

Welkom bij deze speciale editie over wiskunde en AI

Deze redactioneel is geschreven met behulp van AI. Toepasselijk, en natuurlijk wel zo praktisch, gegeven hoe druk ik het heb. Een mooie illustratie van wat er mogelijk is bovendien. Maar misschien illustreert dit kleine gebaar meteen al het kernprobleem: het is ineens zó eenvoudig geworden om AI in te zetten dat we zometeen—net als bij het gebruik van een zoekmachine—nauwelijks meer doorhebben wanneer we het doen, laat staan wat het betekent voor ons eigen denken.

In het wiskundeonderwijs is die plotselinge omslag bijzonder scherp voelbaar. Studenten die vorig jaar nog worstelden met een bewijs, kunnen dit jaar in de collegezaal een ogenschijnlijk vlekkeloos bewijs laten genereren. Van de ene op de andere dag is de vraag niet langer *of* studenten AI gebruiken, maar *hoe vaak*—en vooral: *waarvoor*. Inmiddels zitten mijn studenten in de collegebanken met ChatGPT open en krijg ik AI-gegenereerd werk als inleveropdrachten. Het is een dilemma waarvoor we geen precedent hebben.

Wat moeten we hiermee? Een verbod klinkt aantrekkelijk, uit nostalgie naar een tijd waarin het leerproces helder en lineair leek. Maar AI is geen rekenmachine-achtige toevoeging die we kunnen negeren totdat we besluiten dat deze ‘mag’. Het is een alomtegenwoordige tekst- en denkpartner die het klassieke onderscheid tussen proces en product vervaagt. Als een student met behulp van AI tot een goed idee komt, wie heeft dat idee dan bedacht? Waar zit de wiskundige creativiteit? In de prompt, in de selectie van de output, of in het verwerken ervan tot iets nieuws?

Ook in het onderzoek schuurt het. Enerzijds hopen we dat AI de routine-aspecten van ons werk verlicht: sneller literatuur vinden, formaliseren, visualiseren. Anderzijds is er de angst dat als AI een groter deel van de creatieve stapjes overneemt, onze eigen rol onduidelijker wordt—of zelfs kleiner. En als AI ons ‘werk uit handen neemt’, worden we dan werkelijk ontlast, of gaan we daarmee juist meer projecten aannemen, meer verplichtingen, meer deadlines? Wie ooit dacht dat technische vooruitgang tot meer vrije tijd zou leiden, zal zich in de academie snel bedenken.

Juist daarom is deze speciale editie hoog tijd. Niet om definitieve antwoorden te geven—daarvoor verandert het landschap te snel—maar om ruimte te maken voor reflectie. Wat betekent het om wiskunde te leren en te bedrijven in een tijdperk waarin de grens tussen menselijk en machinaal denken vervaagt? Is het gebruik van AI valsspelen, of een nieuw soort samenwerking? En als de toekomst van wiskunde misschien wel een duet is tussen mens en machine, dan blijft uiteindelijk één vraag staan: als we steeds meer overlaten aan AI, krijgen we dan werkelijk meer tijd, of uiteindelijk alleen nog maar méér werk? 

Renee Hoekzema, hoofdredacteur
Afdeling Wiskunde, Vrije Universiteit Amsterdam

Agenda

| Upcoming Events

december 2025

18–19 december 2025

□ Daniël Kan Memorial Lectures

Negende editie van de Kanlezingen, dit jaar verzorgd door de Deense algebraïsch topoloog Søren Galatius.

plaats De Uithof, Utrecht

info utrechtgeometrycentre.nl/daniel-kan-memorial-lectures

januari 2026

5–9 januari 2026

□ Communicating science-in-the-making

Workshop over wetenschapscommunicatie van resultaten in wording.

plaats LorentzCenter@lambda

info lorentzcenter.nl

10 januari 2026

□ KWG Wintersymposium 2026

Jaarlijks congres voor wiskundedocenten en andere belangstellenden met dit jaar als thema ‘de Wiskunde achter Netwerken’.

plaats Academiegebouw, Utrecht

info sites.google.com/view/wintersymposium-2026

12–16 januari 2026

□ Indo-European Conference in Mathematics

Eerste internationale conferentie van de European Mathematical Society en de Indian Mathematics Consortium.

plaats Pune, India

info euromathsoc.org/news

19–21 januari 2026

□ Winter School on Mathematical Finance

De 23ste editie van de jaarlijkse wintercursus binnen het domein der financiële wiskunde.

plaats Kontakt der Kontinenten, Soesterberg

info staff.fnwi.uva.nl/a.khedher/winterschool/winterschool.html

19–30 januari 2026

□ Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade 2026

De wiskundeolympiade gaat weer van start voor middelbareschoolklassen 1 t/m 5.

plaats eigen school

info wiskundeolympiade.nl

26–30 januari 2026

□ Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2026

Deelnemers werken een week lang samen aan wiskundige problemen voorgelegd door bedrijven.

plaats Universiteit Leiden

info swi-wiskunde.nl/swi2026

februari 2026

2–13 februari 2026

□ Wiskunde Klas 3-dag

Derdeklassers werken in teamverband aan een wiskundig probleem gedurende de dag.

plaats eigen school

info wiskundedagen.sites.uu.nl

maart 2026

2 maart 2026

□ Diligentialezing door Walter van Suijlekom

Getiteld “Opgetrommeld voor de wiskunde: spectra en meetkunde”.

plaats Lange Voorhout, Den Haag

info natuurwetenschappen-diligentia.nl

13 maart 2026

□ Tweede ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade 2026

Ronde twee van de nationale wiskundeolympiade voor middelbareschoolklassen 1 t/m 5.

plaats universiteiten

info wiskundeolympiade.nl

Suggesties voor deze agenda zijn welkom.

Redacteur: Edward Berengoltz

agenda@nieuwarchief.nl

13–14 maart 2026

Internationale finale Wiskunde A-dag

Teams van (Caribisch-)Nederlandse, Deense, Duitse, Japanse en Kroatische scholen moeten een wiskundige opdracht uitvoeren.

plaats De Werelt, Garderen

info wiskundedagen.sites.uu.nl

18 maart 2026

24ste Grote Rekendag

Jaarlijkse dag in het teken van rekenen en hoe dat leuk en nuttig kan zijn, bedoeld voor basisschoolleerlingen.

plaats eigen school

info groterekendag.sites.uu.nl

19 maart 2026

Bekendmaking Abelprijs 2026

De Noorse Academie van Wetenschappen en Letteren kondigt de winnaar van de Abelprijs van volgend jaar aan.

plaats YouTube

info abelprize.no

19–27 maart 2026

Kangoeroewedstrijd 2026

Jaarlijkse reken- en wiskundewedstrijd voor lagere en middelbare scholen.

plaats eigen school

info w4kangoeroe.nl

20 maart 2026

Prijsuitreiking Wiskunde B-dag

Bespreking van de opdracht en prijsuitreiking met interactieve lezing en afsluitende borrel.

plaats Academiegebouw, Utrecht

info wiskundedagen.sites.uu.nl

20 maart 2026

Nationale Rekencoördinatoren Dag

Dag in het teken van reken- en wiskundeonderwijs op lagere scholen met diverse lezingen en workshops georganiseerd door de NVORWO.

plaats Hogeschool IPABO, Amsterdam

info nvorwo.nl/nationale-rekencoördinator-dag-2

27 maart 2026

17de landelijke NWT-conferentie

Jaarlijkse conferentie over natuur, wetenschap en techniek in het basisonderwijs, met dit jaar als thema 'Toekomst in zicht'.

plaats Hotel De Werelt, Lunteren

info natuurwetenschapentechniek.nl/overzicht/conferenties

27–28 maart 2026

Nationale Wiskunde Dagen 2026

De 32ste editie van de NWD, een tweedaagse conferentie voor wiskundeleraars.

plaats De Leeuwenhorst, Noordwijkerhout

info uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen

april 2026

7–8 april 2026

BeNeLux Mathematical Congress 2026

Wiskundeconferentie van het Nederlandse KWG, de Belgian Mathematical Society en de Société Mathématique du Luxembourg en uitreiking Brouwermedaille.

plaats Universiteit Antwerpen

info bms.ulb.ac.be/conferences/bms-kwg-sml-joint-meeting

9–15 april 2026

European Girls' Mathematical Olympiad 2026

15de editie van de internationale wiskundewedstrijd speciaal voor meisjes.

plaats Bordeaux, Frankrijk

info egmo2026.fr

14–15 april 2026

International Conference on Multilevel Analysis

15de editie van het tweejaarlijks congres over methodologie en statistiek met multiniveaumodelen.

plaats De Zalen van Zeven, Utrecht

info multilevel.fss.uu.nl

24–26 april 2026

Benelux Mathematical Olympiad 2026

18de editie van de jaarlijkse wiskundewedstrijd voor middelbare scholieren uit de Benelux.

