uitsteekt boven het gewone leerboek-karakter. Naar de smaak van deze recensent is hier sprake van een voortreffelijk leerboek.

W. van der Meiden

S.G. Krantz

Handbook of complex variables

Boston: Birkhäuser, 1999

290 p., prijs DM 148,-

ISBN 0-8176-4011-8

Dit is een heel aardig boekwerkje over elementaire complexe functietheorie. De uitvoering is zeer verzorgd: een fraaie harde kaft, een handzaam formaat en een prima layout op basis van standaard L^AT_EX met vrij veel illustraties. De kwaliteit van sommige plaatjes had wellicht iets beter gekund.

Het boekje is bedoeld als "comprehensive reference work for scientists and engineers who need to know and use essential information and methods involving complex variables and analysis". Er wordt dan ook vrijwel geen wiskundige theorie behandeld. Er is gekozen voor een encyclopedische behandeling van de belangrijkste begrippen uit de complexe functietheorie.

Het boek omvat zestien hoofdstukken en wordt afgesloten met een uitgebreide lijst van begrippen met hun betekenissen en een verwijzing naar de betreffende paragrafen, een lijst van gebruikte notaties en een tabelletje met Laplace getransformeerden.

Een opsomming van de inhoud is nauwelijks te geven. Het

boek begint met een beschrijving van de complexe getallen en het complexe vlak. Er wordt dan ook nauwelijks enige voorkennis verondersteld. De eerste dertien hoofdstukjes gaan puur over de theorie van complexe functies. In hoofdstuk 14 wordt ingegaan op toepassingen van conforme afbeeldingen. Dat hoofdstuk wordt afgesloten met een appendix, waarin plaatjes van conforme afbeeldingen zijn opgenomen. Deze plaatjes (gemaakt in CorelDRAW) zijn van aanzienlijk betere kwaliteit dan de overige illustraties. Hoofdstuk 15 handelt vervolgens over transformatietheorie en met name over de Fourier transformatie. In hoofdstuk 16 wordt ten slotte ingegaan op enkele (commercieel beschikbare) softwarepakketten, die gebruikt kunnen worden als hulpmiddel bij de bestudering van de complexe functietheorie.

Voor de doelgroep is het boek een absolute aanrader, hoewel de prijs mogelijk een bezwaar zou kunnen zijn. Het boek is absoluut niet geschikt als onderwijsmateriaal voor een cursus complexe functietheorie omdat de theorie geheel ontbreekt. Voor hen die af en toe resultaten en begrippen uit de complexe functietheorie nodig hebben en snel willen kunnen vinden is het boek zeer geschikt: de inhoud wordt erg overzichtelijk gepresenteerd.

R. Koekoek

S. Albeverio and P. Kurasov

Singular perturbations of differential operators

(London Mathematical Society Lecture Note Series; 271)

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

429 p., prijs £29.95

ISBN 0-521-77912-X

The interest in the singular perturbation problems treated in this book probably started with the 4-page paper by F.A. Berezin and L.D. Faddeev published in 1961. In it they studied the delta potential interaction $L_\alpha = -\Delta + \alpha\delta(x)$, $\alpha \in \mathbf{R}$, of the Laplace operator $-\Delta$ in the Hilbert space $L^2(\mathbf{R}^3)$. They solve the problem of modelling L_α by a selfadjoint operator with the same spectral properties. Similar modelling problems appear in, for example, quantum theory, fluid mechanics, optics, superconductivity, and high energy physics. The appendix in the present book on the history and background of singular perturbations refers to such applications, and the bibliography contains just below 1000 items. Mathematically these problems can be formulated as follows: Associate a suitable selfadjoint operator A_α , sometimes called the realization or model, with the formal expression $A + \alpha\langle\varphi, \cdot\rangle\varphi$, where A is a given selfadjoint operator in a Hilbert space H and φ is some so called singular element.

The book assumes knowledge of the theory of linear operators on Hilbert spaces such as presented in the books by N.I. Achizeer and I.M. Glazman and by M. Reed and B. Simon, and it starts at a slow pace with so-called rank one perturbations. Then it goes on at a quicker pace to many other kinds of perturbations. The authors have done a good job in making the theory accessible for researchers in analysis and mathematical physics. The only comment I have concerns the use or rather non-use of linear relations. Sometimes the restricted operator A^0 is nondensely defined and so its adjoint is a "multivalued operator" or linear relation which is easily described and among its selfadjoint extensions there are those which are not an operator and they are also easily described. For example, in the case of a bounded perturbation the

selfadjoint relation extension is unique and corresponds to the case $\alpha = \infty$, as can be deduced via Kreins formula. The authors recognize this phenomenon, but nevertheless do not consider these extensions. In fact, they completely avoid the use of linear relations. That is a pity, the theory would have been more complete when these cases were included. From a spectral point of view these cases are sometimes rather interesting. In some recent papers (by Yu.G. Shondin, J.F. van Diejen and A. Tip, and others) still more singular perturbations are studied. This higher singularity seems to warrant the use of indefinite metric spaces (in this case Pontryagin spaces) and selfadjoint linear relations provide a handy tool in the construction of the models. *A. Dijkema*

F. Hirsch en G. Lacombe

Elements of functional analysis

(*Graduate Texts in Mathematics*; 192)

New York: Springer-Verlag, 1999

393 p., prijs DM 98,-

ISBN 0-387-98524-7

Het boek onder recensie (een vertaling van een twee jaar eerder verschenen Frans leerboek) is een inleiding in de functionaal-analyse met aandacht voor toepassingen op distributies en partiële differentiaalvergelijkingen. De benodigde voorkennis omvat naast de gebruikelijke concepten van de calculus (in Banachruimten) en de topologie van metrische ruimten ook standaardresultaten uit de maat- en integratietheorie (Lebesgueintegraal, stellingen van Lebesgue en Fubini, elementaire eigenschappen van L^p -ruimten).

Vanwege de breedte van het te behandelen gebied is de keuze van het materiaal voor een boek met inleidend karakter en beperkte omvang een belangrijke en moeilijke beslissing. De auteurs kiezen voor het kader van metrische ruimten in plaats van algemene topologische ruimten en voor Banach- en Hilbertruimten in plaats van algemene lokaalconvexe ruimten. Op deze manier wordt concentratie op centrale concepten en technieken mogelijk zonder moeilijkheden die er door grotere algemeenheid bij zouden komen. (Zoals ook in andere inleidende leerboeken wordt de discussie van topologische aspecten van de distributietheorie beperkt tot de definitie van rijconvergentie voor testfuncties en zwakke convergentie voor distributies.)

Het boek omvat een proloog en drie delen met volgende onderwerpen:

- Proloog: aftelbaarheid, separabiliteit, diagonaalmethode
- Deel I: ruimten van continue functies op compacte verzamelingen, stellingen van Stone-Weierstrass en Arzela-Ascoli, Daniellintegraal, Radonmaten, Hilbertruimten, L^p -ruimten
- Deel II: (elementaire) spectraaltheorie in Banach- en Hilbertruimten, operatorcalculus voor begrensde Hermiteoperatoren, spectraaltheorie voor compacte operatoren
- Deel III: distributietheorie (definities, rekenoperaties, convolutie) en toepassingen op partiële differentiaalvergelijkingen (fundamenteel oplossingen, inbeddingsstellingen van Sobolev en Rellich, Dirichletprobleem voor de Poissonvergelijking, warmte- en golfvergelijking)

Deze materiaalkeuze is naar mijn mening discutabel: centrale stellingen als die van Hahn-Banach, Baire, Banach-Steinhaus en de open-afbeeldingsstelling worden niet of slechts zijdelings bespro-

ken, en met het oog op de toepassingen op partiële differentiaalvergelijkingen valt het ontbreken van belangrijke onderwerpen als onbegrensde operatoren, Fredholmoperatoren en Fouriertransformaties bijzonder op. Natuurlijk is dit ook aan de nodige beperking van de omvang te wijten, maar aan de andere kant lijkt de vrij grote aandacht voor het Daniellintegraal en Radonmaten door de beoogde toepassingen duidelijk minder gemotiveerd.

De tekst is precies geformuleerd en de bewijzen zijn uitvoerig en zorgvuldig genoeg om recht te doen aan het inleidend karakter van het boek; langere bewijzen zijn vaak in kortere stappen opgedeeld. De sterkste kant van het boek is de meer dan 400 opgaven die de tekst niet alleen begeleiden maar ook vele nieuwe onderwerpen introduceren en dus tot de inhoud van het boek essentieel bijdragen. Enkele willekeurig gekozen voorbeelden voor onderwerpen die in opgaven besproken worden zijn de stellingen van Baire en Banach-Steinhaus met toepassingen, de stellingen van Cantor-Bernstein en Lax-Milgram, de approximatiestellingen van Fejér en Korovkin, variatieongelijkheden en operatorhalfgroepen. Door de indeling van moeilijkere problemen in deelopgaven en door nauwkeurige hints zijn de opgaven goed toegankelijk en vormen dus een uitstekende grondslag voor instructies naast een college of voor zelfstudie. *G. Prokert*

R.G. Douglas

Banach algebra techniques in operator theory

New York, Springer-Verlag, 1998

194 p., prijs DM 98,-

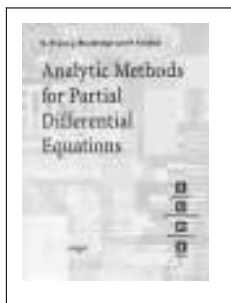
ISBN 0-387-98377-5

Dit boek behandelt op een stevige manier een aantal onderwerpen uit de Lineaire Analyse. De auteur zegt dat hij geen volledigheid heeft nagestreefd, maar bewust gepoogd heeft om op een efficiënte manier aan belangrijke resultaten te komen. Dat is inderdaad aan het boek te zien want verschillende resultaten worden snel afgeleid en daarmee samenhangende resultaten zijn in de vorm van opgaven opgenomen. De benodigde voorkennis voor dit boek bestaat uit topologie, maattheorie en algebra. Er wordt op dit punt geen enkele concessie aan de lezer gedaan en van de voorkennis wordt stevig gebruik gemaakt. De inhoud is haalbaar voor de rijpere en betere wiskundestudent. Het boek is een tweede druk en verschilt heel weinig van de eerste druk uit 1971. Verwijzingen naar literatuur van na 1971 en naar ontwikkelingen van na 1971 zijn er dan ook niet in terug te vinden, behalve in incidentele voetnoten bij opgaven waarin open problemen aan de orde komen. De bibliografie is ook niet aangepast. Het boek bevat zeven hoofdstukken, waarvan er drie zijn met basisingrediënten. Deze drie zijn Banachruimten, Banachalgebra's (met onder andere de Gelfandtransformatie) en De geometrie van Hilbertruimten. Er is een hoofdstuk over operatoren en C^* -algebra's culminerend in de stelling van Fuglede. (Als T een begrensde normale operator op een Hilbertruimte is en X is een begrensde operator met $TX = XT$, dan $T^*X = XT^*$.) Het vijfde hoofdstuk behandelt compacte operatoren en geeft een degelijke uiteenzetting over Fredholmoperatoren waarbij de indextheorie een grote rol speelt. De laatste twee hoofdstukken behandelen Hardyruimten en Toeplitzoperatoren waar al het voorafgaande heel uitgebreid bij gebruikt wordt.

Het boek is een mooi afgerond geheel en er kan veel van wor-

den opgestoken. De auteur moet wel een optimistisch karakter hebben, gezien de zwaarte van nogal wat opgaven. Een rijtje van zeven opgaven eindigt met de vraag om de stelling van Krein-Mil'man te bewijzen. (Een begrensde zwak*-gesloten convexe verzameling in de duale van een Banachruimte is het zwak*-gesloten convexe omhulsel van haar extreme punten.) De hoofdstukken eindigen met duidelijke opmerkingen over literatuur, alternatieve bewijzen en toepassingen. Helaas zijn deze opmerkingen van voor 1971. Er staan veel opgaven in het boek en gelukkig zijn de moeilijke met een * gemarkeerd.