plaats Nederland

info bxmo.org

mei 2026

8 mei 2026

KWG-middag

Bijeenkomst van het Koninklijk Wiskundig Genootschap met inter alia meerdere prijsuitreikingen.

plaats CWI, Amsterdam

info wiskgenoot.nl

21–22 mei 2026

44ste Panamaconferentie

Jaarlijkse conferentie voor docenten en beleidsmakers in het reken- en wiskundeonderwijs.

plaats Hotel Woudschoten, Zeist

info panamaconferentie.sites.uu.nl

26 mei 2026

Uitreiking Abelprijs en de Abellezingen

Koning Harald V overhandigt de Abelprijs en de winnaar opent de volgende dag vrij toegankelijke lezingen.

plaats Universitetet i Oslo

info abelprize.no

26–29 mei 2026

Mathematics and machines: from Brown to Sustainable Finance

Workshop over financiële wiskunde en machine-learning.

plaats LorentzCenter@omega

info lorentzcenter.nl

juni 2026

1–2 juni 2026

Real-world Applications of Geometry and Algebra 2026

Workshop met sprekers uit de academische en bedrijfs wereld met focus op algebra en meetkunde.

plaats TU Eindhoven

info sites.google.com/view/appliedgeometryalgebra

12 juni 2026

Uitreiking Nederlandse Wiskundeprijs

Tweejaarlijkse prijs voor een wiskundige in Nederland georganiseerd door het KWG, de KNAW en het PWN.

plaats Trippenhuis, Amsterdam

info wiskgenoot.nl

Nieuws

| News

Deze rubriek is een kroniek van wiskundige activiteiten in Nederland. Toekomstige activiteiten worden aangekondigd en van voorbije activiteiten wordt verslag gedaan. Wilt u uw aankondiging of verslag in deze rubriek geplaatst zien? Stuur ons dan uw bijdrage, zo mogelijk met illustratie. De redactie behoudt zich het recht voor berichten te weigeren of in te korten.

Redacteur: Edward Berengoltz
 nieuws@nieuwarchief.nl

Wetenschapsprijzen voor Johannes Schmidt-Hieber

Bij het jaarlijkse International Congress of Basic Science (ICBS), afgelopen juli gehouden in Peking, werden de Frontiers of Science Awards voor 2025 uitgereikt. Deze prijzen belonen wetenschappelijke publicaties in de wis-, natuur- en scheikunde. Een van de winnaars is Johannes Schmidt-Hieber, hoogleraar statistiek aan de Universiteit van Twente. Het winnende artikel betreft de theorie achter kunstmatige intelligentie. Bij de prijs hoort een geldbedrag van 25 000 Amerikaanse dollar, nagenoeg 21 500 euro.

Eerder dit jaar is Schmidt-Hieber met de Van Dantzigprijs van de Vereniging voor Statistiek en Operations Research gedoteerd, 's lands hoogste onderscheiding in de besliskunde en statistiek. Hij is geboren in Baden-Württemberg en summa cum laude gepromoveerd aan de Universitäten Göttingen en Bern. Sinds 2018 bekleedt hij de leerstoel statistiek in Twente. *utwente.nl*



Schmidt-Hieber (tweede van rechts) met zijn prijs.

Idun Reiten overleden op 83-jarige leeftijd

De Noorse algebraïste Idun Reiten is op 19 augustus jongstleden gestorven na een lang ziekbed. Ze behoort tot Noorwegens bekendste wiskundigen en heeft internationaal faam gemaakt in de representatietheorie en homologische algebra. In het bijzonder heeft ze haar naam verleend aan de Auslander–Reiten-theorie voor representaties van zogeheten artinse ringen, die zij samen met Maurice Auslander heeft ontwikkeld.

Reiten is in 1942 in Klæbu geboren en heeft in Trondheim en Oslo gestudeerd, waarop ze naar de Verenigde Staten toog. Daar is ze bij Robert Fossum aan de University of Illinois gepromoveerd in 1971. Dat decennium leidde haar vruchtbare samenwerking met de Amerikaanse Auslander tot de naar hen tweeën vernoemde objecten en technieken in de representatietheorie. Vanaf 1982 bekleedde ze, terug in Noorwegen, de functie van hoogleraar aan de Universitet i Trondheim (thans Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU), waaraan ze ook na haar pensioen in 2012 als emerita verbonden bleef. Daar stond Reiten ook bekend om haar grote passie voor onderwijs en haar goedgeluimde persoonlijkheid.

De Noorse heeft onder andere de Humboldt-onderzoeksprijs gewonnen en de Nansenmedaille voor wetenschappelijk onderzoek in eigen land. Verder heeft Koning Harald V haar in 2014 benoemd tot Commandeur in de Koninklijke Noorse Orde van Sint-Olaf voor haar verdienste als wiskundige. *khrono.no*



Idun Reiten

Podcast over wiskunde in de maatschappij

Marieke Kootte en Vandana Dwarka, beiden universitair docent bij de wiskundeafdeling van de Technische Universiteit Delft, zijn de online podcast *Waar gaat het mis?* gestart. Hierin bespreken zij “actuele kwesties waar wetenschap, techniek of beleid botst met de werkelijkheid” met onderwerpen als kunstmatige intelligentie (en haar rol in het onderwijs en de politiek) en speltheorie. Het doel is de rol van wiskunde uit te lichten in hedendaagse ontwikkelingen binnen de samenleving.

Maria Vlasiou

Prijsuitreiking wiskundeolympiades 2025 vindt plaats

Vijftien middelbareschoolleerlingen hebben op 7 november bij een feestelijke bijeenkomst op de Technische Universiteit Eindhoven (TU/e) hun prijzen in ontvangst mogen nemen voor de 64^{ste} Nederlandse Wiskundeolympiade. De finaleronde hiervan geschiedde op 12 september, eveneens aan de TU/e, en 144 kandidaten hebben toen meegedongen. Nu zijn de winnaars gehuldigd, waarbij de verscheidene betrokken organisaties en sponsors vertegenwoordigd waren. Zij ontvingen een trofee, een geldbedrag van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, een cadeau van Transtrend — een investeringsbedrijf gespecialiseerd in handelsstrategieën — en de zesdeklassers onder hen viel bovendien een studiebeurs voor de TU/e ten deel.

Daarnaast werden vier prijzen op schoolniveau vergeven. De algemene, voor de hoogste totaalscore van zes deelnemers, ging naar het Eindhovense Lorentz Casimir Lyceum; zowel die voor de onderbouw als de meisjes naar het Praedinius Gymnasium in Groningen. De prijs voor nieuw meedoende scholen werd ten slotte aan de International School of Amsterdam uitgereikt.

Ook aan de winnaars en winnaressen van de Internationale Wiskunde Olympiade (eerder dit jaar in Australië) en de European Girls' Mathematical Olympiad (in Kosovo) zijn prijzen overhandigd. (Zie ook het Nieuws in de vorige twee nummers.)

Platform Wiskunde Nederland

Onderwijzer en opleidingsvernieuwer Chris Zaal overleden

Op 29 september is Chris Zaal op 65-jarige leeftijd overleden. Hij was twintig jaar verbonden aan de Universiteit van Amsterdam (UvA), wier bacheloropleiding wiskunde hij lange tijd heeft geleid, georganiseerd en nieuw vormgegeven. Als docent en onderwijs-

ontwikkelaar was hij altijd betrokken bij de studenten en gepassioneerd en onwankelbaar in zijn werkzaamheden.

Zaal is geboren in Leeuwarden en heeft wiskunde gestudeerd aan de UvA, waar hij vervolgens in 2005 op algebraïsche meetkunde is gepromoveerd onder Gerard van der Geer en Carel Faber. Hoogleraar Jan van Mill beschrijft hem als “de beste student die [hij] had” destijds. Tussendoor had Zaal ook nog lesgegeven in Delft en Utrecht alsook de Joodse Scholengemeenschap Maimonides in Amsterdam. Na zijn promotie startte hij bij de UvA als opleidingsdirecteur wiskunde, vanuit welke rol hij in 2021 tot onderwijsdirecteur van het College of Sciences werd benoemd. Met name de dubbelebacheloropleiding wis-natuurkunde is door Zaa's toedoen een succes geworden aan de UvA. De afstudeerscripties daarvan heeft hij tot en met afgelopen academisch jaar gecoördineerd. Bovendien had hij ook meegewerkt aan de ontwikkeling van wiskundig onderwijs aan het Freudenthal Instituut te Utrecht.

Naast Zaa's onderwijsgerelateerde werk was hij een geïnteresseerde schilder en tangodanser. Deze passie voor muziek kwam tot uiting in het radioprogramma *Tango Despreciados* dat hij met Richard Frisart verzorgde voor de Concertzender. Onder de nom de plume “El Frisón” (Spaans voor ‘de Fries’) heeft hij “lyrisch, melodieuze en dansbaar” de Argentijnse tango ge-dj'd. Zijn schilderijstijl heeft hij zelf omschreven als “luchtig”, met ruimte voor de eigen verbeelding. “Mijn werk is figuratief, maar veel meer dan realisme interesseert mij de suggestie.” Hij was lid van het Alkmaars Kunstcollectief, was bij meerdere tentoonstellingen vertegenwoordigd en beheerde een online atelier genaamd Schilderwille (Fries voor ‘schilderplezier’). Hier heeft hij ondanks zijn veegevoerde ziekte in september nog drie werken aan toegevoegd.

Ten slotte was Zaal hoofdredacteur bij *Pythagoras* en het *Nieuw Archief voor Wiskunde* — bij dat laatste was hij medeverantwoordelijk voor de invoering van de opgefriste vijfde serie in 2000.

kdvi.uva.nl, Elsevier Weekblad



Chris Zaal

Foto: Monique Kooijmans

Symposium over wiskunde en AI

Ter afsluiting van de Lorentz Center-workshop over de invloed van technologische ontwikkelingen op wiskundig onderzoek heeft op 19 september het symposium *Mathematics in the age of automated proofs* in Leiden plaatsgevonden. Er werden voordrachten gehouden over kunstmatige intelligentie (AI) en de rol van automatisering en mechanisering in de wiskunde, gevolgd door een paneldiscussie onder leiding van fysicus Robbert Dijkgraaf (hoogleraar en tevens voorzitter van de International Science Council).

De eerste lezing werd verzorgd door Thomas Hubert, onderzoe-



Paneldiscussie met Dijkgraaf, Hubert, Dick en Venkatesh.

Foto: Pim Ruesch

ker bij AI-bedrijf Google DeepMind in Londen. Hij gaf een overzicht van AlphaProof, dat in de formele taal Lean wiskundige bewijzen kan opstellen. Hubert legde uit hoe het systeem zichzelf ‘tabula rasa’ traint, dat wil zeggen zonder enige input van door mensen vervaardigde bewijzen. Hij gaf ook een live demonstratie en kondigde aan dat AlphaProof binnenkort voor iedereen beschikbaar wordt.

Vervolgens gaf Stephanie Dick, historica aan de Simon Fraser University te Vancouver, een geschiedkundig perspectief op automatisering van bewijzen. Zij benadrukte dat computers niet simpelweg menselijke taken overnemen, maar dat die taken zelf worden herdefinieerd zodat ze ‘machinaal’ uitvoerbaar worden.

Ten slotte kwam Akshay Venkatesh (Institute for Advanced Study, Princeton) aan het woord. Hij onderstreepte dat de essentie van wiskunde niet ligt in de productie van bewijzen, maar de menselijke ervaring eromheen, zelfs al zouden machines alle stellingen kunnen bewijzen. Hij noemde dit “mathematical storytelling” — het kiezen van de juiste vragen en het samenweven van resultaten tot een coherent verhaal. De opkomst van AI is zijns inziens een kans om de wiskunde te heroriënteren op haar intrinsieke waarden zoals diep begrip en het speelse element.

Nadien gingen deze drie sprekers en het publiek in discussie over de drijfveren van wiskundigen, de rol en motivatie van ‘big tech’, alsook hoe formalisatie van wiskunde en epistemische diversiteit op gespannen voet staan en over de brede interesse in zuivere wiskunde van buiten de academische wereld. De voordrachten zijn terug te luisteren onder <http://www.youtube.com/@mechanicalmath> — zie ook het artikel van Hester Berman op bladzijde 224 van dit nummer.

Statistiekprijs voor jonge onderzoekers naar Serte Donderwinkel

De Bernoulli Society for Mathematical Statistics and Probability heeft een van haar jaarlijkse New Researcher Awards (NRA) voor 2026 uitgereikt aan Serte Donderwinkel, universitair docent bij het Bernoulli Instituut aan de Rijksuniversiteit Groningen. De prijzen zijn bedoeld om leden van de Bernoulli Society die tot vijf jaar geleden gepromoveerd zijn te onderscheiden voor baanbrekend onderzoek in de statistiek en kansrekening. Dat van Donderwinkel betreft toevalsgrafen en probabilistische combinatoriek.

Komende zomer zal zij haar werk presenteren bij de 45^{ste} conferentie Stochastic Processes and their Applications in New York. bernoullisociety.org

Rekenen-wiskundendidacticus Joost Klep gestorven

Op 19 september moest de wiskundeonderwijsgemeenschap afscheid nemen van haar collega Joost Klep, die op 76-jarige leeftijd overleed. Hij was van 1981 tot 2007 werkzaam bij de Stichting Leerplanontwikkeling (SLO), waarna hij hoogleraar rekenen-wiskunde werd aan de Justus-Liebig-Universität in Gießen.

Klep is als wiskundige opgeleid in Nijmegen en promoveerde vervolgens in Delft op informatie- en simulatieomgevingen. Vanaf 1973 werkte hij als opleider bij de Pedagogische Akademie Groenewoud te Nijmegen alvorens naar de SLO te verhuizen. Tevens was hij hoofdredacteur bij didactisch vaktijdschrift *Willem Bartjens* (thans *Volgens Bartjens*). Behalve het uitstippelen van curricula en hun kerndoelen was Klep actief in de ontwikkeling van software en computerprogramma's voor het onderwijs, zoals Plato en de Rekenspiegel. In 2020 heeft hij de onderneming Arithmeticus gelanceerd om dit voort te zetten. elbd.sites.uu.nl

Winnaars afstudeerprijs toegepaste wiskunde bekendgemaakt

Het Platform Wiskunde Nederland heeft op 30 oktober de jaarlijkse CWI Best Thesis in Applied Math Awards uitgereikt aan buitengewone afstudeerprojecten. De winnaars zijn Rick Scheper van de NHL Stenden Hogeschool, met een bachelorscriptie getiteld *A Physiologically Based Pharmacokinetic Model of Nadroparin*, en Daniel Cortlid van de Rijksuniversiteit Groningen, wiens masterscriptie tot een publicatie leidt.

Scheper heeft in samenwerking met het Universitair Medisch Centrum Groningen een wiskundig model ontwikkeld voor de dosering van antistollingsmiddelen bij pasgeborenen, waar de bestaande praktijk tekort kan schieten. Cortlids project voorziet in het voorspellen en controleren van energieleveringen en -prijzen bij Électricité de France. Hij heeft hiervoor een nieuw optimalisatie-algoritme ontwikkeld om de minima te bepalen van niet-convexe functies die bij de relevante modellen optreden. math4nl.nl

Koninklijk Wiskundig Genootschap

❑ BeNeLux Mathematisch Congres

Het BeNeLux Mathematisch Congres zal komend jaar plaatsvinden op 7 en 8 april 2026 in Antwerpen in plaats van een Nederlands Mathematisch Congres (NMC).

❑ Uitreiking Nederlandse Wiskundeprijs

De Nederlandse Wiskundeprijs zal op 12 juni 2026 in het Trippenhuis in Amsterdam worden uitgereikt.

❑ KWG-middag

Op 8 mei 2026 zal een KWG-middag plaatsvinden op het CWI met uitreiking van diverse prijzen.

Recent verschenen:

❑ Indagationes Mathematicae (www.elsevier.com/locate/indag)

Special Issue dedicated to Tom Koornwinder on the occasion of his 80th birthday, Wolter Groenevelt, Erik Koelink, Hjalmar Rosengren, Jasper Stokman (eds.), Nov 2025.

❑ Epsilon Uitgaven (www.epsilon-uitgaven.nl)

Zebra 77, Statistische valkuilen in de actualiteit, Arout Jaspers, € 13,50.

Yang-Hui He

London Institute for Mathematical Sciences,
Royal Institution, London and
Merton College, University of Oxford
hey@maths.ox.ac.uk

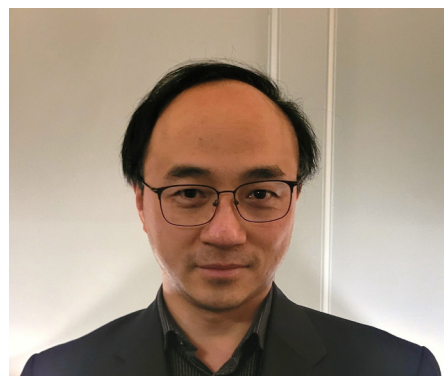
Onderzoek Research

MATHEMATICS: THE RISE OF THE MACHINES

We argue how AI can assist mathematics in three ways: theorem-proving, conjecture formulation, and language processing. Inspired by initial experiments in geometry and theoretical physics in 2017, we summarize how this emerging field has grown over the past years, and show how various machine-learning algorithms can help with pattern detection across disciplines in the mathematical sciences. At the heart is the question how does AI help with theoretical discovery, and the implications for the future of mathematics.