F.J.L. Martens



G. Evans, J. Blackledge and P. Yardly
Analytic methods for partial differential equations & Numerical methods for partial differential equations
 (Springer Undergraduate Mathematics Series)

London: Springer-Verlag, 2000
 299 p., prijs DM 59,- en 290 p., prijs DM 59,-
 ISBN 3-540-76124-1 en ISBN 3-540-76125-X

Both books are based on courses given by the authors at De Montfort University in Leicester. The book on analytic methods consists of five chapters containing the following subjects: the method of separation of variables for wave, heat and Laplace equations, first order equations, and hyperbolic second order equations, the Laplace transform method, the Fourier transform method, and Green's functions. The book on numerical methods consists of six chapters in which the following subjects are treated: finite differences, parabolic, hyperbolic and elliptic equations, finite element methods for ODEs, and finite elements for PDEs. Almost all sections in both books have a set of exercises, and the solutions of these exercises can be found in the appendices of both books.

All subjects are treated clearly, and emphasis is put on how to find solutions analytically, or on how to construct approximations of the solutions numerically. These books are suitable for undergraduate students (with some knowledge of ODEs) who want to have an elementary introduction to analytical and numerical methods for partial differential equations.

W.T. van Horssen



I. van der Berg
Principles of infinitesimal stochastic and financial analysis

London: World Scientific Publishing, 2000
 136 p., prijs £21,-
 ISBN 981-02-4358-8

When teaching a course on option pricing theory one always faces the challenge on how to present the theory to the students. In particular, how to present a good derivation of the most celebrated formula from financial theory: the Black-Scholes formula.

There are two approaches that are usually taken. The first one starts off in discrete time where one can postulate an extremely simple model for the development of asset prices: the binomial

tree. The mathematics involved in the binomial model is very basic, only a few linear algebra results lead to a pricing formula for options. Also the basic idea of option pricing, building a replication portfolio, can be made very clear. Unfortunately the final pricing formula expresses the option price in terms of binomial distribution functions and only a limit argument leads then to the Black-Scholes formula.

The other approach is to follow the original Black-Scholes-Merton derivation more closely and to use stochastic processes and Ito calculus. This has the disadvantage that one first needs to build up the machinery of Brownian Motion and Itôcalculus, which many students find very abstract. Furthermore, a fully rigorous build-up can only be based on advanced measure theory. As a consequence most of the time one ends up doing the proof 'by hand waiving' and the derivation of the Black-Scholes formula is then more or less based on faith.

Imme van den Berg's book bridges this gap by using non-standard analysis. For me this was the first time I had ever heard of non-standard analysis, and I am very impressed by the power of this approach. Many of the problems which arise when trying to make the transition from discrete to continuous time stochastic processes are avoided when using the approach of 'an unlimited number of infinitesimal steps' which is formalized by non-standard analysis. Starting from the intuitively appealing setting of a binomial tree, the non-standard analysis approach very naturally derives the well-known continuous-time formulae. Also the proofs are intuitively very appealing: all the technical burden of ϵ -algebra's, filtrations and 'almost surely' arguments are completely avoided.

If I have to make a critical remark, it is that the book leaves the reader with the impression that it was finished under great time-pressure. Many typos and notational inconsistencies are strewn throughout the book. Furthermore, many of the basic concepts of non-standard analysis like limited, unlimited, appreciable and the notation $\approx$ are never properly defined. Their meaning becomes clear from the context, but a formal definition and a more elaborate introduction to non-standard analysis would make the text much more self-contained.

Despite these shortcomings, I would definitely recommend the book to anyone who wants to obtain a better intuitive understanding of the continuous-time results of option-pricing theory.

A. Pelsser

V. Korotkich

A mathematical structure for emergent computation

(Nonconvex Optimization and its Applications; 36)
 Dordrecht: Kluwer, 1999
 164 p., prijs NLG 160,-
 ISBN 0-7923-6010-9

This monograph, based on six recent papers by the author, deals with a mathematical structure, called integer code series, which is a coding for piecewise constant functions on the integers. Then another structure, called web of relations, is introduced. The author claims that this approach is suitable for describing certain phenomena mathematically as a whole. Within this 'holistic' setting, certain algebraic and geometric observations are made, issues like integer sequences (Prouhet-Thue-Morse, Fibonacci),

emergent computations and dynamical systems (chaos, period doubling) are addressed, and a notion of structural complexity is given.

I am afraid that the author's approach is rather isolated and that this monograph will probably not change that situation. This book is anything but a pleasure to read: it is often vague, poorly written and employs incorrect formulations. A typical example, taken from p. viii: "[The author] started to study questions concerning universal principles of emergent computation as a reaction to the general realization that the NP-complete problem probably could not be practically solved by using the Turing model of computation." It also contains overloaded notation (apart from the structural complexity $C(s)$ there is also a function $C(s, s')$ and even a function $C(s(i), s'(i), i)$) and it has no index. The order of the references is not alphabetical and although this volume deals with structural or descriptive complexity, it does not refer to the standard text by M. Li & P.M.B. Vitányi, *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications* (1993), Springer-Verlag. What this monograph has to do with Nonconvex Optimization remains an open question.

In short, I cannot recommend this book to anybody. *P.R.J. Asveld*

N.A. Bobylev, S.V. Emel'yanov et al.

Geometrical methods in variational problems

(*Mathematics and its Applications*; 485)

Dordrecht: Kluwer, 1999

539 p., prijs NLG 398,-

ISBN 0-7923-5780-9

This monograph is devoted to the study of nonlinear variational problems. The aim of the authors is to provide a self-contained book, accessible to anyone with a basic background in mathematics. For this reason, the authors start with an introductory chapter on functional analysis, going from metric spaces to classical applications of the contraction mapping principle.

The second chapter is devoted to the minimization of nonlinear functionals. After treating the smooth case, the authors consider convex and Lipschitzian functionals, with the corresponding generalized gradients, and Ekeland's variational principle. Interesting applications are given.

Chapter three deals with a homotopic (or deformation) technique for the study of variational problems. It exhibits a class of functionals and of deformations of such functionals, having each a unique critical point, such that the local minimum character of this point is preserved during the deformation. Applications are given to integral functionals and nonlinear programming problems.

Chapter four considers the characterization of extremals of variational problems using topological degree techniques. Degree theory is presented, using a differential topological approach, in finite dimension, and then extended to completely continuous perturbations of identity, and to some monotone-like mappings in Banach spaces. This allows one to introduce and to compute the topological index of a point of minimum and of an isolated critical set of a functional. Applications are given to problems of the classical calculus of variations and to optimal control theory. The chapter ends with a short introduction to Lyusternik-Schnirel'man minimax theory.

Chapter five is devoted to various applications of the methods developed in previous chapters. It starts with existence theorems for monotone-like gradient operators, applied to nonlinear elliptic boundary value problems, Hammerstein integral equations, problems of elasto-plasticity, and Ginzburg-Landau equations. The mountain pass theorem is then proved and applied to various partial differential equations and ordinary differential systems. Various important inequalities are proved through the homotopic deformation method. A general scheme is presented for the study of degenerate extremals of variational problems (through a finite-dimensional reduction). One then finds infinite-dimensional versions of the Morse lemma, a study of the well-posedness of variational problems, and a thorough exposition of the gradient method for minimizing nonlinear functionals. The remainder of the chapter is devoted to the bifurcation of extremals of variational problems and the existence of eigenvectors for potential operators.

The bibliographical comments are collected at the end of the volume, and refer to a bibliography of more than six hundred items. An index makes easier the access to the rich material contained in this monograph. The material presentation of the volume is good.

By giving an easy and systematic access to a number of techniques recently developed in the former Soviet Union, this book is a very useful and valuable addition to the literature devoted to the modern theory of variational problems. *J. Mawhin*



A. Awane and M. Goze

Pfaffian systems, k -symplectic systems

Dordrecht: Kluwer, 2000

260 p., prijs \$105

ISBN 0-7923-6373-6

Een uitwendig differentiaalsysteem is een meetkundige beschrijving van een systeem van partiële differentiaalvergelijkingen, namelijk als een ideaal in de uitwendige algebra van een gladde variëteit. Een belangrijk speciaal geval zijn de systemen van Pfaff, die lokaal voortgebracht worden door vormen van graad 1, hetgeen correspondeert met een systeem van vergelijkingen van de eerste orde. De classificatie van deze systemen was een populaire bezigheid in de decennia rond de vorige eeuwwisseling. Twee uitersten in deze classificatie zijn het volledig integreerbare geval, dat behandeld werd door Frobenius, en het maximaal niet-integreerbare geval, dat behandeld werd door Darboux. Deze gevallen staan tegenwoordig bekend als respectievelijk de theorie der foliaties en de contactmeetkunde. In beide is er een eenvoudige lokale canonieke vorm voor het systeem, zonder enige invarianten. Een tot heden onovertroffen prestatie werd geleverd door E. Cartan, die in zijn uitgebreide studie *Les systèmes de Pfaff à cinq variables et les équations aux dérivées partielles du second ordre* in *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.* 27 (1910) voor het eerst een lokale invariant ontdekte, te weten een ternaire vorm van graad vier. En de symmetriegroep van een systeem waarvan de invariant gelijk aan 0 is, is de gespleten vorm van de uitzonderlijke

Liegroep G_2 ! Een van de weinige eigentijdse standaardwerken op dit gebied, *Exterior differential systems* door R.L. Bryant, S.S. Chern et al. (Springer-Verlag, 1991) stelt aan de lezer als 'eindexamenopgave' een rapport te schrijven over Cartans artikel.

Deze opgave is uitgevoerd in het hier te bespreken boek, maar tot mijn spijt moet ik oordelen dat de auteurs daar slechts matig in geslaagd zijn. Het boek begint met een inleiding tot de uitwendige systemen op een elementair niveau, maar de uiteenzetting is vaak slordig en omslachtig. Dit materiaal wordt duidelijker en beknopter besproken in het eerder genoemde boek van Bryant et al. In de behandeling van de systemen in vijf variabelen hebben de schrijvers weinig aan Cartans originele werk toe te voegen. Ze voeren enkele van de lastigste berekeningen niet uit, maar verwijzen de lezer direct naar het oorspronkelijke artikel. Bijzonder teleurstellend is dat de vraag of Cartans polynomen een volledig stel invarianten zijn overgeslagen wordt. Het lezen wordt niet vergemakkelijkt door een groot aantal wis- en taalkundige zetfouten. De uitgevers hebben kennelijk weinig redactionele zorg aan dit manuscript besteed. Dat ze het niettemin voor een verkoopprijs van maar liefst bijna tweehonderd gulden op de markt brengen, wekt mijn verbazing.

Vrijwel los van de discussie van Cartans werk staan enkele hoofdstukken over k -symplectische meetkunde. De auteurs definiëren een k -symplectische structuur als een stelsel van k gesloten 2-vormen dat in zekere zin niet ontaard is, samen met een maximale deelbundel van de raakbundel die isotroop is voor elk van de 2-vormen. Een 1-symplectische variëteit is bijvoorbeeld niet anders dan een symplectische variëteit met een reële polarisatie. De schrijvers beweren dat dit begrip van belang is in de statistische mechanica, maar dragen hiervoor weinig bewijzen aan. Ze introduceren Hamiltoniaanse vectorvelden, impulsafbeeldingen, prequantisatie à la Kostant en Souriau en bespreken enige eenvoudige voorbeelden en eigenschappen. Tevergeefs zoekt de lezer naar diepere resultaten die de theorie rechtvaardigen. R. Sjamaar

gebreid tot een theorie van met passer, lineaal en 'neusis' uitvoerbare constructies, hieronder vallen alle constructies die met derde en vierde graads vergelijkingen opgelost kunnen worden. Dit zijn onder andere de kubusverdubbeling, de driedeling van de hoek en de constructie van de regelmatige zevenhoek. Uitvoerig bespreekt de auteur de hyperbolische meetkunde. Gezien zijn uitgangspunt in de elementen van Euclides, waarin de ordening een rol speelt, past de elliptische meetkunde niet in deze opzet. De theorie van de inhoud van veelvlakken met de bekende vraag naar een elementair bewijs voor de gelijkheid van de inhoud van twee viervlakken met hetzelfde grondvlak en gelijke hoogte wordt met de invariant van Dehn aan de orde gesteld. De lijn van Euclides volgend worden de regelmatige (en halfregelmatige) veelvlakken behandeld.