Invited contribution to the Nieuw Archief voor Wiskunde of the Koninklijk Wiskundig Genootschap and based on a recent public lecture of the author to the Royal Institution of Great Britain [1].

Whether you are of the opinion that Artificial Intelligence (AI) is a threat to humanity or of the opposite belief that it is mere hype, it cannot be denied that — whatever its precise definition — AI is already transforming our daily lives in almost every respect. Even though AI has a much older history than many would imagine, the formidable combination of compute (your mobile phone out-powering the entire lunar programme in the 1960s) and the in-



Yang-Hui He

ternet (essentially all of human knowledge at your finger-tips), has galvanized this transformative impact in the last two decades. The word “Artificial Intelligence” was first coined⁵⁸ in a grant proposal in 1956 by McCarthy et al. [2]. Shortly thereafter, the “Perceptron”—the first artificial neural network (NN)—was established, as an impressive array of photo-receptors and wires [3]. While I shall leave the question of the influence of AI on our civilization to the experts in AI research, to sociologists, and to philosophers, it is my goal here to give a rapid overview of the emergent but blossoming field of *AI for Mathematics* (AI4Maths). To be fair, both “mathematics and theoretical physics for AI” and “AI for the experimental sciences” have long and distinguished histories. For instance, early universal approximation theorems [4] that ensure good estimations from NNs, or the Boltzman machine as an energy-based model for cognition [5], date to the late 1980s. So too, did CERN’s first usage

of machine-learning (ML) for detecting fundamental particles [6]. The award of the 2024 Nobel Prize in Physics to Hinton and Hopfield, and in Chemistry to Hassabis and Jumper, is proof of the establishment’s timely recognition of the rôle of AI in scientific discovery.

Pure mathematics and theoretical physics, by their very nature of rigour, may seem unlikely companions to the big data and statistical inferences inherent to AI. Yet, I will describe here how in three ways AI will be a positive driving force for mathematical research: bottom-up, topdown, and meta-mathematics. Admittedly, these three words have various precise meanings in the philosophy of mathematics and in the philosophy of science, I beg the reader’s indulgence for borrowing them loosely and shall define them in the ensuing. The interested reader is referred to some recent and more in-depth reviews [7–15] which attempt to describe the idea of *AI4Maths*.

Bottom-Up Mathematics

Typically, one thinks of mathematics as an austere three-step process: (1) laying out the *axioms* and *definitions* of terms and concepts with precision; (2) claiming a statement involving the terms; and (3) using logic to deduce the statement. Since Euclid’s immortal tome *The Elements*, this is how mathematics is always presented. A classic example (Proposition 20 of Book

Some key moments in AI

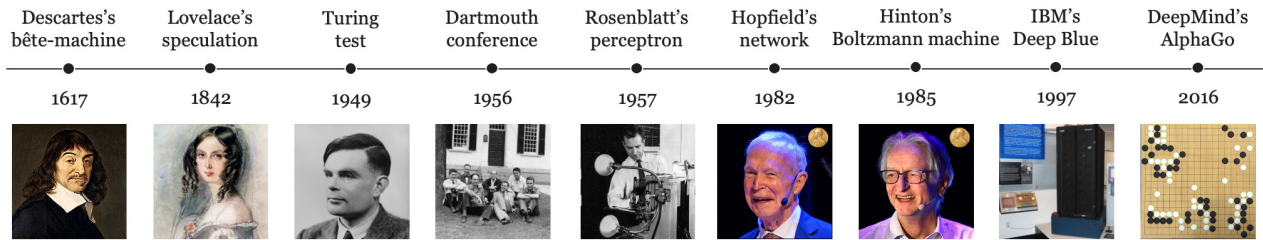


Figure 1 Some key moments in AI: from Descartes's bête-machine in 1617, via Lovelace's speculation in 1842, the Turing test in 1949, to DeepMind's AlphaGo in 2012. With the visionary phrase by Ada Lovelace: "The analytic engine might compose elaborate and scientific pieces of music of any degree of complexity."

IX cit. *ibid.*) is as follows. (1) Definition: a prime number is a positive integer which is only divisible by 1 and itself; (2) Proposition: there is an infinite number of such prime numbers; (3) Proof: Standard ⁵⁹.

This "bottom-up" presentation of statements in mathematics, building sentence by sentence from the foundational definitions and axioms, perhaps reached its zenith with the publication [16] of *Principia Mathematica* in 1910. With a sparsity of words, a plethora of symbols, and an inhuman coldness, the monumental work was famously able to reach " $1+1=2$ " on page 362. Even though this entire programme of formalizing mathematics was in part killed by Gödel-Church-Turing [17–19] with their showing the existence of undecidable and uncomputable statements, researchers were not deterred in using the earliest version of the computer — the Logical Theory Machine — to formalize and prove a number of propositions of the *Principia* [20]. This was almost immediately after the appearance of the first NN [3]. Likewise, the idea of "mechanized mathematics" [21] dates to that time.

Today's answer to this tradition of "bottom-up" mathematics is the automated proof-assistant [22], notably *Mathlib*, built in the *Lean* programming language [23,24]. Launched in 2013, Project Xena [25] has completed the formalization in *Lean*, of the statements and proofs of essentially all undergraduate-level mathematics. Equally impressive is the fact that formalizing whilst doing collaborations has already led to major results by the top mathematicians [26, 27].

As proof co-pilots are quickly becoming the norm for mathematical research, it should be emphasized that so far there is no large-scale AI involved in *Mathlib*. The main challenge here is one of engineering: there is only on the order of millions of lines of Lean, whereas currently reliable language models (to which I shall turn later) typically require billions of lines to train.

It is conceivable that in the not too distant future we will reach auto-formalization which will take all journal papers in LaTeX and generate verifiable *Lean* code for the whole corpus. Already, Deepmind's AlphaGeo2 [28] and AlphaProof [29] have Lean incorporated into their core algorithms. Once accurate auto-formalization is achieved, it might no longer be a fantasy that proof-paths maybe found, using reinforcement learning, for major open problems.

Top-Down Mathematics

Lest the reader be led to think that mathematical research is always done in this formal and rather stark "bottom-up" way, I must point out that in practice, the opposite is the case. To quote the great V. Arnol'd, "mathematics is a branch of physics where the experiments are cheap." Indeed, even rigorous proofs are formulated first by some "gut-feeling", as summarized in this wonderful article by Thurston [30]. Certainly, theoretical physics, the closest cousin to pure mathematics, is done this way. As a famous example, we have achieved 19 significant-digit agreement between theory and experiment in the standard model of particle physics, but we still do not have a precise definition of the underlying

quantum field theory. This fearless bravado is the very reason why string theory has produced so many new insights in pure mathematics.

The idea of *experimental mathematics* is as old as logic and reasoning. It is how the practitioner actually does theoretical research: we play around, trying to get intuition, and then formulate the right definitions and proofs, before finally writing up the papers more formally. In today's parlance, this might be called *data-driven* mathematics, where one builds experience by finding patterns and by a broad understand of the research landscape, looking at the subject from "topdown".

After all, in the beautiful words of G.H. Hardy, "A mathematician, like a painter or poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas." Mathematical data is distinctly different from data from the the natural world, it is without statistical error, and often represented by integers rather than reals whence also has no freedom for numerical error. These have been dubbed *Platonic Data* [14], whose machine-learning can uncover underlying mathematical structure [7].

Continuing with our example of prime numbers, one of the high-lights of this data-driven mathematics was the 16 year-old Gauss defining the prime-counting function $\pi(x) := \#\{p \text{ prime}: p \leq (x \in \mathbb{R}_+)\}$, the number of primes not exceeding a real positive x . He was able to eyeball⁶⁰ that $\pi(x) \sim x/\log(x)$. The proof had to wait some 50 years, especially for the

development of complex analysis, before it was established as the Prime Number Theorem, one of the cornerstones of mathematics. Based on experience and intuition, Gauss *formulated a conjecture* by looking at Platonic data, whereby establishing a good problem. In some sense, “bottomup” mathematics can be thought of as finding proofs, and “top-down” mathematics, as finding interesting problems. One needs to bear in mind that two of the remaining six Millennium Problems [31]—the Riemann Hypothesis and the Birch–Swinnerton-Dyer (BSD) Conjecture—arose from mathematical experimentation by listing the first zeroes or by plotting rank and conductor.

Starting from the late 1980s, attempts were made to automate the process of formulating conjectures in combinatorics [32], which in 2017 took the updated form as *TxGraffiti*. In the same year, the first AI-assisted mathematical experiments were performed [33], where datasets from algebraic geometry were passed through a neural-network, in order to uncover potential new structures. Therein, calculations in algebraic geometry—and later [34], all mathematical calculations in one way or another—were interpreted as image processing. So too, did 2017 see machine-learning applied to mathematical physics [35–37] in exploring the string theory landscape⁶¹. Since then, the field of AI for mathematical discovery from Platonic data quickly blossomed and matured. Hundreds of papers emerged, with notable successes including the Ramanujan machine in finding identities for famous constants [39, 40], the finding of new formula in topology and representation theory [41], as well as the ML discovery of the still-open murmuration conjectures in number theory [42].

Meta-Mathematics

Finally, I come to the perhaps most mysterious direction in which AI can galvanize mathematical research. This is the world of Large Language Models (LLMs): chatGTP, Gemini, Grok, Deepseek, etc. It may seem peculiar that chatbots, famous for their hallucinations, could be of any use to mathematics. Indeed, though they have over the last couple of years rapidly out-performed and replaced humans in myriads of tasks⁶², LLMs struggle even in doing basic arithmetic. Language models

rely entirely on statistical inferencing whereas mathematics requires reasoning. Bottom-up is rigorous by construction, top-down’s conjectures can be (dis-)proven rigorously. What can vague sentences and potential word-salads do for mathematical discovery?

Curiously, in this direction, extraordinary advances are being made. I will call this direction “meta”, since we could well be outside of mathematical reasoning, and depend solely on AI having linguistically seen (essentially all of) the mathematical literature. From the first (and rather naïve) Word2Vec analyses of the ArXiv in order to uncover theories from language [43] to the now much more sophisticated LLMa2 [44], one should not underestimate the power of “proof by vibe” [30]: an AI which has “read” all of contemporary mathematics and can be queried at will is a force to be reckoned with. There is an increasing number of reports from mathematicians who, upon interacting with the likes of chatGTP5, have discovered useful literature of which they are not aware, or are instantly presented with ready-made computer code that turn out to be useful in testing ideas. Meanwhile, LLMs can now attain the gold medal in the International Mathematics Olympiad by training on the language of previous solutions [45]. All of this is happening within the last couple of years.

In May of this year, some thirty of us were flown to the headquarters of EpochAI to help benchmark FrontierMath [46], a project funded by OpenAI to see how various LLM models solve research-level mathematics, the sort of problems that one

would work on and write papers about. Accuracies of 10–30 % have been achieved and the consensus was that oftentimes it truly felt like talking to an experienced colleague [47]. The few hundred questions were divided into tiers, from undergraduate level (Tier 1) to publishable results (Tier 4), samples and performance statistics can be seen at <https://epoch.ai/frontiermath>. The anticipated Tier 5 would involve open conjectures and problems, and the frightening thing is that we are not too far from this.

Outlook

In *Concrete Mathematics*, Graham, Knuth and Patashnik made the half-jocund remark [48] that “The ultimate goal of mathematics is to eliminate any need for intelligent thought”. What they meant was that perhaps all methods of proof and derivation will be mechanized in the infinite limit of mathematical research. At the time, in the late 1990s, it was deemed outlandish such mechanization would ever be possible. Yet, the combination of human and AI in the last decade or so has given us *AI4Maths*, propelling us into a new era of fundamental theoretical discovery. Like AlphaZero effectively⁶³ solving Go, mathematics too can be gamified [49].

Of course, we are still quite far from mechanized AI for mathematics which can follow an automated path of (1) find new problems from Platonic data and from existing literature; (2) find verifiable proof-paths using (vastly extended versions of) Mathlib; and (3) check the significance of the statement within the global and



He giving the lecture “Mathematics: The rise of the machines” at the Royal Institution of Great Britain, 15 September 2025

historical context.

Seeing that chatGTP has passed the Turing test [50], and that the AI community is working hard on the ARC test, a benchmark for AGI reasoning [51], a more stringent test was proposed for AI-assisted mathematical discovery [11]. Named after Birch of the BSD Conjecture whose online talk inspired the participants of a conference at Cambridge in 2024 [52], the Birch Test can be summarized as “AIN@AI”. An AI-guided mathematical discovery needs to be Automatic (in that human intervention is forbidden in choosing the data, the literature and the algorithm), Interpretable (in that any statement must be meaningful to a human expert, e.g., having a deep NN that extrapolates an output without understanding the underlying mathematics is useless), and Non-trivial (in that any conjecture raised must be significance to the scientific community).

While arguably only the Jones

polynomial formula [41], the murmuration conjectures [42] and finding unstable singularities for the Euler equation [53] have come close to it, the Birch Test is so far unsurpassed⁶⁴. Nevertheless, with the advent of AlphaEvolve [55], mathematical exploration and discovery are now at scale [56]. It should be noted here that the 67 problems selected for the study are of a particular nature - finding upper/lower bounds or numerical counter-examples — which are particular amenable to optimization and code-oriented searches.

Mathematics of the near future is clearly a joint effort between human expertise and AI's prowess in all three directions of bottom-up, top-down, and meta-mathematics. Even in a hypothetical distant future where complete mechanization is achieved, where AI will (dis-)prove every major conjecture and propose new problems and continuously map out new areas of research, human

mathematicians are still of great value. We will simply become priests to oracles, and interpret the results to the rest of humanity. Think of the philosophy departments in the world, centuries are spent in analyzing and critiquing Plato, or the literature departments, over Shakespeare. Perhaps one day in the far future, mathematics departments will consist of experts digesting the (Mathlib-verified) proofs that AI produces. Still, I think a number of my colleagues agree with the exclamation [57] that “I don't care whether it is God, AI, or Terry Tao who finds the proof of the Riemann Hypothesis, I just want to know.”



Acknowledgments

I am grateful to Ananyo Bhattacharya, Thomas Fink, Thomas Hodgkinson and Roman Rybiansky of the London Institute for Mathematical Sciences for their invaluable help and comments in the preparation of this Royal Institution lecture.

Notes and references

- 1 Yang-Hui He. *Mathematics: The rise of the machines*. Royal Institution Lecture, <https://www.youtube.com/watch?v=oOYcPkBotg>.
- 2 John McCarthy, Marvin L Minsky, Nathaniel Rochester, and Claude Shannon. A proposal for the Dartmouth summer research project on artificial intelligence, August 31, 1955. reproduced in *AI magazine*, 27(4):12–12, 2006.
- 3 Frank Rosenblatt. *The perceptron, a perceiving and recognizing automaton*. Cornell Aeronautical Laboratory, 1957.
- 4 George Cybenko. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of control, signals and systems*, 2(4):303–314, 1989.
- 5 David H Ackley, Geoffrey E Hinton, and Terrence J Sejnowski. A learning algorithm for boltzmann machines. *Cognitive Science*, 9(1):147–169, 1985.
- 6 D Perret-Gallix and W Wojcik. New computing techniques in physics research. Proceedings, 1st International Workshop on Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems in High-Energy and Nuclear Physics, Lyon, France, March 19–24, 1990.
- 7 Yang-Hui He. Machine-Learning Mathematical Structures. *arXiv:2101.06317*, 2021.
- 8 Michael R Douglas. Machine learning as a tool in theoretical science. *Nature Reviews Physics*, 4(3):145–146, 2022.
- 9 Davide Castelvecchi. How will AI change mathematics? *Nature*, 615:15–16, 2023.
- 10 Sergei Gukov, James Halverson, and Fabian Ruehle. Rigor with machine learning from field theory to the Poincaré conjecture. *Nature Rev. Phys.*, 6(5):310–319, 2024.
- 11 Yang-Hui He and Mikhail Burtsev. Can AI make genuine theoretical discoveries? *Nature*, 625(7994):241–241, 2024.
- 12 Yang-Hui He. AI-driven research in pure mathematics and theoretical physics. *Nature Reviews Physics*, 6(9):546–553, 2024.
- 13 Shizhe Liang, Wei Zhang, Tianyang Zhong, and Tianming Liu. Mathematics and machine creativity: A survey on bridging mathematics with ai. *arXiv:2412.16543*, 2024.
- 14 Michael R Douglas and Kyu-Hwan Lee. Mathematical data science. *arXiv:2502.08620*, 2025.
- 15 Alex Kontorovich. The shape of math to come. *arXiv:2510.15924*, 2025.
- 16 Alfred North Whitehead and Bertrand Russell. *Principia Mathematica*, volume 1–3. Cambridge University Press, 1910.
- 17 Kurt Gödel. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für mathematik und physik*, 38(1):173–198, 1931.
- 18 Alonzo Church. An unsolvable problem of elementary number theory. *American J. Mathematics*, 58(2):345–363, 1936.
- 19 Alan Turing. On computable numbers, with an application to the entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society*, Volumes 2–42, Issue 1: 230–265, 1937.
- 20 Allen Newell, John Clifford Shaw, and Herbert A Simon. Empirical explorations of the logic theory machine: a case study in heuristic. In *Papers presented at the February 26–28, 1957, Western Joint Computer Conference: Techniques for reliability*, pages 218–230, 1957.
- 21 Hao Wang. Toward mechanical mathematics. *IBM Journal of Research and Development*, 4(1):2–22, 1960.
- 22 Terence Tao. Machine-assisted proof. *Notices of the American Mathematical Society*, 72:1, 01 2025.
- 23 The mathlib Community. The lean mathematical library. In *Proceedings of the 9th ACM SIGPLAN International Conference on Certified Programs and Proofs, POPL '20*, page 367–381. ACM, January 2020.
- 24 Leonardo De Moura, Soonho Kong, Jeremy Avigad, Floris Van Doorn, and Jakob von Raumer. The lean theorem prover (system description). In *International Conference on Automated Deduction*, Lecture Notes in Computer Science 9195, pages 378–388. Springer, 2015.
- 25 Kevin Buzzard et al. The Xena Project. <https://www.ma.imperial.ac.uk/~buzzard/xena/>.
- 26 Peter Scholze. Liquid tensor experiment. *Experimental Mathematics*, 31(2):349–354, 2022.
- 27 W. T. Gowers, Ben Green, Freddie Manners, and Terence Tao. On a conjecture of Marton. *Annals of Mathematics*, 201(2): 515–549, 2025.
- 28 Y. Chervonyi, T.H. Trinh, M. Olšák, X. Yang, H. Nguyen, M. Menegali, J. Jung, V. Verma, Q.V. Le, and T. Luong. Gold-medalist Performance in Solving Olympiad Geometry with AlphaGeometry2. *arXiv:2502.03544*.
- 29 Davide Castelvecchi. DeepMind hits milestone in solving maths problems — AI's next grand challenge. *Nature*, 632:236–237, 2024.