De auteur spreekt de wens uit dat iedere leraar dit boek doorgewerkt zou moeten hebben. In de Nederlandse situatie met de discussies over bewijzen in het onderwijs, vroeger te vinden in het onderwijs in de vlakke meetkunde, is het voor belangstellenden boeiend te lezen hoe een moderne axiomatische opbouw van de euclidische meetkunde er uit ziet en wat voor problemen en vergezichten voor wiskundigen in deze opbouw aan het licht komen.

F. van der Blij

F.J.E. Dillen and L.C.A. Verstraelen et al.
Handbook of differential geometry

Amsterdam: North-Holland, 2000

1054 p., prijs NLG 350,-

ISBN 0-444-82240-2

The editors of this handbook have taken on a massive task. Their aim is to give a "rather complete survey of differential geometry". Wisely enough they make no predictions as to how many handbooks it will take to complete their undertaking. The editors promise to publish chapters covering significant areas of differential geometry as they are sent in by the contributors to these volumes, rather than trying to build the house of differential geometry from its foundations. This may be the only feasible approach, although the resulting somewhat jumbled collection may leave not only this reader slightly dissatisfied.

This first volume contains chapters on differential geometry of webs, spaces of metrics and curvature functionals, Riemannian submanifolds, Einstein metrics in dimension four, the Atiyah-Singer index theorem, isospectral manifolds, submanifolds with parallel fundamental form, sphere theorems, affine differential geometry, isoparametric hypersurfaces, and curves. Each is written by a leading expert in the respective area. The few that I have browsed contain expository writing of the highest quality.

The prospective readership varies from chapter to chapter. For instance, the brief survey by P. Gilkey on the Atiyah-Singer index theorem strikes me as one of the most useful introductions to this topic that I have seen and provides a quick guide to the central ideas in this landmark theorem. Equally valuable are C. Gordon's survey on isospectral manifolds and G. Thorbergsson's on isoparametric hypersurfaces, the latter containing an immensely valuable historical sketch, as well as K. Shiohama's review of sphere theorems.

It will be a very different reader who has the stamina to plough through close to 300 pages on Einstein metrics in dimension four



R. Hartshorne

Geometry: Euclid and beyond

(Undergraduate Texts in Mathematics)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

420 p., prijs \$49.95

ISBN 0-387-98650-2

Dit naar inhoud en vormgeving zeer fraaie boek bevat een schat aan informatie over de klassieke euclidische meetkunde. De auteur daagt de lezer uit met de Elementen in de hand zijn kritische aanvullingen en commentaren te volgen. De door Hilbert gegeven axioma's in zijn *Grundlagen der Geometrie* zijn de leidraad. De auteur behandelt verder veel "beyond" Euclides, zoals de negenpuntscirkel. Zorgvuldig gaat hij in op de relatie tussen de euclidische opbouw, waarbij lengte en oppervlakte niet in eerste instantie met getallen in verband gebracht worden.

In de cartesische opbouw van de meetkunde gaat men van getallen uit, zorgvuldig wordt de relatie van meetkundige eigenschappen en het betreffende getallichaam besproken. De theorie van de met passer en lineaal uitvoerbare constructies wordt uit-

(written by A. Derdzinski). This is really a monograph written for the reader with serious ambitions. The same holds for the chapters on differential geometry of webs (by M. Akivis and V. Goldberg) and Riemannian submanifolds (B.-Y. Chen), which are of similar dimensions.

A look at the bibliographies of the individual chapters reveals other striking differences in the authors' intentions. Derdzinski's chapter, for example, has a very brief bibliography, suggesting that it can be read almost like a textbook. Gilkey's survey, appropriately enough, has an equally brief bibliography and refers those who want to learn more to some standard monographs. Chen's bibliography, by contrast, covers 44 pages, and other authors aim at similar encyclopaedic surveys of the literature.

All in all, I find some of the longer chapters — well written and interesting as they may be — a little at odds with the spirit of a handbook. If one were to measure a subject's importance by the number of pages allocated to it in this handbook, one might get a downright skewed view of differential geometry. But for the price of a couple of textbooks one gets a handful of very useful surveys plus three monographs thrown in for good measure. The individual reader may want to decide from the actual choice of topics whether this or any forthcoming handbook really is a bargain, but I would certainly wish to find them in a not too dusty corner of my local library.

H. Geiges

Y.B. Rudyak

On Thom spectra, orientability, and cobordism

Berlijn: Springer-Verlag, 1998

587 p., prijs DM 198

ISBN 3-540-62043-5

Wanneer is een gegeven compacte variëteit de rand van een andere variëteit, zoals de cirkel de rand is van de cirkelschijf? Deze meetkundige vraag leidt tot de bordismegroep N_k van equivalentieklassen van k -dimensionale compacte variëteiten, waarbij twee variëteiten equivalent heten als ze samen de rand van een derde vormen. (Voor het gemak verzwijg ik hier details aangaande oriëntaties.) René Thom legde in de jaren '50 een verband tussen bordisme en homotopietheorie, door een reeks ruimten MO_n te construeren (n een natuurlijk getal), en te bewijzen dat voor voldoende grote n genoemde bordismegroep N_k gelijk is aan de homotopiegroep $\pi_{n+k}(MO_n)$. De Thom-ruimten MO_n vormen tezamen een zogeheten spectrum. Zulke spectra zijn de bouwstenen van de stabiele homotopietheorie, en spelen een essentiële rol in onderwerpen als K -theorie, de theorie van genoemd bordisme en cobordisme, en andere 'gegeneraliseerde' (co-)homologietheorieën.

Er zijn vele goede inleidingen in de algebraïsche topologie, die de (gewone) homologie en cohomologiegroepen behandelen, en ook vaak de homotopiegroepen. Geschikte vervolgböeken zijn echter dun gezaaid. Het boek van Switzer (Springer-Verlag, 1975) is misschien het enige voorbeeld van een echt leerboek. Over cobordisme is er de bekende maar verouderde monografie van Stong (Princeton, 1968).

De Russische wiskundige Rudyak heeft geprobeerd deze lacune te vullen met het hier te bespreken boek, en lijkt hierin zeer goed geslaagd. Zijn boek geeft een uitgebreide inleiding in de algemene theorie van spectra die zo'n 100 pagina's omvat. Dit

wordt gevolgd door een wat technisch korter hoofdstuk, over limietverschijnselen in het kader van het benaderen van oneindig-dimensionale ruimten (spectra) door eindig-dimensionale. Hier komen zaken als $\lim_1$ -rijen en Brown-representeerbaarheid aan de orde. Na deze hoofdstukken, wanneer het gebruik van spectra in diverse meetkundige situaties wordt besproken, begint eigenlijk het interessante deel van het boek. Zo zijn er hoofdstukken over Thom-spectra, over oriënteerbaarheid, over K -theorie, en over complexe cobordismetheorie. Ook meer speciale maar belangrijke zaken als het Brown-Petersen-spectrum, het verband tussen spectra en formele groepen, en Morava- K -theorie komen hier aan de orde.

Alle onderwerpen worden in detail behandeld, en de definities en bewijzen zijn goed leesbaar opgeschreven. De auteur heeft ervoor gekozen belangrijke resultaten die elders goed toegankelijk zijn niet in detail te bewijzen, maar de lezer te voorzien van een of meer precieze verwijzingen naar de literatuur. Een voorbeeld hiervan is de periodiciteitsstelling van Bott, die essentieel is voor het verband tussen K -theorie en spectra, maar die door Rudyak niet bewezen wordt. Het lijkt me dat Rudyak hier een verstandige keuze heeft gemaakt, gezien de omvang die zijn boek toch al heeft. (Vergelijk de fysieke onhanteerbaarheid van genoemd boek van Switzer dat 526 pagina's telt.)

Het is jammer dat de auteur de recente ontwikkelingen op het gebied van de grondslagen van de theorie van spectra gemist heeft. Ik denk hierbij vooral aan de invoering door J. Smith van het begrip van 'symmetrisch spectrum', en de verdere studie hiervan door anderen. Hierdoor is het hoofdstuk over spectra ten dele verouderd, al doet dit weinig af aan Rudyaks behandeling van het gebruik van spectra in latere hoofdstukken. Het blijft een boek waarin vele belangrijke onderwerpen op verhelderende manier bijeen zijn gebracht, een boek dat vele geïnteresseerden in de topologie tot hulp zal zijn. De kniesoren onder hen zullen zich wel afvragen waarom er niet beter gebruik is gemaakt van een spelling checker. (Maar voor Springer-Verlag lijkt het tegenwoordig teveel moeite om zelf ook nog iets aan de tekst te doen.)

I. Moerdijk

I.M. James, ed.

History of topology

Amsterdam: North-Holland, 1999

ix+1056 p., prijs NLG 375,-

ISBN 0-444-82375-1

"Dit is een heel dik boek", antwoordde ik toen een collega vroeg hoe ik deze recensie zou beginnen. Met 1056 pagina's is het maar weinig (slechts 182) korter dan Kline's *Mathematical Thought*. Hoe kan het dat één enkel vakgebied, dat nog maar zo'n honderd jaar bestaat, opgeklopt kan worden tot 85% van Kline? Het antwoord, weet ik na lezing van dit boek, is eenvoudig: maak een voldoende fijne verdeling, laat daar enige experts op los, vul het geheel aan met wat 'echt' historisch materiaal en voor je het weet heb je $4\frac{1}{2}$ cm geschiedenis van de topologie.

Dit een enigszins gechargeerde weergave van mijn indrukken, opgedaan tijdens het lezen van de veertig stukken die het onderhavige boek vullen. De kwaliteit van de bijdragen varieert nogal, van opstellen zoals we die op de lagere school al niet meer mochten schrijven ("En toen, in het jaar n , deed X dat ...") tot ver-

halen die lezen als een trein. Met veel genoegen heb ik gelezen hoe, bijvoorbeeld, de dimensietheorie en de knopentheorie zich ontwikkeld hebben; de schrijvers van deze bijdragen hebben zich weten te beperken tot het vertellen van de globale geschiedenis van hun gebied en het uitlichten van enige hoogtepunten. Mijn vermoeden is dat deze, en nog een paar andere, geschreven zijn door vakhistorici of anders door experts met een meer dan gemiddeld schrijftalent. Bij (te) veel andere artikelen raakte ik telkens het spoor bijster door de veelheid aan resultaten die (chronologisch, dat wel) over me uitgestort werd. Het kon me na verloop van tijd echt niets meer schelen of het nog goed zou aflopen met de rationale homotopie, de spectraalrijen of de Shape Theorie. Dat is jammer, want ik wilde het eerst wel weten.

Er is in het boek nog wat meer te vinden dan stukken over 'De geschiedenis van ...'. Zo is er een lange samenvatting van het topologische werk van Poincaré dat aan het einde helaas ook verzandt in een wirwar van noties en resultaten. Aardig is daarentegen een brief van Hopf aan Freudenthal over $\pi_3(S^2)$, vastgeknoot aan een mogelijke lijn van Clifford, via Klein, naar de Hopf-afbeelding. Het boek besluit met biografieën van een aantal toonaangevende topologen. Nederland doet het daarbij niet slecht, onder de acht topologen die een eigen hoofdstuk waard werden geacht vinden we Brouwer en Freudenthal. *K. P. Hart*

O. Stormark

Lie's structural approach to PDE systems

(*Encyclopedia of Mathematics and its Applications*; 80)

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

572 p., prijs £70

ISBN 0-521-78088-8

Solving an arbitrary (nonlinear) first order partial differential equation can be reduced to solving a system of ordinary differential equations. This reduction is known as Hamilton-Jacobi theory. Lie has recast this theory in terms of the contact structure of the 1-jet bundle, the space of which the graph of the 1-jet of the solution is a submanifold. He also generalized the theory to systems of partial differential equation, but still of order one and for a scalar- (not vector-) valued solution.