- 30 William P Thurston. On Proof and Progress in Mathematics. In *18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, pages 37–55. Springer, 2006.
- 31 James Carlson, Arthur Jaffe, and Andrew Wiles. *The millennium prize problems*. American Mathematical Society, Clay Mathematics Institute, 2006.
- 32 Randy Davila. Automated conjecturing in mathematics with *TxGraffiti*. *arXiv:2409.19379*, 2024.
- 33 Yang-Hui He. Deep-Learning the Landscape. *arXiv:1706.02714*, PLB, 774, 564–568, 6 2017.
- 34 Yang-Hui He. *The Calabi–Yau Landscape: From Geometry, to Physics, to Machine Learning*. LNM 2293. Springer, 2018.
- 35 Jonathan Carifio, James Halverson, Dmitri Krioukov, and Brent D. Nelson. Machine learning in the string landscape. *JHEP*, 09:157, 2017.
- 36 Daniel Krefl and Rak-Kyeong Seong. Machine Learning of Calabi-Yau Volumes. *Phys. Rev. D*, 96(6):066014, 2017.
- 37 Fabian Ruehle. Evolving neural networks with genetic algorithms to study the String Landscape. *JHEP*, 08:038, 2017.
- 38 Chris Weller. Meet the first-ever robot citizen—a humanoid named Sophia that once said it would ‘destroy humans’. *Business Insider*, 27 October 2017.
- 39 Gal Raayoni, Shahar Gottlieb, Yahel Manor, George Pisha, Yoav Harris, Uri Mendlovic, Doron Haviv, Yaron Hadad, and Ido Kaminer. Generating conjectures on fundamental constants with the Ramanujan Machine. *Nature*, 590(7844):67–73, 2021.
- 40 Tomer Raz, Michael Shalyt, Elyashev Leibtag, Rotem Kalisch, Shachar Weinbaum, Yaron Hadad, and Ido Kaminer. From Euler to AI: Unifying Formulas for Mathematical Constants. *arXiv:2502.17533*, 2025.
- 41 Alex Davies, Petar Veličković, Lars Buesing, Sam Blackwell, Daniel Zheng, Nenad Tomašev, Richard Tanburn, Peter Battaglia, Charles Blundell, András Juhász, et al. Advancing mathematics by guiding human intuition with AI. *Nature*, 600(7887):70–74, 2021.
- 42 Yang-Hui He, Kyu-Hwan Lee, Thomas Oliver, and Alexey Pozdnyakov. Murmurations of elliptic curves. *Experimental Mathematics*, *arXiv:2204.10140*, 34(3):528–540, 2022.
- 43 Yang-Hui He, Vishnu Jejjala, and Brent D. Nelson. *hep-th*. *arXiv:1807.00735*, 2018.
- 44 Hugo Touveron, Louis Martin, Kevin Stone, Peter Albert, Amjad Almahairi, Yasmine Babaei, Nikolay Bashlykov, Soumya Batra, Prajjwal Bhargava, Shruti Bhosale, et al. Llama 2: Open Foundation and Fine-Tuned Chat Models. *arXiv:2307.09288*, 2023.
- 45 Davide Castelvecchi. DeepMind and OpenAI models solve maths problems at level of top students. *Nature*, 644:20, 2025.
- 46 Elliot Glazer et al. FrontierMath: A Benchmark for Evaluating Advanced Mathematical Reasoning in AI. *arXiv:2411.04872*.
- 47 Anjana Ahuja. Can ChatGPT win a Fields Medal? *Financial Times*, 11 Jun, 2025.
- 48 Ronald L. Graham, Donald E. Knuth, and Oren Patashnik. *Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science*. Addison-Wesley Professional, 1994.
- 49 Ali Shehper et al. What makes math problems hard for reinforcement learning: a case study. *arXiv:2408.15332*, 2024.
- 50 Celeste Biever. ChatGPT broke the Turing test — the race is on for new ways to assess AI. *Nature*, 619(7971):686–689, 2023.
- 51 Francois Chollet, Mike Knoop, Gregory Kamradt, and Bryan Landers. ARC Prize 2024: Technical Report. *arXiv:2412.04604*, 2024.
- 52 Alejandra Castro, Robert de Mello Koch, Yang-Hui He, Gabriel Lopes Cardoso, Sameer Murthy, Suresh Nampuri, and Larus Thorlacius. *Workshop on “black holes: bridges between number theory and holographic quantum information”*. Isaac Newton Institute, Cambridge, 2024.
- 53 Yongji Wang et al. Discovery of unstable singularities. *arXiv:2509.14185*, 2025.
- 54 Kharen Musesaelian. *On the impossibility of an ai mathematician being both autonomous and useful*. Qognitive, 2025.
- 55 Alexander Novikov et al. AlphaEvolve: A coding agent for scientific and algorithmic discovery. *arXiv:2506.13131*, 2025.
- 56 Bogdan Georgiev, Javier Gómez-Serrano, Terence Tao, and Adam Zsolt Wagner. Mathematical exploration and discovery at scale. *arXiv:2511.02864*, 2025.
- 57 Yang-Hui He. panel with Javier Gómez-Serrano, Maia Fraser, Sanjeev Arora, and George Musser. *Heidelberg Laureate Forum*, 2025.
- 58 Interestingly, the initial wording was “Computational Intelligence”, and later changed to AI because it sounded more impressive, as grant proposals should.
- 59 Suppose there is a finite number n of primes, let them be ordered as $p_1 = 2, p_2 = 3, \dots, p_n$. Consider the product $N := p_1 \cdot p_2 \dots \cdot p_n$ and the number $N + 1$. Now, $N + 1$ is either prime or not. If it is a prime, then we have found one larger than p_n , contradicting our assumption that p_n is the largest prime. Thus $N + 1$ must be composite, whereby it must be divisible by some prime q between p_1 and p_n . But N itself is divisible by q by construction, being the product over all primes. Hence their difference — which is equal to 1 — must be divisible by $q \geq 2$, another contradiction. Hence *reductio ad absurdum* implies our initial assumption that p_n exists is false [QED]. Of course, there are some further properties in the arithmetic of integers which are used here; they need to be and can be proven separately.
- 60 Actually, he invented regression and the earliest notions of statistics in order to gain this intuition.
- 61 As indeed, did Sophia become the first robot to receive a human passport [38].
- 62 Of course, it is a most welcome change that pointless tasks such as form-filling and report-writing that dominate so much our day to day lives are now all done by LLMs. It is remarkable that within two years we are beginning to end centuries of bureaucracy.
- 63 The “effectively” is important. Deepmind is not giving a deterministic solution or winning strategy, it is heuristically doing so by learning previous matches in AlphaGo and by playing against itself in AlphaZero.
- 64 Or to some, perhaps even unsurpassable [54].

Nicos Starreveld

Platform Wiskunde Nederland
Korteweg-de Vries Instituut voor Wiskunde
Universiteit van Amsterdam
n.j.starreveld@uva.nl

Interview Mateja Jamnik

Bringing mathematical intuition into AI models

Professor Mateja Jamnik is a full Professor of Artificial Intelligence in the Department of Computer Science and Technology (Computer Laboratory) at the University of Cambridge, UK. Next to her research she serves on the UK Home Office Science Advisory Council and had served previously as Specialist Adviser to the House of Lords Select Committee on Artificial Intelligence. She was one of the organizers of the workshop Mechanization and Mathematical Research at the Lorenz center last September. During a visit in Cambridge, I grasped this opportunity and interviewed her about her career, research, and view on the future.