Lie's ideas have been generalized by Élie Cartan to systems of partial differential equations of arbitrary order, for which however in general there is no reduction to systems of ordinary differential equations. As a weak substitute one has the Cartan-Kähler theorem, which is a local existence theorem in the analytic category, based on a repeated application of the Cauchy-Kowalewsky theorem. As is well known, this is often of little use in applications to problems where global solutions are required, together with estimates which give control over the solutions. Although the Cartan-Kähler theorem and the accompanying Cartan-Kuranishi prolongation theorem are mentioned in the book, their proof is not — for this the reader is referred to the excellent book *Exterior Differential Systems* of Bryant, Chern, Gardner, Goldschmidt and Griffiths.

One of the main goals of *this* book is to describe Vessiot's theory of those second order partial differential equations, for scalar-valued functions in two variables, the solution of which still can be reduced to ordinary differential equations, without using the Cauchy-Kowalewsky theorem. The theory uses so-called singular

vector fields, defining Monge systems. It works under the condition that the Monge systems admit at least two functionally independent first integrals, which makes the equation quite special. It is shown that this condition is equivalent to the condition that the equation is contact-equivalent to one of certain standard forms, defined by 3-dimensional Lie algebras. In the last chapter the singular vector fields are used to obtain also some results in three variables.

The book contains a large number of emotional exclamations, which often irritate the reader who already knows about partial differential equations and sometimes are right-out misleading for novices in the field. For instance the Preface starts with the italicized "what about foundations?" and "first of all one has to know that there are local solutions", which easily could give the wrong impression that also in the case of the second order equations of mathematical physics one should start with the approach of Lie and Cartan. (For such equations the methods described in the standard textbooks are easier to explain and work better.)

The motto 'Good mathematics = down-to-earth mathematics' at the beginning of the Preface might give the impression that the level is elementary. However, the book seems to be more addressed to research mathematicians than to students. Many concepts, like modules, exterior differential forms, Lie brackets of vector fields, etcetera, are not explained. Also some basic but not-so-entirely-elementary theorems, such as the theorem on smooth dependence on parameters of solutions of systems of ordinary differential equations, are taken for granted. Furthermore, the author states that "... in order not to obscure the fundamental issues, it has been left to the interested reader to fill in the details needed to obtain his or her own desired level of rigour". In my experience such a strategy often makes a text look more attractive at first sight, but harder to understand, certainly for less experienced students. *J.J. Duistermaat*

M. Blaszak

Multi-Hamiltonian theory of dynamical systems

(*Texts and Monographs in Physics*)

Heidelberg: Springer-Verlag, 1998

350 p., prijs \$66.95

ISBN 3-540-64251-X

Hamiltonian ordinary and partial differential equations appear in a wide range of physical phenomena. While the concept of a Hamiltonian system, associated with ordinary differential equations, was well known in the 19th century, it was in the latter half of the 20th century that the concept became a wide-ranging and significant subject in applications and in pure mathematics.

A good example of the impact of Hamiltonian structure on applications is geophysical fluid dynamics (as explained in chapter 7 of Salmon's *Lectures on geophysical fluid dynamics*, 1998). Other examples are celestial mechanics, inviscid fluid mechanics, theory of relativity, molecular dynamics, water waves, particle physics, and field theory. It is clear that in the 21st century progress in these and other areas will be substantially accelerated by a deeper understanding of Hamiltonian and symplectic structures.

On the other hand, the study of symplectic geometry, symplectic topology and Hamiltonian systems as pure structures, independent of any application has become a central topic in pure

mathematics, as evidenced by the number of symposia and Symplectic Geometry Seminars in mathematics departments around the world.

Integrable Hamiltonian systems were amongst the first to be analyzed in the 19th century, a prime example being the two-body problem. However, with the discovery that the KdV equation is an integrable infinite-dimensional Hamiltonian system, and the discovery of a range of integrable systems, the natural question that arose was how to test a system for integrability. The subject of the book under review is a summary of the development of multi-Hamiltonianism as a framework for integrability. This subject is generally credited as beginning with a seminal paper of Magri in *J. Math. Physics* (1978), and was rapidly developed into a coherent framework, with interesting connections to other branches of mathematics.

The book under review starts with an introductory chapter showing a number of examples of integrable systems with multi-Hamiltonian structures. The second chapter is a very readable introduction into the differential geometric techniques – differential forms, Lie derivatives, et cetera – that are needed for the later analysis. The book then gives an interesting overview of the Lax theory for integrable systems.

One of the most important applications of the theory of integrable systems is to soliton bearing equations, and chapter 5 gives an overview of this subject. Chapter 6 covers the theory of finite-dimensional multi-Hamiltonian systems. The book also contains two chapters of a research nature: multi-Hamiltonian structures for PDEs in 1+1 and 2+1 dimensions.

Without doubt this book is the most comprehensive treatment of the framework of multi-Hamiltonianism, and is quite readable as well. Because of the importance of integrability – as a structure, and as a starting point for perturbation theories – the book would make a welcome addition to the library of any researcher working in Hamiltonian dynamics.

Th.J. Bridges

product form) stationary distribution. The main body of the text focuses on network models for discrete units moving in a discrete environment (Jackson and Whittle networks, and their applications to for instance BCMP and Kelly networks). For these networks, the relation between a product form stationary distribution and reversibility, quasi-reversibility, and other forms of partial balance, such as obtained for string transition networks (that allow a relation between queues via signals), is investigated in detail. More advanced results such as network flows, network travel times, Little laws and Palm probabilities require the theory of point processes. These results are provided in the same detailed manner as the results on stationary distributions. The final part of the book considers spatial processes where discrete units move in a general space. In particular, space-time Poisson models, that generalise networks of infinite server queues to allow units to move in a continuous environment, are characterised in detail. These results provide the basic insight into the nature of spatial processes that is required for analysis of spatial queueing systems, the topic of the final chapter of the book.

Introduction to stochastic networks provides a refreshing point of view for the analysis of Markovian network processes integrating both discrete and continuous space models. The restriction of the results to the Markovian setting is both a strong and weak point of the monograph. On the one hand, results beyond the equilibrium distribution for networks with exponential holding times (such as insensitivity results), as well as computational methods (for example, mean value analysis) required for application of the results are not covered in the text, which clearly limits its use. On the other hand, the focus on tractable results for Markovian networks makes the monograph readable and self-contained, thus enabling its use both as a reference text, and for a graduate course for students that preferably have already been exposed to elementary queueing models and a course on stochastic processes at the graduate level.

R.J. Boucherie



R.F. Serfozo
Introduction to stochastic networks
(Applications of Mathematics)
 New York: Springer-Verlag, 1999
 304 p., prijs DM 139,-
 ISBN 0-387-98773-8

This book provides an overview of equilibrium results for queueing network type models obtained over the past decades focussing on networks driven by Poisson processes. The results are to a large extent addressed from an abstract point of view. Generic models are analysed in detail, and most of the classical queueing network type models are included as examples. The treatment of the generic models is self-contained. Throughout most of the text, proofs (for special cases) are provided if necessary to understand the results. Complicated proofs are concentrated in special chapters that handle general cases in the setting of point processes.

The topics covered in the book range from classical Jackson networks to spatial queueing processes. Emphasis is on Markovian models for discrete units that have a tractable (for example,

T. Cebeci

An engineering approach to the calculation of aerodynamic flows

Heidelberg: Springer-Verlag, 1999
 396 p., prijs DM 159,-
 ISBN 3-540-66181-6

In dit boek geeft Cebeci een overzicht van een methode zoals die gebruikt wordt in de vliegtuigindustrie om aerodynamische stromingen te berekenen. Deze methode is ontwikkeld door de auteur en gebaseerd op de interactive boundary-layer (IBL) en stability-transition (ST) theorieën. De IBL theorie behelst het numeriek oplossen van de gereduceerde Navier-Stokes vergelijkingen waarbij de Euler en grenslaag vergelijkingen gekoppeld zijn door een interactie wet. De ST theorie is gebaseerd op lineaire stabiliteitstheorie, in dit geval de e^n -methode. Verder beschrijft het boek toepassingen op profielen, vleugels en high-lift devices.

Na een beknopte inleiding worden in deel 1 twee-dimensionale stationaire profielstromingen (zowel compressibel als incompressibel) behandeld. Ingrediënten zijn de Hess-Smith panelenmethode, het numeriek oplossen van de grenslaagvergelijkingen, de transitie-methode volgens de e^n -methode en toepassingen (profielstromingen met hoge en lage Reynoldsgetallen, loslating, ijs-

vorming op de profielen, leading edge ruwheid en multi-element profielen). In deel 2 worden twee-dimensionale niet-stationaire incompressibele stromingen beschreven, en in deel 3 wordt de methodologie uit deel 1 uitgebreid naar drie dimensies. Interessante toepassingen, zoals subsone stromingen om multi-element vleugels, verlies van performance door ijsvorming en transone stromingen, worden gegeven in hoofdstuk 13. Verder zijn verscheidene programma-listings (in Fortran) weergegeven, terwijl deze in elektronisch format, tezamen met een aantal voorbeeld-programma's, verkrijgbaar zijn bij de auteur.

Tijdens het bestuderen van het boek valt meteen op dat de auteur van de lezer verwacht dat deze over veel voorkennis beschikt. De beweesredenen achter en de betekenis van veel concepten wordt achterwege gelaten, waardoor je als niet-specialist al snel het gevoel hebt het spoor bijster te zijn. Zo is, om maar eens een voorbeeld te geven, de uitleg van de panelenmethode (hoofdstuk 2) en de e^n -methode (Paragrafen 4.0 en 4.1) volkomen ontoereikend voor iemand die niet al bekend is met deze methodes. Verder is de beschrijving van de numerieke methoden en de bijbehorende broncode niet bijzonder inspirerend, terwijl deze wel een substantieel deel van het boek beslaan. Voor de specialist echter, lijkt me, bevat dit boek veel informatie (zoals onder meer over allerlei empirische modellen met hun geldigheidsgebied en over de gebruikte numerieke methodes) en is het dus, juist vanwege het ontbreken van allerlei inleidende opmerkingen, erg to-the-point.

Kortom, een boek van een specialist voor specialisten, dat zeker, maar niet voor iemand die eens wat meer van het berekenen van aerodynamische stromingen wil weten.

I. Wenneker

S. Hu en N.S. Papageorgiou

Handbook of multivalued analysis, Vol. I : theory en vol. II: applications

(Mathematics and Its Applications; 419 en 500)

Dordrecht: Kluwer, 1997 en 2000

964 p. en 926 p., prijs NLG 695 en NLG 765

ISBN 0-7923-4682-3 en 0-7923-6164-4

De te bespreken handboeken bestrijken een groot aantal gebieden waar meerwaardige functies op de één of andere manier een rol spelen. Een opsomming van de hoofdstukken geeft een aardig beeld van het bereik van deze twee boeken. Volume I kent de volgende hoofdstukken: Continuity of multifunctions, Measurable multifunctions, Monotone and Accretive Operators, Degree theory for multifunctions, Fixed points, Concave multifunctions and tangent cones, Convergence of multifunctions, Set-valued random processes and multimeasures. De hoofdstukken van Volume II dragen de volgende titels: Evolution inclusions involving monotone coercive operators, Evolution inclusions of the subdifferential type, Special topics in differential and evolution inclusions, Optimal control, Calculus of variations, Mathematical economics, Stochastic games, Special topics in mathematical economics and optimization.

De omvang en reikwijdte zijn dus zonder meer imposant te noemen. Helaas is veel te weinig geprobeerd om de veelheid van resultaten echt onderling te verbinden vanuit synthetiserende standpunten. Maar al te vaak kan de afkomst van een stuk tekst rechtstreeks worden herleid tot een eerdere publikatie. De logica van de indeling is niet altijd duidelijk. Zo is bijvoorbeeld de con-

vexe analyse opgenomen in een Sectie *Duality theory*, die op zijn beurt weer onderdeel is van het hoofdstuk *Calculus of variations*. Ook zijn de auteurs er lang niet altijd in geslaagd om de meest recente stand van zaken weer te geven. Een groot probleem voor de gebruiker is ook dat de omvang van de index niet voldoet aan wat van een handboek zou mogen worden verwacht.

Ondanks de geconstateerde forse tekortkomingen hebben deze handboeken zeker hun waarde voor de onderzoeker. De omvang van de geraadpleegde en bestreken literatuur (zo'n 1100 referenties per volume) houdt in elk geval in dat men snel een overzicht van de behandelde onderwerpen, inclusief de courante literatuur erover, verkrijgt. Of die tijds winst de prijs van deze twee volumes ten volle waard is waag ik echter te betwijfelen.

E.J. Balder

G.E. Dullerud and F. Paganini

A course in robust control theory. A convex approach

(Texts in Applied Mathematics; 36)

Berlin: Springer-Verlag, 2000

417 p., prijs DM 119,-

ISBN 0-387-98945-5

This book provides a well-written, concise, and up-to-date introduction to the theory of linear robust control. Robust control theory deals with the analysis of systems under uncertainty, for example the preservation of internal stability, and with the synthesis of controllers that achieve acceptable performance (stability, disturbance attenuation, et cetera) in the presence of uncertainty. Linear robust control theory has been a very active research area over the last two decades, and has reached a level of maturity which allows for a streamlined presentation. This book is precisely aimed at doing this; at the level of a graduate course for a broad audience of theoretically oriented engineering students and applied mathematicians.

The contents of the book can be summarized as follows. Chapter 1 reviews basic elements from linear algebra and convex analysis in finite dimensional spaces, and introduces linear matrix inequalities (LMI's) as an important concept and tool for the subsequent chapters. A succinct treatment of standard linear state space systems theory is provided in Chapter 2. Chapter 3 deals with the necessary operator theory, focussing on L_2 signal norms and associated function spaces including H_2 and H_∞ spaces. Chapter 4 considers controllability and observability gramians, singular values of Hankel operators, and introduces balanced realizations leading to model reduction via balanced truncation. Chapters 5 through 7 deal with the feedback design problems of, respectively, stabilization, H_2 optimization, and H_∞ control. Especially in Chapter 7 the recent LMI techniques are emphasized; thus departing from the usual presentation in the available textbooks. In Chapter 8 uncertain system models and techniques for analysis and synthesis in the presence of uncertainty are dealt with. The more recent convex necessary and sufficient conditions for time-dependent uncertainty are discussed first, followed by the more classical structured singular value methods. Subsequently, based on this framework, in Chapter 9 techniques for robust controller synthesis are presented. Finally, Chapters 10 and 11 present some topics of current research in a more descriptive manner, including integral quadratic constraints, multi-dimensional state space techniques, distributed systems and parameter-varying systems.

In general, the book presents the above material in a mathematically sound and clean way. Especially its emphasis on the systematic use of LMI's for analysis and synthesis purposes makes it a valuable addition to the available literature. As such the book is strongly recommended to everyone who wishes to get acquainted with the state of the art in linear robust control theory. Despite the novelty of the mathematical techniques presented, the book is nevertheless limited to a popular but rather classical point of view on robustness problems. Indeed, the problem setting basically dates back to the sixties, while no efforts have been made to put the material into a wider context of other developments which have been taken place since then. For example, the theory of dissipative state space systems is hardly mentioned, and robustness is only considered from an input-output point of view. Also, developments in robust control of *nonlinear* systems are never mentioned in the text. Instead, without any further discussion it is advocated to robustly control nonlinear systems by linearization and incorporation of the nonlinearities into the uncertainty model. This focus on a particular line of research is also reflected in the list of references.

A.J. van der Schaft

V. Tsurkov

Hierarchical optimization and mathematical physics

(*Applied optimization*; 37)

Dordrecht: Kluwer, 2000

307 p., prijs NLG 260,-

ISBN 0-7923-6175-X

The author describes optimization techniques based on a two-level scheme. The main algorithm is a method of iterative aggregation with respect to a specific underlying block structure. In the first chapter the central idea is explained by means of a problem from optimal production planning. In the used branch model there are several plants at which production takes place in parallel. This gives rise to a partitioning of the state variable into blocks. Aggregation now consists in treating these blocks as new variables (for example, by taking their sum); here, the ratio of an original variable and its corresponding aggregate variable is defined by the so-called 'aggregation weight'. By means of aggregation the dimension of the state space can be reduced considerably. In the latter lower dimensional space (upper level) the corresponding optimization problem is solved. After that step, the aggregated variables have to be disaggregated in some sense. This is the sensitive point. In fact, the optimal aggregate variables produce new original variables via the aggregation weight. Moreover, the solution of the dual aggregate problem can be distributed over the plants and give rise to auxiliary variables which are also optimal in a certain sense. Finally, via successive improvement of a combination of the new original variables and the latter auxiliary ones, new aggregation weights are defined. Then, the next step of the algorithm starts. The mathematics of the underlying decomposition scheme are based on the duality principle of linear programming. The scheme of iterative aggregation is generalized to a broad class of hierarchical problems, for which duality principles hold. Among them are (convex) quadratic and nonlinear programming, and hierarchical problems of optimal control, where the subsystems are described by ordinary and partial differential equations. Some explicit numerical examples are given;

however, neither results on convergence speed nor complexity issues are considered. The bulk of the presentation refers to many articles of the author. Except for one 1998-paper, they range up to the mid-eighties.

H.Th. Jongen



A.L. Fradkov and I.V. Miroshnik et al. Nonlinear and adaptive control of complex systems

(*Mathematics and Its Applications*; 491)

Dordrecht: Kluwer, 1999

510 p., prijs NLG 420

ISBN 0-7923-5892-9

The book under review is a survey of the authors' work in the area of nonlinear and adaptive control systems, and is in part an English translation of publications that previously appeared in Russian. The book is organised in nine chapters and an appendix. Chapter 1 forms a general introduction in complex nonlinear control systems. The next chapter provides the basic analytic tools used in the book. These encompass issues like stability and stabilization, normal forms, feedback linearization, passivity and passification. Chapter 3 describes what is called the speed-gradient algorithm, which provides, under appropriate assumptions, a general mechanism for stabilization. Chapters 4 and 5 review control of nonlinear multivariable systems and contain subsections on, among others, set stabilization, output tracking, output coordination and other topics. In the following two chapters some types of uncertainty are described. On the one hand this leads to robust control for certain classes of systems, or on the other hand, parameter adaptation methods are used. The final two chapters are specializations of previous parts and give some interesting examples of the control of mechanical and physical systems. The contents of the book may be of use to researchers interested in nonlinear control. It gives a 'Russian' view on this research field. Unfortunately, the text has not been read by an English expert, and more importantly, there is a striking unbalance in the literature on the subject of the book. Given the price of the book, not too many people will feel a desire to buy it.

H. Nijmeijer

G. Farin

From projective geometry to practical use

Natick: A K Peters, 1999

276 p., prijs \$44

ISBN 1-56881-084-9

Het acroniem NURBS staat voor Non-Uniform Rational B-splines. Dit zijn krommen of oppervlakken, waarvan een parametervoorstelling kan worden beschreven met behulp van rationale functies, waarin zowel in de teller als in de noemer B-spline functies voorkomen. Net als de Bézier-krommen worden NURBS beschreven door controlepunten die globaal de vorm van de kromme beschrijven. In de wereld van de Computer Aided Geometric Design (CAGD) behoort een NURB dan ook tot de standaard design tools en in de geavanceerde CAD/CAM pakketten zijn vaak NURBS geïmplementeerd, hoewel ze voor de gemiddelde gebrui-

ker van deze pakketten verborgen blijven. Een NURB kan men ook interpreteren als een kromme of oppervlak die ontstaat door een B-spline kromme of oppervlak door middel van perspectieve projectie te projecteren op een hypervlak. Het zal dan ook niemand verbazen dat de B-spline theorie en de projectieve meetkunde de wiskundige context bepalen, waar NURBS het beste passen.

Gerald Farin is er in dit boek bijzonder goed in geslaagd een lezer, waarvan de voorkennis niet verder hoeft te reiken dan elementaire lineaire algebra en enige calculus, in te leiden in de wereld van de NURBS. De eerste twee hoofdstukken behandelen kort de basics van de projectieve meetkunde met heldere en illustratieve toelichtingen. Kegelsneden in het projectieve vlak vormen het onderwerp van de hoofdstukken 3 en 4. De parametrisering van kegelsneden wordt op een zodanige wijze behandeld dat het al in het begin duidelijk is dat ze model kunnen staan voor NURBS. Dit wordt helemaal helder in hoofdstuk 5, waarin op een systematische wijze de affine kegelsneden worden voorzien van een parametrisering met behulp van rationale functies met in de teller en in de noemer polynomen van de graad hooguit 2 (Rational Quadratic Conics). Door deze C^1 met elkaar te verbinden ontstaan de zogenaamde Conic Splines, die door middel van een Bernstein- of Bézier-type representatie door Conic B-splines worden gerepresenteerd. Dit is het onderwerp van hoofdstuk 6. Hoofdstuk 7 gaat over Rational Bézier Curves en kan gezien worden als het eerste hoofdstuk in dit boek waarin krommen worden behandeld op een in de CAGD gebruikelijke wijze, dus met aandacht voor het de Casteljau algoritme, graadverlaging, enzovoort. Na hoofdstuk 8 over Rational Cubics, waarin ten behoeve van osculaire interpolatie Bernstein type representaties met behulp van Hermite polynomen worden afgeleid, komen dan uiteindelijk in hoofdstuk 9 de NURBS en hun algemene eigenschappen aan de orde, maar dan nog beperkt tot krommen. De bekende algoritmen (De Boor algoritme, knot insertion) die men kent in de B-spline theorie worden overgedragen naar de NURBS.

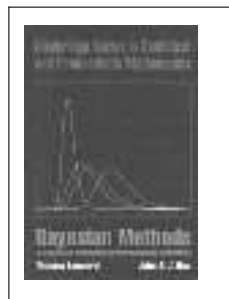
Tot hoofdstuk 11 gaat praktisch alles over krommen. In dit hoofdstuk wordt de eerste stap van krommen naar oppervlakken gezet door tensorproducten te nemen van krommen. Op deze manier ontstaan de zogenaamde rechthoekige patches. Het is dan ook niet verwonderlijk, zoals uit de behandeling duidelijk blijkt, dat men bij de rechthoekige patches dezelfde theoretische concepten en praktische algoritmen tegenkomt als bij krommen. Deze algoritmen, zoals het De Casteljau algoritme geven aanleiding tot bijzonder fraaie meetkundige constructies van punten en krommen op een oppervlak.

Het gebruik van barycentrische coördinaten geeft in hoofdstuk 12 aanleiding tot de constructie van rationale driehoekige Bézier patches. De formele definitie van een rationale driehoekige Bézier patch wordt, geheel in de lijn van dit boek, gegeven in de context van de projectieve meetkunde. Ook in dit hoofdstuk komt men de bekende algoritmen weer tegen. Na een behandeling van de Quadrics en de Gregory patches in de hoofdstukken 13 en 14, wordt de lezer in het laatste (15de) hoofdstuk getraakteerd op louter voorbeelden. Deze voorbeelden bevatten praktische informatie voor degenen die zelf NURBS willen ontwerpen voor hun toepassingen.

Dit boek is, getuige ook de vraagstukken aan het einde van elk hoofdstuk, bedoeld als een studieboek. Vanwege de opzet vanuit de projectieve meetkunde heeft het een duidelijke meerwaarde

ten opzichte van elk ander studieboek op dit gebied. Toch nog even dit: blijkbaar heeft de auteur het boek als een $\text{\LaTeX}$ document voorbereid. Het vergeten van een back slash hierin veroorzaakt soms komische tekstfoutjes. Dit boek is het aanschaffen zeker waard.