Thank you very much for making time for this interview. It is very nice to be here in Cambridge. It is clear from your work that you became interested in both AI and mathematics at an early stage. Could you maybe tell us how these interests have grown?

"I was studying mathematics for my undergraduate degree in Canada, where I also took some computer science courses. In Canada you are free to combine various subjects. I was always interested in intuitive proofs of mathematical results, and at some point, I thought "Hey, how can we model this wonderful intuition that mathematicians have, or this really accessible beautiful and elegant mathematical reasoning, on machines?" I decided then to pursue a postgraduate qualification into computer science in Cambridge, and in 1995, I applied for a PhD position in Edinburgh in the group of Alan Bundy. At that time, the University of Edinburgh was the only university

worldwide with a department focusing on AI. This is interesting because that period was considered the AI winter. AI was deeply unpopular because of all the deep promises made earlier that were not



Mateja Jamnik

delivered. At that time, funding for such research was reduced and it was not cool to work on AI."

Could you describe globally what your PhD research was?

"During my PhD I developed computational models that capture human mathematical thinking. I was trying to show whether it is possible to capture intuitive mathematical proofs in a computer. I was primarily looking at schematic diagrammatic proofs. I built a theorem prover, called DIAMOND, which could generalize visual proofs; at the same time it would provide correctness guarantees. The user should provide the main idea of the proof by presenting the proofs of some specific instances. Afterwards, the solver would generalize the proof for the general case. I showed that you can devise completely formal proofs with visual, diagrammatic inference steps. This dispelled the long-held assumption that diagrams cannot be formal."

Before continuing with the interview, let us take a moment to dive into the details behind such an automatic theorem prover. Suppose you want to prove the identity $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

A mathematician could deploy various methods. For example, you could prove this result by using induction, or by using the standard idea of Gauss which we learn at school. But there is also a visual diagrammatic proof. If you arrange dots in an $n \times n$ grid and count in two different ways, one by taking the size of the grid and one by summing over the n L-shapes. Then you obtain the same result. This second proof using a grid and L-shapes can be automated:

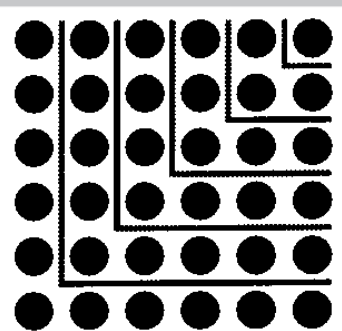


Figure 1 A grid of 6^2 dots divided in 6 L-shapes each one consisting of $(2i-1)$ dots, $i=1,2,\dots,6$.

The main idea is to work with suitable objects generated from a class diagram, similar to an object-oriented programming language. The main building block is dots. Such objects can be squares (like in the picture above), ells, rows, columns. For example, `diagram(square, 6)` represents a square of size 6×6 and `diagram(ell, n)` an L-shape of $2n-1$ dots. Various operations can be applied to these objects. This enables a computer to manipulate them and find relations behind them. For example, applying the operation `L_cut` once on a `diagram(square, n+1)` will yield two smaller diagrams, namely `diagram(ell, n+1)` and `diagram(square, n)`. Such steps can be carried out by a program. This object-based approach makes the formalization of such a proof possible.

The most important concept behind this method is the constructive ω -rule, which requires there to be an effective procedure, like a recursive program. The ω -rule is infinite and here we rely on the constructive part, which makes it programmable. This works as follows. Firstly, the user needs to prove some special cases of the problem, say for $n=2,3$ and 10. From these special cases we extract a set of rules R which are applied on the problem for a general n , we call this set of rules `proof(n)`. The last step is to let the machine verify, following formal logic rules, that `proof(n)` proves the statement by using meta-induction on n . In practice, such a proof entails that the set of rules in `proof(n)` can establish that an equality between two lists of diagrams is true. In the example above, the computer would prove that a square of size n and a collection of n L-shapes each having size $2i-1$ are equal. Equality here is defined in a specific way as equality between diagrams using formal logic. We recommend the interested reader to have a look at [1] for the exact details and [2] for some ideas on the nature of a mathematical proof. Both are very interesting and accessible articles.

Since the time of your PhD, which was during an AI winter as you mentioned, many things have changed and keep changing daily.

That is definitely true! In this field, the tempo at which things change is very high.

How has this affected your research? What have you been working on in the past years?

As mentioned before, when I started my PhD, we were in an AI winter. But then things changed because technology caught up, and concepts that were discovered earlier started being implemented. The focus shifted to neural networks and statistical probabilistic AI, which is known today as machine learning. Nowadays, large language models (LLMs) are extremely powerful, and they can do a lot of informal mathematics. They can also come up with informal mathematical arguments and solutions. But they can't provide correctness guarantees, and people realize that you can't just deploy such methods in safety-critical situations. Especially when decisions about people are involved, like in medicine. In the past years, we worked hard to combine the best methods from the symbolic world, which are rule-based systems and can provide correctness guarantees, and the best from the statistical world, where learning can occur. Methods combining symbolic and statistical approaches are called neurosymbolic. That is exactly where my work is.

Could you give us some concrete insights into how such neurosymbolic methods work?

You should see a neurosymbolic solver as an ecosystem of a theorem prover, an automatic proof checker, and a conjecturer. You start with a preselected target set of problems and theorems that the neurosymbolic solver can't prove yet. By training the solver, you aim to increase the number of target theorems it can prove. You train the solver by using a dataset of theorems and their proofs. The idea is that the conjectures at the beginning are simple, and they are not intended directly to prove target theorems, but to train the solver to gradually get better at solving target theorems. The conjectures that improve the solver the most with respect to target theorems are used to generate new similar but slightly harder conjectures. In

this way, the conjectures progressively get harder and closer to the target theorem, and the solver gets progressively better and better at proving target theorems.

The bottleneck currently is that we don't have enough data, in the form of theorems and their proofs, which can be used to train the solver. In such a dataset both the theorems and their proofs must be written in a formal language, so that the machine can process them. A future step is to also put the human mathematician in the loop. A human can decide and evaluate which conjectures are interesting for the neurosymbolic conjecturer. We envision this ecosystem where the human mathematicians would be able to use it to explore mathematics, that is where discoveries and creativity come into play.

How is the AI landscape at the moment?

I have been working for the last four to five years on neurosymbolic solvers. Recently, we pioneered a technique called 'autoformalization'. This technique uses LLMs to formalize informal mathematics, so that it can be processed by theorem provers like Isabelle and Lean. Isabelle

is the largest and most comprehensive interactive theorem prover out there. The landscape is changing daily which creates some pressure. We need to stay pragmatic, stay enthusiastic and believe in the quality of our work. We should also know where our strengths lie. For example, it makes no sense for us to engage in large computations and large datasets because we can't compete with tech companies like OpenAI. We must stay creative and keep investing in our strengths. Neurosymbolic solvers, for example, were developed by academics. Afterwards companies have picked up this concept and managed to scale them up. Academics have the know-how, the freedom to look into fundamental problems, and the space to be creative. Let us also not forget that if industries pick something from research and scale it up, that is a sign of success.

Besides research you have been actively involved in advisory boards helping the government. How did you experience being part of such committees?

I participated in the past in the Select Committee on Artificial Intelligence [3].

The goal was to advise the House of Lords about policy regarding AI and how it can impact society and the economy. The government had commissioned the House of Lords to write a report regarding the impact of AI on society and to come up with recommendations for the government. Currently, I am part of the science advisory board of the Home Office, responsible for AI. This provides recommendations to the ministers and the government on a permanent basis. These are very interesting efforts where you can make a real impact.

What do you think are the future perspectives of Europe in the AI landscape?

In Europe, we have a lot of expertise and know-how. Also, we are highly connected, collaborations are easy, and we have funding for joint projects. We should capitalize on that. Europe is also very strong in fundamental research, and we can lead where AI is going in terms of regulation and safety. I think that these are very important points where Europe is strong; we should capitalize on them and keep investing in creativity and research. 

References

- 1 On Automating Diagrammatic Proofs of Arithmetic Arguments, M. Jamnik, A. Bundy and I. Green, *Journal of Logic, Language and Information* 8: 297–321, 1999.
- 2 A. Bundy, M. Jamnik, & Fugard, A. 'What is a proof?', *Philosophical Transactions A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 363, no. 1835, pp. 2377–2391, 2005.
- 3 AI in the UK: ready, willing and able?, *HOUSE OF LORDS Select Committee on Artificial Intelligence, report of Session 2017–19*.