H.G. ter Morsche



T. Leonard and J.S.J. Hsu

Bayesian methods: An analysis for statisticians and interdisciplinary researchers

Cambridge: Cambridge University Press, 1999

333 p., prijs £40

ISBN 0-521-59417-0

In this well written book the authors discuss Bayesian inference and decision analysis at an intermediate level for a wide group of readers. In six chapters the reader is introduced to basic concepts as well as to very modern ideas and to computational techniques like Importance Sampling and Markov Chain Monte Carlo. These two simulation methods have revolutionized the applicability of Bayesian methods. The authors use 49 examples to illustrate the methodology and 148 exercises to practice with the acquired knowledge. This book is useful for a course where a mixture of Fisherian and Bayesian inference is taught. In Fisherian inference the likelihood plays a central role. In Bayesian inference the prior is added to the likelihood. The emphasis in modern teaching is less on the separate paradigms but more on the relative merits of both schools of inference. The book is intended for an advanced undergraduate class in statistics and for interdisciplinary researchers in the physical and social sciences. It may also serve as background for graduate classes in statistics. Students in economics and business may prefer to read more on models that are used for the analysis of economic time series, but the clear way of explaining recent ideas in decision analysis is also for this group very useful.

The contents of the six chapters is organized as follows. In Chapter one some aspects of data analysis are treated and some elements of likelihood inference. Procedures to derive the likelihood function for models that are used in the physical and social sciences are discussed in detail. Chapters two, three and four contain an introduction to Bayesian inference and decision analysis. The illustration of the inferential techniques with an example from a mixture of normal distribution and the explanation of the expected utility hypothesis and some modifications are very well done. This is recommended reading for applied researchers and for statisticians who want to know the essential ideas in these fields quickly. Chapter five deals with several aspects of inference with many parameters. The explanation of the Kalman filter and forecasting are treated rather quickly. Chapter six concludes the book with a discussion on the formulation of prior structures, and a brief summary of computational techniques for the derivation of non-conjugate posteriors. The analysis of Bayes-Stein estimation seems less relevant in this context. The book is highly recommended as a well written intermediate book on some modern topics of Bayesian analysis.

H.K. van Dijk



J. Yong en X.Y. Zhou
Stochastic controls. Hamiltonian systems and HJB-equations

(*Applications of Mathematics*; 43)

Berlin: Springer-Verlag, 1999

458 p., prijs \$84.95

ISBN 0-387-98723-1

Het boek begint met een verhelderend voorwoord. De eerste zinnen luiden: "As is well known, Pontryagin's maximum principle and Bellman's dynamic programming are the two principal and most commonly used approaches in solving stochastic optimal control problem. An interesting phenomenon one can observe from the literature is that these two approaches have been developed separately and independently. Since both methods are used to investigate the same problems, a natural question one will ask is the following: What is the relationship between the maximum principle and dynamic programming in stochastic optimal controls?"

There exists some research (prior to the 1980s) on the relationship between these two. Nevertheless, the results usually were stated in heuristic terms and proved under rather restricted assumptions, which were not satisfied in most cases."

Een onderzoeksgroep aan de Fudan University, waartoe ook de twee auteurs van het onderhavige boek behoren, heeft bovenstaande vraag als uitgangspunt genomen voor een wekelijks seminar gedurende de periode 1987–1989. In 1994 ontstond het idee om over de resultaten van de Fudan groep een systematisch boek te schrijven, en het resultaat van dat idee is afgerond in 1998.

Omdat het de bedoeling van de auteurs is om het boek 'self-contained' te laten zijn, is het onderwerp van het eerste hoofdstuk 'Basic Stochastic Calculus'. Beginnend met de definitie van probability space eindigt dit hoofdstuk met een sectie over stochastische differentiaalvergelijkingen. Tussendoor wordt vanzelfsprekend Itô's integraal behandeld (alle onzekerheid in dit boek wordt voortgebracht door Brownse bewegingen).

Dit hoofdstuk maakt meteen duidelijk, dat dit boek als eerste kennismaking met stochastische calculus niet geschikt is. Het moet veeleer worden opgevat als een helder, maar compact, geschreven 'research monograph'.

Het boek vervolgt hierna met hoofdstukken met als onderwerpen: Stochastic Optimal Control Problems, Maximum Principle and Stochastic Hamiltonian Systems, Dynamic Programming and HJB Equations, The Relationship Between the Maximum Principle and Dynamic Programming, Linear Quadratic Optimal Control Problems, en Backward Stochastic Differential Equations. Het boek eindigt met een uitgebreide referentielijst en een adequate index. Vanaf hoofdstuk 2 tot en met 6 worden steeds eerst de deterministische gevallen nog eens kort besproken, waarna het eigenlijke werk begint.

De hoofdstukken 2 tot en met 7 eindigen allemaal met een sectie "Historical Remarks". Deze secties zijn werkelijk voortreffelijk! Ik zou willen dat veel meer boeken op deze manier het een en ander gedetailleerd in perspectief plaatsten. In hoofdstuk 4 wordt het belangrijke begrip 'viscosity solution' helder uiteengezet.

Hoewel het boek zeer technisch is proberen de auteurs toch duidelijk te maken welke praktijkproblemen binnen hun onder-

zoeksdomein liggen. Zo worden in hoofdstuk 2 een aantal voorbeelden van stochastic control problems gegeven, zoals: production planning, reinsurance and dividend management, technology diffusion, queuing systems in heavy traffic. Ook wordt hier kort aandacht geschonken aan risk-sensitive controls.

In hoofdstuk 6 wordt 'A Mean-variance Portfolio Selection Problem' behandeld en hoofdstuk 7 bevat een sectie met als titel 'Option Pricing Problems'. Vanzelfsprekend komt hier de formule van Black-Scholes aan de orde.

Het boek is goed geschreven, helder, maar ook compact. Gewenste voorkennis voor dit boek (maar niet strikt noodzakelijke voorkennis als een lezer echt de tijd neemt) is naar mijn idee: Itô-calculus op het niveau van: B. Øksendal, *Stochastic Differential Equations* (2000) en enige kennis van optimal control en dynamisch programmeren.

J.W. Nieuwenhuis

V. Tsurkov and A. Mironov

Minimax under transportation constraints

(*Applied Optimization*; 27)

Dordrecht: Kluwer, 1999

310 p., prijs NLG 250,-

ISBN 0-7923-5609-8

This monograph is devoted to transportation problems, one of the classical and oldest (from around 1940) Operations Research problems. Instead of the sum criterion, a minimax criterion is considered. The problem can be interpreted as follows. Suppose that the shipment time is proportional to the amount to be shipped. Then, the minimax criterion value gives the minimal time required to complete all shipments. The authors have rewritten a number of their papers from the literature in the Russian language into five chapters and now in English. For who is interested in the considered problem the book is very useful, as it treats the problem in full detail. For practitioners however, I have to point out that there is paid no attention to the implementation of the developed algorithms. The typing error in the title is the only one I have found in the book, which is edited with much care. At the end of each chapter a reference list is given and at the end of the book an index of the main key words gives the reader a good entrance to the topics of the book.

T. Volgenant

Gerd Baumann

Symmetry Analysis of Differential Equations with Mathematica

New York: Springer-Verlag, 2000

prijs \$ 69.95

ISBN 0-387-98552-2

The group theoretic methods developed by Lie have had a great influence on mathematics in general with the development of Lie groups and algebras and their classification. See Thomas Hawkins, *Emergence of the theory of Lie groups* (2000) for the very interesting early history. Their influence on the field of differential equations was much less, as can be seen from N.H. Ibragimov, ed., *CRC Handbook of Lie Group Analysis of Differential Equations*, 1996. The reason for this is simple: large computations are necessary to apply the method. It is only recently with the help of comput-

er algebra packages that the subject has gained importance. One can see now that the integration routines of a package like Maple are more and more incorporating the symmetry analysis methods developed by Lie.

The book under consideration here discusses these methods and, moreover, gives Mathematica code for the reader to experiment with. It is written by a physicist and this shows in a number of ways.

It shows up in the notation: on page 7, $G_i \oplus G_k$ does not denote the direct sum of two groups, but the composition of the two group elements G_i and G_k . On page 99, $T_\epsilon \otimes T_\beta$ is not some tensor product, but again the composition of the two group elements T_ϵ and T_β . The inconsistent notation does not lead to confusion since all these things are spelled out in great detail.

It can also be seen in the choice of computer algebra package. Since only Mathematica fans will be interested in this book, this is not the place to discuss this choice, awkward though it may be.

Also the style of the book is fairly informal, and certainly not the usual theorem-proof style of most mathematics books. The mathematical level is not always clear. For instance, Killing forms and semisimple Lie algebras are introduced without much explanation, and, if the index is to be trusted, not used at all. The author did not seem to have a clear image of where he wanted to go.

Finally, after the introductions are over, the exposition is mainly example driven, and this part of the text might be really useful for anyone who is trying to go through more mathematical texts covering the same material, like the book of the reviewer on this subject (Springer GTM 107, 1993), since the present book is easy to follow and the author does not try to impress the reader with difficult mathematics. On the contrary, much is left out. But for an introduction in the subject of symmetry analysis that is probably just fine.

The symmetry analysis is mainly with respect to point symmetries, both for ODEs and PDEs. Some nonstandard subjects, like approximate symmetries, are also discussed. Generalized symmetries are discussed, but the examples given are fairly simple. One can only guess why.

The text is full of Mathematica code, but this is done in a readable way. The code is never too big to interrupt the mathematical reasoning. The book comes with a CD-ROM containing the package MathLie. I was not able to install this package on my PC, but I hesitate to draw any conclusions from that fact.

All in all, if you like Mathematica and you want to learn symmetry analysis, this is probably a good place to start. *Peter J. Olver*

Midhat Gazalé

Number: From Ahmes to Cantor

Princeton: Princeton University Press, 2000

297 p., prijs \$31.95

ISBN 0-691-00515-X

Na *Gnomon* is *Number* het tweede werk van de Franse ingenieur en topmanager Gazalé dat aan de wonderen der wiskunde is gewijd. Het Franse origineel verscheen twee jaren geleden. De auteur zelf is volstrekt duidelijk in welke traditie hij zijn boek ziet. In zijn inleiding noemt hij niet alleen Tobias Dantzig's bestseller *Number: The Language of Science* als een inspiratiebron, maar ook het meer recente werk van George Ifrah en Eli Maor. *Num-*

ber past inderdaad goed in het genre waarin de auteur zijn werk plaatst. Met grof metselwerk wordt in kort bestek een omvangrijk gebouw opgericht op het fundament van de bij de lezer veronderstelde basiskennis van de wiskunde. Het doel van de exercitie lijkt vooral te zijn de geïnteresseerde lezer een idee te geven wat de grondgedachten van de moderne wiskunde zijn. Op zich is dit een nobel doel, maar het genre lijkt ook ernstige beperkingen met zich mee te brengen. De eerste beperking is dat het volstrekt onduidelijk is wat nu precies de bij de lezer veronderstelde basiskennis van de wiskunde is. Zeker wordt op puur technisch niveau weinig meer dan middelbareschoolwiskunde verondersteld, maar conceptueel wordt er wel erg veel van de lezer gevraagd. Het is een beetje als met filosofie: iedereen kan Plato, Kant en Foucault lezen, maar begrijpt ook iedereen wat of zelfs maar waarover zij schrijven? Minder materiaal met meer uitleg lijkt een veel betere keuze. Al deze beperkingen zijn ook bij Gazalé te vinden.

Number behandelt de tamelijk voorspelbare trits van getalsystemen en breuken Griekse stijl, via kettingbreuken en Dedekinds snede tot een snuffe Cantor met als toetje een lang hoofdstuk in John Conway's populariserende stijl over 'cleavages'. (Is 'splitsingen' de gebruikelijke vertaling?) Geheel volgens de regels van het genre presenteert Gazalé zijn werk als zou het een historische behandeling van het getalsbegrip geven. In werkelijkheid is hij vrijwel uitsluitend geïnteresseerd in hoe wiskundigen vandaag de dag over het getalsbegrip denken. Geschiedenis is gereduceerd tot de grote geesten die ons de weg naar de waarheid hebben gewezen en de anecdotes die hun wezen lijken te bepalen. Als bij Dantzig en Maor, is bij Gazalé Gauss altijd de grote Gauss of een variant daarop en lijkt de opkomst en neergang van de Griekse beschaving uitsluitend van Archimedes afgehangen te hebben. Dezelfde anecdotes die bij Maor en Ifrah te vinden zijn, treffen we ook weer bij Gazalé. Net als bij veel middeleeuwse handschriften lijkt de verdienste van dit soort boeken vooral te bestaan uit het overleveren van een vastliggend corpus aan basistekst, met slechts minimale wijzigingen door opeenvolgende auteurs. Ik vraag mij ernstig af wie nu precies een dienst wordt bewezen met dit soort boeken en of wij hier niet van een soort van wiskundig koffietafelboek moeten spreken. In dit verband zou ik ook graag willen weten wat nu precies een academische uitgeverij als de Princeton University Press bewogen kan hebben het boek te vertalen.

Op de vertaling zelf lijkt weinig aan te merken. Misschien zou alleen enige aanpassing aan de Amerikaanse markt op zijn plaats geweest zijn. Welke Amerikaan zou nu weten dat de George Bernanos die Gazalé in het eerste hoofdstuk citeert een bij leven vooraanstaande romancier van rond de Tweede Wereldoorlog was en niet een deskundige op enig gebied? Aan de andere kant, ik vermoed dat een dergelijke obscure referentie Gazalé's publiek niet eens zal opvallen.

E. Atzema

Brieven

| Letters to the editor

De kloof gedicht (NAW juni 2001)

Een overzicht van wiskundigen in de literatuur is onvolledig als het werk van Tom Lehrer ontbreekt. Hier is een aanvulling. Tom Lehrer werd op 9 april 1928 geboren. Hij studeerde wiskundige statistiek in Harvard, en gaf enige tijd les als 'teaching assistant'. In zijn jeugd publiceerde hij twee artikelen (zie Math Reviews). Hij verdiende tijdens zijn studie wat bij met het componeren en zingen van satirische en absurde liederen. Dit werd zijn meest lucratieve bezigheid.

Ik leerde het werk van Lehrer kennen tijdens een congres in Ierland in 1962. Willem van Zwet zong tijdens een wandeling het hartverscheurende An Irish ballad (zie hieronder), en 'ever since I met this man my life is not the same'.

Een paar korte voorbeelden die de toon zetten. Uit de moorddadige "Irish Ballad": *One morning in a fit of pique, // — sing rickety tickety tin — // she drowned her father in a creek; // the water tasted bad for a week // and we had to make do with gin.* Uit "Poisoning the pigeons in the park": *When they see us coming the birdies all try and hide, // but they still go for peanuts when coated with cyanide.*

Hieronder gedeelten van drie liederen met een wiskundige kant; dit zijn echter niet zijn allerbeste. Het eerste lied verwijst naar een, naar ik meen, onterechte, beschuldiging van plagiaat aan het adres van de beroemde meetkundige Nicolai Ivanovich Lobachevsky. Het Engels is wat gebrekkig, want het wordt gezongen door een 'Rus'.

*I am never forget the day I first meet the great Lobachevsky.
In one word he told me secret of success in mathematics:
Plagiarize!
Plagiarize,
Let no one else's work evade your eyes,
Remember why the good Lord made your eyes,
So don't shade your eyes,
But plagiarize, plagiarize, plagiarize -
Only be sure always to call it please 'research'.*

*And ever since I meet this man
My life is not the same,
And Nicolai Ivanovich Lobachevsky is his name.*

*And who made me a big success
And brought me wealth and fame?
Nicolai Ivanovich Lobachevsky is his name.*

Het tweede is een coupletje uit "My home town", een nostalgische terugblik op zijn geboortestadje (dat is in feite New York): *The guy that taught us math, // Who never took a bath, // Acquired a certain measure of renown, // And after school he sold the most amazing pictures, // In my home town.* Tenslotte een versje dat bij mijn weten niet op CD bestaat: "The Derivative Song (to *There'll be Some Changes Made*)."
You take a function of x and you call it y, // Take any x-nought that you care to try, // You make a little change and call it delta x, // The corresponding change in y is what you find nex', // And then you take the quotient and now carefuller // Send delta x to zero, and I think you'll see, // That what the limit gives us, if our work all checks, // Is what we call dy/dx, it's just dy/dx.

Je doet de liederen van Tom Lehrer ernstig te kort door ze te lezen in plaats van te (horen) zingen. Lehrer heeft drie platen gemaakt, die nu op CD verschenen zijn. De beste website over Tom Lehrer is: <http://wiw.org/~drz/tom.lehrer/>

Fred W. Steutel, Eindhoven

In deze rubriek reageren lezers op recent in dit blad verschenen artikelen. De redactie behoudt zich het recht voor ingezonden brieven in te korten of niet te plaatsen.



Universitaire Wiskunde Competitie

De Universitaire Wiskunde Competitie (UWC) is een ladderwedstrijd voor studenten, georganiseerd in samenwerking met de Vlaamse Wiskunde Olympiade. De opgaven worden tevens gepubliceerd op de internetpagina <http://academics.its.tudelft.nl/uwc>

Ieder nummer bevat de ladderopgaven A, B, en C waarvoor respectievelijk 30, 40 en 50 punten kunnen worden behaald. Daarnaast zijn er respectievelijk 6, 8 en 10 extra punten te winnen voor elegantie en generalisatie. Per nummer worden twee prijzen van 100 Euro toegekend: één aan de aanvoerder van de ladder (die daarna weer onderaan begint), en één aan de inzender van de oplossing die de meeste punten behaald heeft (die dan geen punten voor de ladder krijgt). Daarnaast zal twee maal per jaar een ster-opgave worden aangeboden waarvan de redactie geen oplossing bekend is. Voor de eerst ontvangen correcte oplossing van deze ster-opgave wordt eveneens 100 Euro toegekend. Groepsinzendingen zijn toegestaan. Elektronische inzending in $\text{\LaTeX}$ wordt op prijs gesteld. De inzendtermijn voor de oplossingen sluit op 1 november 2001. Voor een ster-opgave geldt een inzendtermijn van een jaar.

Eindredactie: Jan van Neerven
Redactieadres: Universitaire Wiskunde Competitie
Vakgroep Toegepaste Wiskundige Analyse
Technische Universiteit Delft
Postbus 5031, 2600 GA Delft
j.vanneerven@its.tudelft.nl

De Universitaire Wiskunde Competitie wordt gesponsord door Optiver Derivatives Trading en wordt tevens ondersteund door bijdragen van de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde en de Vereniging voor Studie- en Studentenbelangen te Delft.



Opgave A

Toon aan dat voor alle positieve gehele n er een permutatie $a_1, a_2, \dots, a_n$ van $1, 2, \dots, n$ bestaat zo, dat $a_j \mid \sum_{i=1}^j a_i$ voor alle $j = 1 \dots n$. Voor $n = 9$ is $8\ 4\ 3\ 5\ 1\ 7\ 2\ 6\ 9$ een voorbeeld van een dergelijke permutatie. Bepaal zoveel mogelijk van dergelijke permutaties.

Opgave B

Twee platte linten worden als een kruis over elkaar gelegd en op het kruispunt aan elkaar gelijmd. De bovenzijde van het kruis wordt rood gekleurd, de onderzijde groen. De vier losse uiteinden worden eveneens aan elkaar geplakt, nadat ieder van de uiteinden een geheel aantal slagen gedraaid is; de kleuren sluiten aan. Er ontstaat zo een ruimtelijke figuur met twee kruispunten die viervoudig verbonden zijn. Langs ieder verbindingsstuk is draaiing mogelijk.

Kan zo'n figuur altijd uit een torus geknipt worden?

Opgave C

Los het volgende stelsel algebraïsche vergelijkingen op:

$$\sum_{i=1}^r \binom{2r}{2i-1} x_i = 1 \quad (r = 1, 2, \dots).$$

Ster-opgave

Gegeven n ($n \times n$)-matrices met complexe coëfficiënten, A_i , zodanig dat voor alle i en j de i -de kolom van A_j gelijk is aan de j -de kolom van A_i . Bovendien geldt dat iedere $\mathbb{C}$ -lineaire combinatie van deze n matrices nilpotent is (een matrix B heet *nilpotent* als $B^k = 0$ voor een zekere $k \geq 1$). Vorm een $n \times n^2$ matrix door de gegeven n matrices naast elkaar te zetten. Zijn de rijen van deze matrix afhankelijk?

Editie 2001/1

Op de ronde 2001/1 ontvingen we 5 inzendingen. Op de ster-opgave hebben we nog geen respons gekregen.

Opgave 2001/1-A

Zij V de verzameling

$$\{(m, n) : 1 \leq m, n \leq N, m + n \geq N + 1, \text{ggd}(m, n) = 1\}.$$

Bewijs dat

$$\sum_{(m,n) \in V} \frac{1}{mn} = 1.$$

Oplossing Om de afhankelijkheid van V van N uit te drukken schrijven we V_N in plaats van V en geven we de bijbehorende som aan met S_N :

$$S_N = \sum_{(m,n) \in V_N} \frac{1}{mn}.$$

Dan geldt $V_1 = \{(1, 1)\}$ en dus $S_1 = 1$.

Stel nu $N \geq 2$. Dan geldt $(N, N) \notin V_N$ en

$$\begin{aligned} S_N - S_{N-1} &= \sum_{(m,n) \in V_N \setminus V_{N-1}} \frac{1}{mn} - \sum_{(m,n) \in V_{N-1} \setminus V_N} \frac{1}{mn} = \\ &= \sum_m^* \frac{1}{mN} + \sum_n^* \frac{1}{Nn} - \sum_m^* \frac{1}{m(N-m)}, \end{aligned}$$

UWC

oplossingen

waarbij de * boven het somteken aangeeft dat de sommatievariabele geheel, ≥ 1 , $\leq N$ en met N onderling ondeelbaar is. Nu is $\sum_n^* 1/Nn$ te schrijven als $\sum_m^* 1/N(N-m)$ en dus

$$S_N - S_{N-1} = \sum_m^* \left\{ \frac{1}{mN} + \frac{1}{N(N-m)} - \frac{1}{m(N-m)} \right\} = \sum_m^* 0 = 0.$$

Conclusie: $S_N = 1$ voor alle $N \geq 1$.

Opgave 2001/1-B

Bewijs voor alle $z \in \mathbb{C}$ de ongelijkheid

$$\left| e^z - \left(1 + \frac{z}{k}\right)^k \right| \leq \frac{\sqrt{e}}{2} \frac{|z|^2}{k} e^{\operatorname{Re} z + \frac{1}{2} \frac{|z|^2}{k}}.$$

Oplossing Stel $f(z) = e^{-z}(1+z)$. Na delen door $|e^z| = e^{\operatorname{Re} z}$ gaat de bewuste ongelijkheid over in de volgende ongelijkheid:

$$\left| 1 - f\left(\frac{z}{k}\right)^k \right| \leq \frac{|z|^2}{2k} \exp\left(\frac{1}{2} + \frac{|z|^2}{2k}\right). \quad (1)$$

Voor $k = 1$ geldt

$$|1 - f(z)| \leq \frac{|z|^2}{2} \exp(|z|) \leq \frac{|z|^2}{2} \exp\left(\frac{1}{2} + \frac{|z|^2}{2}\right), \quad (1a)$$

want door machtreeksontwikkeling zien we direct dat

$$\begin{aligned} |1 - f(z)| &= \left| \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n (n-1) \frac{z^n}{n!} \right| = \frac{|z|^2}{2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n+2} \frac{z^n}{n!} \right| \leq \\ &\leq \frac{|z|^2}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|z|^n}{n!} = \frac{|z|^2}{2} \exp(|z|). \end{aligned}$$

Dit bewijst (1) voor $k = 1$.