Nicos Starreveld

Platform Wiskunde Nederland
Korteweg-de Vries Instituut voor Wiskunde
Universiteit van Amsterdam
n.j.starreveld@uva.nl

Interview Tim van Erven

De wiskundige fundering voor uitlegbare kunstmatige intelligentie

Tim van Erven, wiskundige aan de Universiteit van Amsterdam, heeft een VICI-beurs toegekend gekregen door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO). Zijn voorstel gaat over “De wiskundige fundering voor uitlegbare kunstmatige intelligentie”. Met dit interview willen we meer leren over dit onderwerp en van Tim horen wat zijn visie is. Kunstmatige intelligentie (AI) wordt steeds beter, maar hoe deze tot beslissingen komt, blijft vaak ondoorgroendelijk. Deze beslissingen hangen af van vele onbegrijpelijke getallen in de software. Tim van Erven ontwikkelt in zijn onderzoek wiskundige methoden waarmee men beter kan begrijpen waarom AI-algoritmes een specifiek antwoord geven. Dit vakgebied wordt aangeduid als “explainable AI”.

AI is zo’n breed begrip geworden dat tegenwoordig alles wat met algoritmes te maken heeft, onder AI valt. Wat mij betreft probeer je binnen AI de computer iets slims te laten doen. Maar je ziet ook dat alle moderne doorbraken eigenlijk uit de machine learning komen, wat een concreter en afgebakend deelgebied is. Het grootste deel van machine learning-onderzoek

Tim, ten eerste gefeliciteerd met je VICI beurs. Om te beginnen: ik ben benieuwd naar hoe je interesse in AI is ontstaan?

Ik was altijd enthousiast over AI als onderwerp, daarom had ik de keuze gemaakt om een studie Kunstmatige Intelligentie te gaan doen. Tijdens mijn studie merkte ik dat ik concepten op een dieper niveau wilde begrijpen, en wiskunde is daar vaak geschikt voor. Tijdens mijn promotieonderzoek heb ik veel wiskunde moeten bijleren. Ik was ook een beetje jaloers op alle wiskundigen die maattheorie en functionaalanalyse bijvoorbeeld al hadden geleerd. Ik moest het allemaal gaan leren tijdens mijn promotietijd. Maar later besepte ik dat deze houding ook voordelen had, als ik iets uit de wiskunde nodig had dan moest ik die kennis gewoon gaan bijleren. Voor mij kon de wiskunde een dieper begripsniveau bieden van hoe AI werkt.

We horen het overal in het nieuws en in moderne technologieën, zeker na de lancering van ChatGPT. Wat betekent AI eigenlijk?



wordt gedreven door empirische evaluatie: iemand verzint een methode en test deze op een dataset. In de meer theoretische benadering verzin je een algoritme en daarna bewijs je garanties over hoe goed dat werkt. Vervolgens kun je bijvoorbeeld kijken hoe goed je het verband kan analyseren tussen wat je algoritme moet leren en hoeveel data je nodig hebt.

Sommige ontwikkelingen in de machine learning zijn historisch gezien vanuit de theorie gedreven: theoretici hebben een algoritme voorgesteld en vervolgens is het in de praktijk heel succesvol gebleken. Voorbeelden daarvan zijn support vector machines en boosting. Voor kleine datasets zijn dat nog steeds state-of-the-art methodes. Wat je tegenwoordig ziet, is dat neurale netwerken en deep learning voor plaatjes, audio en taal niet te verslaan zijn. De ontwikkelingen in deep learning zijn grotendeels gedreven door empirisch werk. Mensen gaan vooral verschillende algoritmes testen zonder te bewijzen hoe goed deze werken.

En kun je iets meer vertellen over wat uitlegbare AI betekent?

Het doel in machine learning was in het verleden altijd om zo goed mogelijk een voorspelling te maken. De taak die je moet leren zo accuraat mogelijk leren. Omdat alle aandacht lag op accurate voorspellingen maken werden AI-modellen beschouwd als een “black-box”. Het model genereert een output, bijvoorbeeld “er staat een mens in deze foto”, zonder bewijs te geven hoe het tot deze beslissing is gekomen.

In explainable (uitlegbare) AI is het doel anders: een taak goed uitvoeren is vaak niet voldoende. Zeker niet als een programma een effect heeft in de samenleving. Verantwoording is belangrijk. De term “uitlegbaar” betekent dat je model ook informatie geeft over waarom een specifieke beslissing is genomen. Denk aan een bank bijvoorbeeld, die met een AI-tool aanvragen voor leningen wil controleren. Dan willen wethouders en burgers dat zo’n tool niet alleen een “ja” of “nee” uittekent, maar ook dat er voldoende uitleg wordt

gegeven waarom iemand wel of niet de lening kan krijgen.

Er is op dit moment geen consensus over wat goede uitleg is. Wiskunde kan hier een bijdrage aan leveren. Wiskunde dwingt je om alles concreet en precies te maken! In de afgelopen jaren hebben we in mijn team goed gekeken naar hoe we “uitlegbaarheid” in wiskundige definities kunnen vatten. Laten we terugkijken naar het voorbeeld met de bankleningen. Hier krijg je weer de vraag: wat zijn belangrijke voorwaarden waaraan deze uitleg moet voldoen? Een bekende methode om uitleg concreet te maken heet “algorithmic recourse”. Naast een “ja” of “nee” antwoord moet je model ook voldoende toelichting geven opdat diegenen die de lening aanvragen weten wat ze moeten doen om de lening wel te krijgen. Een voorbeeld van uitleg zou kunnen zijn dat “als je je inkomen verhoogt tot boven de 40.000, dan kun je wel deze lening krijgen”. Je stelt dus de voorwaarde dat je AI-model actionable feedback moet geven.

Naast actionable feedback wil je vaak ook kwaliteitseisen stellen aan hoe je verwacht dat algorithmic recourse gaat werken. Bijvoorbeeld je wilt dat mensen die vergelijkbare aanvragen inleveren ook vergelijkbare antwoorden en uitleg krijgen. Dit noemen we een continuïteitsvoorwaarde. Een tweede belangrijke kwaliteitseis is dat je AI-model geen beslissingen neemt op basis van irrelevante criteria. Denk bijvoorbeeld aan MRI-scans, waar op sommige scans het logo van de fabrikant kan staan. Een AI-model zal soms een correlatie detecteren tussen het logo en wat er op de scan staat. Je wilt voorkomen dat het antwoord van een model afhangt van zulke irrelevante kenmerken.

In onze meest recente studie hebben we een wiskundige formulering gegeven van algorithmic recourse die in lijn is met bestaande methoden en technieken. Maar dit alleen is niet voldoende om mensen te enthousiasmeren voor je onderzoek. Je moet ook laten zien dat je wiskundige formulering iets kan bijdragen. Recentelijk hebben we wiskundig bewezen dat er

geen methode kan bestaan die zowel algorithmic recourse aanbiedt, alsook aan een continuïteits-kwaliteitseis voldoet! En mensen waren lang op zoek naar zo’n methode, maar dit kan helemaal niet. Je moet je doel veranderen. Met wiskunde kun je redeneren over alle mogelijke methodes, waarvan er oneindig veel zijn.

Kun je ook iets meer vertellen over wat je wilt bereiken met je VICI beurs?

In de twee publicaties die we tot nu toe hebben geschreven, zijn we vooral kritisch geweest. We hebben namelijk bewezen dat het niet mogelijk is om sommige eisen te combineren. Zoals hierboven genoemd, is het niet mogelijk om een methode te vinden die algorithmic recourse en continuïteit combineert. Met mijn VICI wil ik laten zien hoe het dan wel kan. Niet alleen kritisch zijn, maar ook constructief bijdragen aan het vakgebied. We willen een toolbox van wiskundige definities en methodes ontwikkelen, waarvan je weet dat als ze onder gegeven voorwaarden gebruikt worden, je dan ook kunt garanderen dat ze goed werken.

Je bent ook lid van het bestuur van AIM, en recent ook voorzitter geworden van de commissie onderzoek van Platform Wiskunde Nederland. Wat was de motivatie om ook bestuurlijke taken op je te nemen?

We hebben gemerkt dat er veel mensen over het hele land verspreid zijn die onderzoek doen dat belangrijk is voor AI. Denk aan statistiek, causaliteit, inverse problemen, netwerkentheorie, dynamische systemen, enzovoort. Met zowel AIM als met de commissie onderzoek van PWN willen we mensen met elkaar in contact brengen, een gemeenschap vormen en wiskundigen ondersteunen. Op de lange termijn willen we dat mensen beter weten hoe ze elkaar kunnen zoeken en misschien gezamenlijk beurzen kunnen gaan aanvragen. Bovendien wil ik ook iets teruggeven aan de wiskundegemeenschap. Ik geloof sterk dat als je bij een gemeenschap hoort en daarvan profiteert, dat je dan ook iets terug moet geven!