Vervangen we in (1a) de variabele z door z/k , dan vinden we:

$$\left| 1 - f\left(\frac{z}{k}\right) \right| \leq \frac{|z|^2}{2k^2} \exp\left(\frac{1}{2} + \frac{|z|^2}{2k^2}\right). \quad (2)$$

Voor het bewijs van (1) voor $k \geq 2$ hebben we nog een afchatting nodig voor $|f(z)|$. Stel $x = \operatorname{Re} z$ en $c = |z|$. Dan geldt $-c \leq x \leq c$ en

$$\begin{aligned} \log|f(z)| &= \log|\exp(-z + \log(1+z))| = \operatorname{Re}(-z + \log(1+z)) = \\ &= -x + \log|1+z| = -x + \frac{1}{2} \log(1+2x+c^2). \end{aligned}$$

Deze functie van x is, voor $x \geq -\frac{1}{2} - \frac{c^2}{2}$, maximaal in het punt $x = -\frac{c^2}{2}$ met waarde $\frac{c^2}{2}$. Daar $[-c, c]$ bevat is in het interval $[-\frac{1}{2} - \frac{c^2}{2}, \infty)$ geldt dus zeker $|f(z)| \leq \exp(\frac{c^2}{2})$. Dus ook, met z/k in plaats van z ,

$$\left| f\left(\frac{z}{k}\right) \right| \leq \exp\left(\frac{|z|^2}{2k^2}\right).$$

Nu is in

$$\left| 1 - f\left(\frac{z}{k}\right)^k \right| = \left| 1 - f\left(\frac{z}{k}\right) \right| \cdot \left| 1 + f\left(\frac{z}{k}\right) + \dots + f\left(\frac{z}{k}\right)^{k-1} \right| \quad (3)$$

de tweede factor af te schatten met

$$\begin{aligned} \left| 1 + f\left(\frac{z}{k}\right) + \dots + f\left(\frac{z}{k}\right)^{k-1} \right| &\leq 1 + \exp\left(\frac{|z|^2}{2k^2}\right) + \dots + \left\{ \exp\left(\frac{|z|^2}{2k^2}\right) \right\}^{k-1} \leq \\ &\leq k \left\{ \exp\left(\frac{|z|^2}{2k^2}\right) \right\}^{k-1} = k \exp\left(\frac{|z|^2}{2k}\right) \exp\left(-\frac{|z|^2}{2k^2}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

De gewenste ongelijkheid (1) volgt nu door combinatie van (2), (3) en (4).

UWC

oplossingen

Opgave 2001/1-C

Voor $x \in \mathbf{R}$, $x \geq 1$, en $\alpha \in (0, 1) \subset \mathbf{R}$ definiëren we

$$S(x, \alpha) := \sum_{1 \leq k \leq x} \left[\left\{ \frac{x}{k} \right\} + \alpha \right].$$

Hier is $[u]$ het grootste gehele getal $\leq u$ en $\{u\} := u - [u]$ het fractionele deel van u . Laat zien dat voor elke $\alpha \in (0, 1)$ de limiet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S(x, \alpha)}{x}$$

bestaat. Bepaal voor zoveel mogelijk waarden van α de exacte waarde van deze limiet.

Oplossing Voor $u \in \mathbf{R}$ en $a \in \mathbf{Z}$ is $[u - a] = [u] - a$ zodat, voor $x \in \mathbf{R}$, $x \geq 1$, $\alpha \in (0, 1)$, na enig rekenwerk volgt dat

$$S(x, \alpha) = [x] - \sum_{1 \leq k \leq x} \left(\left[\frac{x}{k} \right] - \left[\frac{x}{k} - 1 + \alpha \right] \right).$$

We tonen vervolgens aan dat

$$S(x, \alpha) = [x] - \sum_{1 \leq k \leq x} \left(\left[\frac{x}{k} \right] - \left[\frac{x}{k+1-\alpha} \right] \right). \quad (5)$$

Om dit in te zien tellen we de roosterpunten in het open eerste kwadrant onder de continue en monotoon strikt dalende kromme $y(t) = \frac{x}{t} - 1 + \alpha$ ($1 \leq t \leq x$), de ene keer verticaal en de andere keer horizontaal. Dit levert (men kan $x \geq 2 - \alpha$ nemen)

$$\sum_{1 \leq k \leq x} \left[\frac{x}{k} - 1 + \alpha \right] = \sum_{1 \leq k \leq x-1+\alpha} \left[\frac{x}{k+1-\alpha} \right] = \sum_{1 \leq k \leq x} \left[\frac{x}{k+1-\alpha} \right].$$

De gelijkheid in (5) volgt nu meteen. Uit deze identiteit volgt eenvoudig dat

$$\begin{aligned} f(\alpha) &:= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{S(x, \alpha)}{x} = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1-\alpha} \right) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^1 (u^{k-1} - u^{k-\alpha}) du = \\ &= 1 - \int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} (u^{k-1} - u^{k-\alpha}) du = 1 - \int_0^1 \frac{1 - u^{1-\alpha}}{1-u} du. \end{aligned} \quad (6)$$

Zo geldt bijvoorbeeld $f(\frac{3}{4}) = \frac{1}{2}\pi - 3 + 2 \log 2$, hetgeen we gemakkelijk berekenen door $u = v^4$ in de laatste integraal in (6) te substitueren. $\leftarrow$

Uitslag 1e editie 2001

De volledige uitslag is als volgt (de weging van de opgaven is 3 : 4 : 5):

Naam	A	B	C	Totaal
1. Hendrik Hubrechts e.a. (Leuven)	8	3	9	81
2. Filip De Smet (Gent)	8	-	11	79
3. Roelof Oosterhuis (Groningen)	8	-	3	39
4. Meindert van der Meulen (Delft)	8	-	-	24
5. Herbert Beltman (Twente)	7	-	-	21

Ladderstand Universitaire Wiskunde Competitie

We vermelden alleen de top 3. Voor de complete ladderstand zie de UWC-homepage.

Naam	Punten
1. Filip De Smet	320
2. Hendrik Hubrechts e.a.	272
3. Steven Lippens	256

Problemen

| Problem Section

Problem 21 (G.A. Kootstra)

Suppose that f, g are quadratic forms on $\mathbf{R}^n$, $n \geq 2$, such that $f(\underline{x}) = g(\underline{x}) = 0$ if and only if $\underline{x} = \underline{0}$. Show that there are real numbers a, b such that $af + bg$ is positive definite.

Problems 22 and 23 are due to Aad Thoen. In these problems an n -binary number stands for a number that, written in base n , consists of digits 0 and 1 only, ending with a 1. For example, 111001100000110101 is 5-binary number. It is also a square.

Problem 22

Prove that for any natural number N there are infinitely many 4-binary squares and 3-binary cubes with more than N digits equal to 1.

Problem 23 (Open problem)

Are there, for any natural number N , 3-binary squares with more than N digits equal to 1?

Solutions to volume 2, number 1 (March 2001)

Problem 15

Compute the surface area of the figure $|xy(x+y)| \leq 1$ in the plane.

Solution by Frits Beukers. The area is equal to the integral $A = \int dx dy$ taken over the set $|xy(x+y)| \leq 1$. Introduce the new variables ξ, η by $x = 1/\xi$ and $y = \eta/\xi$, to obtain

$$A = \int \frac{d\xi d\eta}{\xi^3},$$

where the integration is taken over the set $|\eta(\eta+1)| \leq |\xi|^3$. First integrate over ξ from $|\eta(\eta+1)|^{1/3}$ to ∞ and from $-|\eta(\eta+1)|^{1/3}$ to $-\infty$. After these integrations we are left with

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\eta}{|\eta(\eta+1)|^{2/3}}.$$

This integral can be split into three parts, from $-\infty$ to -1 , from -1 to 0 and from 0 to ∞ . In the first part, substitute $\eta = -1/t$, in the second $\eta = -t$ and in the third $\eta = t/(1-t)$. In each case the integral becomes

$$\int_0^1 \frac{dt}{t^{2/3}(1-t)^{2/3}}.$$

This is an Euler beta-integral, and its value equals $\Gamma(1/3)^2/\Gamma(2/3)$. All three integrals together yield $3\Gamma(1/3)^2/\Gamma(2/3)$.

Problem 16

Show that for any given sequence $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$ there exists a sequence $y_1, \dots, y_n \in [-1, 1]$ such that $|y_i| = x_i$ and such that for each $k \leq n$

$$\left| \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{j=k+1}^n y_j \right| \leq 2.$$

This problem is taken from *The ring loading problem*, by Schrijver, Seymour and Winkler, SIAM J. Discr. Math. 11 (1998), no. 1, 1–14. A general version of the problem, in which one chooses $y_i = x_i$ or $y_i = -x'_i$ for non-negative numbers $x_i + x'_i \leq 2$, remains open.

Solutions to the problems in this section can be sent to the editor — preferably by e-mail. The most elegant solutions will be published in a later issue. Readers are invited to submit general mathematical problems. Unless the problem is still open, a valid solution should be included.

Editor:

R.J. Fokkink
Technische Universiteit Delft
Faculteit Wiskunde
P.O. Box 5031
2600 GA Delft
The Netherlands
r.j.fokkink@its.tudelft.nl

Solution Think of the y_i as jumps of length x_i , to the right if $y_i > 0$ and to the left if $y_i < 0$. Define $p_k = \sum_{i=1}^k y_i$ as the position after k -jumps. Try this algorithm: let the k -th jump be to the right if $p_{k-1} \leq 0$; otherwise jump to the left. Then $p_k \in (-1, 1]$ so

$$\left| \sum_{i=1}^k y_i - \sum_{j=k+1}^n y_j \right| = |2p_k - p_n| \leq 2 + |p_n|,$$

which is sufficient only if we land at 0. Adapt the algorithm. For $a \in [0, 1]$ jump to the right if $p_{k-1} \leq a$; otherwise jump to the left. Then $p_k \in (a-1, a+1]$ so we are done if we can show that $p_n = 2a$ for some a .

We vary the parameter a and denote the end-point by $p_n(a)$. Note that there is one ambiguity in the algorithm, which occurs if $p_k = a$ for some k . In that case we might just as well jump to the left, ending up at $2a - p_n(a)$ instead of $p_n(a)$. Both points are equidistant to a , so $a \rightarrow |a - p_n(a)|$ is a continuous function, with values in $[0, 1]$. Now $p_n(a)$ is piecewise constant, thus the graph of $a \rightarrow |a - p_n(a)|$ has slope ± 1 . More specifically, the slope is $+1$ if $p_n(a) < a$ and -1 if $p_n(a) > a$ and at the ambiguous points, the sign of the slope changes. By the intermediate value theorem, either $p_n(0) = 0$ or there exists an $a_0 > 0$ with $|a_0| = |a_0 - p_n(a_0)|$ and slope -1 . In both cases we are done.

Problem 17

Given a triangle ABC with sides of length a, b, c . Three squares U, V, W with sides of length x, y, z , respectively, are inscribed in the triangle. The square U has two vertices on BC , one on AB and one on AC . In the same way, V and W have two vertices on AC and two vertices on AB , respectively. Find the minimal value of $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}$.

Solutions by Ruud Jeurissen (Nijmegen), Kees Jonkers (Alkmaar), Hans Linders (Eindhoven), A.J.Th. Maassen (Milsbeek), Minh Can (Houston, 2 solutions). The minimal value is $3 + 2\sqrt{3}$. Can and Jonkers give a solution that uses Weitzenbock's inequality: if a, b, c are the lengths of the sides of a triangle and S is its area, then $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4\sqrt{3}S$. Can, Jeurissen, Linders and Maassen give similar solutions, as follows. The two vertices of V on BC divide this side into three parts with lengths $x \cot \beta$, x , and $x \cot \gamma$. Therefore $a = x \cot \beta + x + x \cot \gamma$ and so

$$\frac{a}{x} = 1 + \cot \beta + \cot \gamma.$$

We have similar expressions for b/y and c/z , and by adding them we obtain

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 3 + 2(\cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma)$$

to be minimized under the conditions $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ and positive α, β, γ . By Lagrange multipliers one finds that $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{3}$.

